名校好题

名校名师　绝妙好题　专题专练　打造高分

初中
数学分册
代数

稳操胜券

最好的题目
最详尽的讲解
最完备的知识体系
最苛刻的选取题目的标准

mingxiaohaoti

开明出版社
press

名校好题

初中

数学分册

代数

名校好题

初中数学分册
代数

名校好题
编写组

mingxiaohaoti

开明出版社

总 策 划　焦向英
策划执行　马小涵
责任编辑　林　平

名校好题
初中数学分册
代　数
名校好题编写组　编
*
开明出版社出版发行
（北京市海淀区西三环北路 19 号外研大厦五层　100089）
保定市印刷厂印刷
新华书店北京发行所经销
开本：787×1092　1/16　印张：7
2002 年 2 月北京第 2 版　2002 年 2 月北京第 2 次印刷
ISBN 7-80133-584-8/G·510　　定价：7.70 元

出 版 缘 起

[素质教育≠不考试]

素质教育作为培养跨世纪人才的教育思想与模式已成为我国教育界的共识，然而推行素质教育决不是要摒弃考试。迄今为止，在全世界的教育领域内，考试仍不失为一种最有效的教育质量评价和人才选拔的工具。正如英国著名数学家G. H. 哈代所说："了解一个人的惟一方法是考试，无论是数学、文学，还是哲学……无一例外。"我们真正要扭转的是普通教育"片面追求升学率"的应试教育现状，反对一切为了应付考试的"题海战术"，还学生以自主学习的动力。

[高分≠题海战术]

中、高考的试题改革，已从考察学生掌握知识的情况，转移到考察学生掌握学习方法，综合运用各种知识的能力。淹没在题海中会毁掉学生，死记硬背拿不了高分。素质教育归根结底要教给学生点金术，在培养学生的思维能力上下扎扎实实的功夫。实践证明，决不能只一味地让学生一道道题做下去，关键要教给他们解题的思路、方法、步骤，提高他们举一反三、触类旁通的能力。

正是基于以上对教育教学的深入思考，我们组织教学一线的诸位专家，精心编写了这套《名校好题》丛书系列，以帮助广大学生以最短的时间、最好的效果，高效率掌握知识提高能力，在科学方法的指导下，聪明地考出好成绩。

致读者

mingxiao

《名校好题》"好"在这里

[第一，书中所选均是"一可当十"的名题好题。]

入选《名校好题》的题目出自以下范围：

① 1991～2001年北京、上海高升学率、高教学质量地区以及重点学校的质量检测题、期中期末测试题、高考模拟题；

② 1991～2001年湖北、湖南、江苏、浙江、东北等各省高升学率、高教学质量的市、区以及重点学校的质量检测题、期中期末测试题、高考模拟题；

③ 近年的全国高考试题、全国春季高考试题、上海高考试题；

④ 近年全国各类学科竞赛中难度适合的精彩名题；

⑤ 《名校好题》编委会为广大考生度身定制的综合性精华好题。

这些题目均“出身名门”，且又经过了编者严格的层层筛选，其具体选题标准为：例题要求有代表性，利于全面剖析知识点，涵盖该知识点的各种考查角度；习题要求题型新颖有特色，力求将知识点可以考查到的重点、难点全部给以反映；题目综合性要强，以培养学生融会贯通的能力，迎合目前高考综合考试的大趋势。

［第二，编写体系完善科学，使诸多好题“物尽其用”，“好”副其实。］

《名校好题》基于小学到中学各个学科的知识体系，按照知识专题编写而成。高中按专题将每科细分为两到三册；初中和小学则一科一册，在册内划分专题。这样既适于配合学习巩固新知，又适于临考复习，学生也可以挑选自己的薄弱学科专题进行强化训练，适用范围相当广泛。

本丛书以中、高考要求为导向，以基础知识为依托，以好题为载体，以创新思维为核心，以能力运用为宗旨，全方位引导学生对同一个问题，从不同角度进行剖析，使学生学会辨析概念、综合概括并解决实际问题，最终形成流畅变通的思维方式。

书中每科知识点依中、高考要求的难度层次，给出一至三道例题，在对例题的分析解答中，提供了“进入→攻击→解答→回顾→扩展”这一整套科学的思考方式，提出两种以上解题思路和方法，充分发掘所选好题的内在精华，达到启发学生思路，培养创造性思维能力的目的。更为实用的是，本丛书要求读者亲自参与每个题目的练习，并且在练习后的“提示·分析·解答”中至少给出一种详细的全过程解答，将学生解题过程中的疑惑转化为经验，并最终形成科学的思维习惯。

一流的编写队伍

本丛书的编写者们，都是在教学一线，具有五年以上带升学班级经验的特高级教师，他们来自：北京四中、北大附中、人大附中、北京五中、黄冈中学、荆州中学等。这些老师们在选取题目、构造题目、解读题目等方面煞费苦心，使本书的编写质量不同一般。

作为立足于教育领域，积极策划出版教学辅导书的我们，殷切期望读者与我们多交流，多提宝贵意见和建议，使我们的图书质量更高，使我们的服务质量更高。

由于编写时间有限编写者们水平有限，不妥之处，请读者不吝赐教。

编 者

2001年10月

本书导读

例题1 (2001年上海高考试卷)

将0.1摩尔铝投入含有0.2摩尔NaOH溶液中，加热完全反应后，试解答下列问题：

(1)在标准状况下生成H_2多少升？

进入

审题过程：讲解如何审题，如何把握题给条件对问题求解的意义。

攻击

具体解题思路：至少清晰详细地表述三种不同的思路，为明确表达，有的采用框图等直观的形式。

解答(试试看)

