P.T. 马修斯

基本粒子相互作用的相对论性量子理论

科学出版社

基本粒子相互作用的相对論性量子理論

P. T. 馬修斯著

黃 念 宁 譯

科 学 出 版 社

1962

P. T. MATTHEWS

THE RELATIVISTIC QUANTUM THEORY OF ELEMENTARY PARTICLE INTERACTIONS

Rochester, New York, 1957.

内 容 簡 介

本书扼要地介紹了現代量子場論的最新的基本原理．书中主要研究場的連續变換和分立变換以及由相互作用相对于这些变換的不变性要求所得出的普遍結果．作者从統一观点，頗为全面地研究了洛仑兹变换和規范变換以及近年来为物理学家所注目的一些变換，詳細地介紹了三类問題：i)弱相互作用中宇称不守恆、双分量中微子理論等；ii)基本粒子的系統和分类、盖尔曼系；iii)強相互作用及其电荷不变性和电荷对称性等．原书对了解基本粒子相互作用的相对論性量子理論方面的大量文献，提供了必需的理論基础知識．

本书可供基本粒子物理学、宇宙綫物理学和核物理学及其分支学科的科学工作者参考，也可供理論物理学、核物理学专业的高年級学生和研究生参考．

基本粒子相互作用的相对論性量子理論

P. T. 馬修斯 著

黃 念 宁 譯

*

科 学 出 版 社 出 版 （北京朝阳門大街 117 号）

北京市书刊出版业营业許可証出字第 061 号

中国科学院印刷厂印刷 新华书店总經售

*

1962年 9月第 一 版	书号：2599 字数：123,000
1962年 9月第一次印刷	开本：850×1168 1/32
(京) 0001—3,650	印张：5

定价： 0.85 元

中譯本譯者前言

本书无疑是本好书，自从預印本印出以后，得到了不少好評，关于它的內容介紹請参看俄譯本譯者前言。

中譯本原是在1959年夏季根据藤井所記录的馬修斯演講的預印本譯出的，由于記录稿难免有錯誤，譯者在翻譯时作了一些訂正。随后俄譯本出版了，譯者又根据俄譯本逐句校訂，把俄譯本的补充得更詳細的部分和更明确的叙述等优点，都吸收到中譯本中来。然而，有时俄譯本改动了一些不必改动的地方，在个别地方增加了少数不合于一般看法的附注，这时中譯本还是保留原本的面貌。

在中譯本中，譯者根据現今量子場論的通用記法，改变了原本中的一个重要公式的写法，这完全是为了我国讀者在閱讀中不致引起不必要的困惑，但为慎重起見，在这里声明一下。

在第二章§5条2中的(5.10)式，原記录稿写为

$$\phi'(x') = U_a\phi(x)U_a^{-1} = S\phi(a^{-1}x'),$$

中譯本写作

$$\phi'(x) = U_a\phi(x)U_a^{-1} = S\phi(a^{-1}x).$$

按通用的量子場論文献[1, 2, 16, 28, 29, 54]，原記录稿中的式子的意思是，x和x'为某一物理点P在旧坐标系和新坐标系中的坐标，这样原式表示，变换算符U_a把同一物理点在旧坐标系和新坐标系中的場量联系起来。改后的式子的意思是，x为某物理点P在旧坐标系中的坐标值，而另一物理点P'在新坐标系中的坐标值也是x，改后的式子表示变换算符U_a把不同两点P和P'在旧、新坐标系中的場量联系了起来。这样原式只涉及同一物理点的場的內部性質，而改后的式子表示两个不同的物理点的場的相互关系，因而也論及場的运动性質。所以宜采用改后的式子的記法。

这問題可能由于記录者的笔誤，但俄譯者也未按通常了解訂正此式．这点如有問題由中譯者負責．

由于此一改写而关联其他式子的改写这里不再一一列出了．

最后，譯者对胡宁教授表示衷心的感謝，在訂正本书的公式中，得到了他的許多帮助．

黃　念　宁

俄譯本譯者前言

本书是根据著名的英国理論家馬修斯于 1957 年在洛切斯特大学(美国)給物理研究生所作的演讲的预印本譯出的.

在簡要地引入了現代量子場論的基本概念之后，作者清晰而循序漸进地叙述了这方面最新的基本原理，且証明未局限于某种近似(如微扰論方法). 在整个叙述中,主要是研究場的連續变換和分立变換，以及由相互作用相对于这些变换的不变性要求所得出的普遍結果.

本书从統一的观点并足够全面地研究了洛仑兹变换和規范变換，以及近来为物理学家所注目的一些变換，如空間反射、时間反演和电荷共軛. 与此相关的,詳細研究了三类問題：a) 弱相互作用中宇称不守恆、双分量中微子理論等等；b) 基本粒子的系統和分类、盖尔曼系；c) 強相互作用、它們的电荷不变性、电荷对称性等等.

馬修斯的演讲，除了其叙述之清晰和資料掌握之全面等无可爭辯的优点外，看来其优点还在于在演讲中第一次汇集了散見于大量杂志論文中的資料.

最后指出,本讲义的缺点是叙述过分簡略,以致使对一些問題的了解造成困难. 俄譯本为竭力消除这种缺点,采用了更詳細的叙述,在原文的某些地方采用了較自由的翻譯,并且对譯本附加了一些注释. 此外,还校正了公式和說明中的所有的印刷錯誤和不明确之处.

在馬修斯的讲义出版之后，出現了苏达珊、馬尔夏克和費曼、盖尔曼的工作,这是弱相互作用的理論发展中的重要阶段. 在这些工作中，建立了四費米子的弱相互作用的与实驗很好符合的普遍定律. 因此,馬修斯书中关于弱相互作用的叙述現今看来是不

完善的，所以在譯本中补充对这些工作的基本結果的叙述，可能是恰当的．这一附录是譯者所編写的，放在书末．

本书适用于在基本粒子物理学、宇宙綫物理学和核物理学的其他分支学科的領域內工作的专家．本书也适用于以理論物理学和核物理学为专业的物理系研究生和高年級大学生．

B. 李图斯

Ю. 烏沙巧夫

原　　序

本书的基础是 P. T. 馬修斯博士（英国伯明翰大学教授）从 1957 年 2 月到 5 月間在洛切斯特大学物理系所作的演講.

这一演講的目的是为了給研究生提供必需的理論基础，以便了解基本粒子相互作用的相对性量子理論方面的大量文献. 我們假定讀者熟悉場論的基本知識，例如温泽的书（特别是自由場用吸收算符和放出算符的展开式），并且一般地了解基本粒子物理中現今的实驗状况.

原演講还包括用費曼-戴逊图形方法的微扰論. 本书只保留了海森堡表象、薛定格表象和相互作用表象間的联系的理論. 这一方法的詳細叙述，参看书[1, 2].

这里所包含的内容主要是关于基本粒子相对性相互作用的理論中的最普遍的結果，与微扰論近似无关.

45103

目　录

第一章　費曼-戴逊公式

§1. 变 换 理 論[1)]

1. 狄拉克記号. 量子力学系統 ψ 由“刃”矢量 $|\psi\rangle$ 或“刁”矢量 $\langle\psi|$ 来表示，这里按定义

$$\langle\psi| = |\psi\rangle^{+}, \tag{1.1}$$

+ 字号表示厄米共軛运算，即轉置加复数共軛的运算. 厄米算符 $\boldsymbol{\alpha}$ 滿足下列关系：

$$\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\alpha}^{+}. \tag{1.2}$$

把它从左方作用于刃矢量或从右方作用于刁矢量

$$\boldsymbol{\alpha}|\psi\rangle, \qquad \langle\psi|\boldsymbol{\alpha}^{+} = \langle\psi|\boldsymbol{\alpha}, \tag{1.3}$$

就把它們变成另外的刃矢量或刁矢量. 在这一节中，我們将用黑体字母表示該量是一算符. 在量子力学中，任何力学变量或可观察量(坐标 $\mathbf{q}$, 动量 $\mathbf{p}$, 哈密頓量 $\mathbf{H}$, 自旋 $\boldsymbol{\sigma}$ 等等)是厄米算符. 算符 $\boldsymbol{\alpha}$ 的本征值写作 α'，而其本征矢量写作 $|\alpha'\rangle$；即

$$\boldsymbol{\alpha}|\alpha'\rangle = \alpha'|\alpha'\rangle. \tag{1.4}$$

可观察量的所有本征矢量的集合滿足下列两个条件：

1) 正交归一性条件：

$$\langle\alpha'|\alpha''\rangle = \delta(\alpha', \alpha''), \tag{1.5}$$

这里

$\delta(\alpha', \alpha'') = \delta_{\alpha', \alpha''}$, 若 α', α'' 属于分立值譜;

$\delta(\alpha', \alpha'') = \delta(\alpha' - \alpha'')$, 若 α', α'' 两者之一或两者均属于連續值譜.

2) 完备性条件：

---

1) 关于本节所討論的問題参看[3]的第 2—5 章和 § 44.

$$S_{\alpha'}|\alpha'\rangle\langle\alpha'| = I, \tag{1.6}$$

这里

$$S_{\alpha'} = \sum_{\alpha'}, \text{若 } \alpha' \text{ 属于分立值譜;}$$

$$S_{\alpha'} = \int d\alpha', \text{若 } \alpha' \text{ 属于連續值譜.}$$

而 I 表示单位算符.

矢量 $|\psi\rangle$ 在 $|\alpha'\rangle$ 方向的分量为 $\langle\alpha'|\psi\rangle$, 这里按定义

$$\langle\alpha'|\psi\rangle = \langle\psi|\alpha'\rangle^*,$$

而星号 * 表示复数共軛.

若在态 ψ 中测量可观察量 α, 则发現它的値为 α' 的几率由下式决定

$$P_\psi(\alpha') = |\langle\alpha'|\psi\rangle|^2. \tag{1.7}$$

例. 在一維空間中单个粒子的薛定格波函数的形式为

$$\langle x|\psi\rangle = \psi(x),$$

在点 x 处发現粒子的几率为

$$P_\psi(x) = |\langle x|\psi\rangle|^2 = |\psi(x)|^2.$$

坐标表象和动量表象間的变换函数为[1]

$$\langle x|p\rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{ipx}.$$

所以,利用完备性質:

$$\int \cdots p\rangle\langle p\cdots dp = I,$$

得到

$$\psi(x) = \langle x|\psi\rangle = \int \langle x|p\rangle\langle p|\psi\rangle dp =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int e^{ipx}\langle p|\psi\rangle dp.$$

同样,利用

$$\int \cdots x\rangle\langle x\cdots dx = I,$$

---

1) 参看 [3], § 23.

得到

$$\langle p|\psi\rangle = \int\langle p|x\rangle\langle x|\psi\rangle dx =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int e^{-i(px)}\langle x|\psi\rangle dx =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int e^{-i(px)}\psi(x)dx.$$

这些关系是周知的由坐标空間到动量空間的富氏变换和其逆变换.

2. 么正变换. 設 α_i 是一組厄米算符，U 是任意么正算符，即满足下列关系的算符:

$$U^+U = I \quad 或 \quad U^+ = U^{-1}. \tag{1.8}$$

利用下式确定一組新算符:

$$\check{\alpha}_i = U\alpha_i U^{-1}, \tag{1.9}$$

則对算符 $\check{\alpha}_i$ 存在下列定理:

定理. 算符 $\check{\alpha}$ 与算符 α 有同样的本征值.

証明. 由关系

$$\alpha|\alpha'\rangle = \alpha'|\alpha'\rangle$$

得出

$$U\alpha U^{-1}U|\alpha'\rangle = \alpha'U|\alpha'\rangle.$$

令 $U|\alpha'\rangle = |\check{\alpha}'\rangle$，可以得到

$$\check{\alpha}|\check{\alpha}'\rangle = \alpha'|\check{\alpha}'\rangle.$$

定理. 算符 $\check{\alpha}$ 和算符 α 一样是厄米的.

証明.

$$\check{\alpha}^+ = (U\alpha U^{-1})^+ = (U^{-1})^+\alpha U^+ = (U^+)^+\alpha U^+$$
$$= U\alpha U^{-1} = \check{\alpha}.$$

現在証明，么正变换

$$\check{\alpha} = U\alpha U^{-1}, \quad |\check{\psi}\rangle = U|\psi\rangle \tag{1.10}$$

保持一切关系不变. 首先注意

$$\langle\check{\psi}| = |\check{\psi}\rangle^+ = (U|\psi\rangle)^+ = \langle\psi|U^+, \tag{1.11}$$

所以若矢量 $|\psi\rangle$ 是归一化的，則矢量 $|\check{\psi}\rangle$ 也是归一化的:

$$\langle\check{\psi}|\check{\psi}\rangle = \langle\psi|U^{+}U|\psi\rangle = \langle\psi|\psi\rangle = 1.$$

任何方程都保持不变，这是由于

$$\alpha_1 \cdot \alpha_2|\psi\rangle = |\phi\rangle,$$

$$U\alpha_1 U^{-1} U\alpha_2 U^{-1}|\psi\rangle = U|\phi\rangle,$$

得到

$$\check{\alpha}_1 \cdot \check{\alpha}_2|\check{\psi}\rangle = |\check{\phi}\rangle,$$

同样由方程

$$(\alpha_1 + \alpha_2)|\psi\rangle = |\phi\rangle,$$

得

$$(\check{\alpha}_1 + \check{\alpha}_2)|\check{\psi}\rangle = |\check{\phi}\rangle.$$

对包含算符的更复杂的函数的方程，情况也是一样的，把这一函数展开为冪級数并逐項应用乘法和加法运算，即可容易地証明这一点.

特別，正則对易关系相对于么正变換保持不变：

$$[\mathbf{q}, \mathbf{p}] = i. \tag{1.12}$$

所以在有記号 $\vee$ 的新的数学体系中，含有与在原来体系中严格一样的物理知識。

反之，如果两組算符的集合描写同一物理系統，具有同样的哈密頓量与同样的对易关系，那么它們之間可由一个么正变換相联系. 典型的例子是两种不同的表象，一种是一組算符 α_i 是对角化的，另一种是另一組算符 β_i 是对角化的. 薛定格表象、海森堡表象和相互作用表象，按照这里所講的一般原理，由么正变換互相联系.

如果 U 与单位算符之差，是一个无穷小量，那末可令

$$U = I - i\varepsilon F, \tag{1.13}$$

这里 ε 是一个无穷小参量. 逆算符可写作[1)]

$$U^{-1} = I + i\varepsilon F; \tag{1.14}$$

由么正性条件：

---

1) 准至一級无穷小：$UU^{-1} = I + \varepsilon^2 F^2 \approx I$.——俄譯本譯者注.

$$U^+U = (I + i\varepsilon F^+)(I - i\varepsilon F) =$$
$$= I + i\varepsilon(F^+ - F) = I, \qquad (1.15)$$

得到等式

$$F^+ = F,$$

即 F 是厄米算符. 利用这种无限小么正变换于任何算符,結果为

$$\check{\alpha} = U_\alpha U^{-1} = (I - i\varepsilon F^+)\alpha(I + i\varepsilon F) =$$
$$= \alpha - i\varepsilon(F\alpha - \alpha F) = \alpha - i\varepsilon[F, \alpha]. \qquad (1.16)$$

公式:

$$\check{\alpha} - \alpha = -i\varepsilon[F, \alpha]$$

在古典力学中也是正确的,如果把对易关系 $[F, \alpha]$ 解释为泊松括号,U 解释为接触变换的生成函数.

3. 薛定格表象. 运动方程描写物理系統随时間的发展,設在某一时刻 t_0,态矢是 $|\psi(t_0)\rangle$,一組算符是 $\alpha_i(t_0)$. 假定算符与时間无关,系統随时間的变化全部由与时間相关的态矢 $|\psi(t)\rangle$ 来描写,这里

$$|\psi(t)\rangle = T(t, t_0)|\psi(t_0)\rangle. \qquad (1.17)$$

由几率守恆的要求,得

$$\langle\psi(t)|\psi(t)\rangle = \langle\psi(t_0)|T^+(t, t_0)T(t, t_0)|\psi(t_0)\rangle =$$
$$= \langle\psi(t_0)|\psi(t_0)\rangle;$$

所以

$$T^+(t, t_0)T(t, t_0) = I, \qquad (1.18)$$

即 T 是么正算符. 取时間的无穷小增量 δt 作为无穷小参量,可設

$$T(t + \delta t, t) = I - iH\,\delta t, \qquad (1.19)$$

这里 H 是一个厄米算符,具有能量的量綱. 这样

$$|\psi(t + \delta t)\rangle = (I - iH\,\delta t)|\psi(t)\rangle,$$
$$|\psi(t + \delta t)\rangle - |\psi(t)\rangle = -iH|\psi(t)\rangle \cdot \delta t;$$

所以

$$i\frac{\partial}{\partial t}|\psi(t)\rangle = H|\psi(t)\rangle. \qquad (1.20)$$

这就是薛定格运动方程，只要假定H是哈密頓量. 这如同牛頓运动定律一样，是一个物理定律，因为它的結論已被实驗証实，因此是有意义的.

在坐标q对角化的表象中，有

$$H = H(q, p) = H\left(q, \frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial q}\right). \tag{1.21}$$

此外

$$\langle q|\psi(t)\rangle = \psi(q, t), \tag{1.22}$$

得

$$i\frac{\partial\psi}{\partial t} = H\left(q, \frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial q}\right)\psi. \tag{1.23}$$

这就是薛定格表象中的薛定格方程.

薛定格运动方程的另一种說法是对于T的算符方程，即

$$i\frac{\partial}{\partial t}T(t, t_0) = HT(t, t_0), \tag{1.24}$$

和边界条件：

$$T(t_0, t_0) = I. \tag{1.25}$$

它的形式解为

$$T(t, t_0) = e^{-iH(t-t_0)}. \tag{1.26}$$

4. 海森堡表象. 还可以引入另一种描写物理系統随时間发展的方法，这就是使与时間相依的只是算符，而态矢量不随时間改变. 薛定格态矢$|\psi(t)\rangle_S$是[見(1.17)]

$$|\psi(t)\rangle_S = T(t, t_0)|\psi(t_0)\rangle_S.$$

定义海森堡态矢$|\psi(t)\rangle_H$如下：

$$|\psi(t)\rangle_H = T^{-1}(t, t_0)|\psi(t)\rangle_S = |\psi(t_0)\rangle_S, \tag{1.27}$$

或

$$|\psi(t)\rangle_S = T(t, t_0)|\psi(t)\rangle_H; \tag{1.28}$$

(1.27)式表示把在任何时刻的矢量$|\psi(t)\rangle_S$变回到它的出发态去(在希尔伯空間中). 按(1.28)定义的矢量$|\psi(t)\rangle_H$显然不随时間改变，相应的算符，依照上述么正变换，变为算符