解答(试试看)：具体给出解答的步骤；或者由读者根据“攻击”的步骤自己尝试写出解答，多为较简单的或者攻击中讲解详细的内容。

推广

题目的延伸：方法的推演通用，知识横向的联系等，有的采用框图等直观的形式。

回顾

对此例题进行总结，包括方法、知识背景等。

例题

每题至少三种解题思路，详细清晰地剖析，涵盖本知识块儿的易考内容，揭示尽可能多的解题方法。

练习

题目已注明出处，多为高升学率的地区、学校的单元练习、模拟自测、升学考试，如江浙、湖北、上海、北京等地区，题型多为问答和计算，题后留有空白，并留有一栏草稿，方便做答并检查。

提示・分析・解答

习题的答案根据代表性和启发性给出提示或至少一种思路，部分题目在解法后给出了举一反三栏目，目的是由此题推展开，促进读者对知识的理解，一通百通，达到熟练解题，熟练运用各种解题思路和方法的目的。

CONTENTS

目录

第 一 章

实 数

例题 1

指出下列各组中，无理数的个数，并用“<”号，由小到大连接起来.

(1) $-\sqrt{2}, 0.\dot{3}\dot{1}, \frac{\pi}{3}, \frac{1}{7}, 0.80108$;　　(2001 年哈尔滨题)

(2) $\frac{22}{7}, \frac{\pi}{2}, -\sqrt{3}, \sqrt{4}, 3.14$.　　(2000 年连云港题)

进入

解答本题时，首先要指出各组数中哪些是无理数，然后把本组数用不等号“<”连接起来，这就要理解实数的分类和无理数的概念，以及实数的大小比较.

攻击

有理数和无理数统称实数，有限小数或循环小数称为有理数；无限不循环小数称为无理数.

数轴上的点与实数是一一对应关系，注意利用实数比较大小的方法去进行实数大小的比较.

解答

(1)无理数有 $-\sqrt{2}$ 和 $\frac{\pi}{3}$.

大小关系为：$-\sqrt{2} < \frac{1}{7} < 0.\dot{3}\dot{1} < 0.80108 < \frac{\pi}{3}$

(2)无理数有 $-\sqrt{3}$ 和 $\frac{\pi}{2}$

大小关系为：$-\sqrt{3} < \frac{\pi}{2} < \sqrt{4} < 3.14 < \frac{22}{7}$.

回顾

在理解实数时，要注意$\frac{\pi}{3}$和$\frac{\pi}{2}$不是有理数，而是无理数；$0.\dot{3}\dot{1}$为循环小数，当然是有理数而不是无理数；$\frac{22}{7}$是分数，当然也是有理数，$\sqrt{4}=2$ 为有理数.

在进行大小比较时，要注意 π，3.14，$\frac{22}{7}$三者的大小关系. 为 $3.14<\pi<\frac{22}{7}$.

例题 2

计算下列各题：

(1) $(\sqrt{2})^2+(-\frac{1}{2})^0-12^{\frac{1}{2}}\cdot(\sqrt{3}-1)^{-1}$；（2001 年上海题）

(2) $(\sqrt{2}+1)^0-|\sin 60^\circ-1|-(\frac{\sqrt{3}+1}{2})^{-1}+(-1)^3$.（2001 年武汉题）

进入

本题为实数的运算，涉及到绝对值数的平方，立方运算，指数幂的运算，并进行加、减、乘、除的运算等.

攻击

解决本题的运算关键是对每一项进行正确的运算，然后进行加、减混合运算，如

$(\sqrt{2})^2=2$，$(-1)^3=-1$，$(-\frac{1}{2})^0=1$，$(\sqrt{2}+1)^0=1$，

$$12^{\frac{1}{2}}\cdot(\sqrt{3}-1)^{-1}=\sqrt{12}\cdot\frac{1}{\sqrt{3}-1}=2\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}+1}{2}=3+\sqrt{3},$$

$$(\frac{\sqrt{3}+1}{2})^{-1}=\frac{2}{\sqrt{3}+1}=\frac{2(\sqrt{3}-1)}{2}=\sqrt{3}-1,$$

$$|\sin 60^\circ-1|=\left|\frac{\sqrt{3}}{2}-1\right|=-(\frac{\sqrt{3}}{2}-1)=1-\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

以上这些运算的正确与否是解答本题的关键.

解答

$$(1)(\sqrt{2})^2+(-\frac{1}{2})^0-12^{\frac{1}{2}}\cdot(\sqrt{3}-1)^{-1}$$

$$=2+1-\sqrt{12}\cdot\frac{1}{\sqrt{3}-1}$$

$$=3-2\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}+1}{2}=3-3-\sqrt{3}=-\sqrt{3}.$$

$$(2)(\sqrt{2}+1)^0-|\sin 60^\circ-1|-\left(\frac{\sqrt{3}+1}{2}\right)^{-1}+(-1)^3$$

$$=1-(1-\frac{\sqrt{3}}{2})-\frac{2}{\sqrt{3}+1}-1$$

$$=1-1+\frac{\sqrt{3}}{2}-(\sqrt{3}-1)-1$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{2}-\sqrt{3}+1-1=-\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

回顾

在进行实数运算时，有理数，无理数的表述形式，如$(\sqrt{2}+1)^0=1$是一个有理数，$\sin 60^\circ$是无理数，要注意它们的运算结果和确切的意义.

例题 3

解答下列各题

(1)已知$|x|=3$，$|y|=2$，且$xy<0$，求$x+y$的值；

(2000 年河北题)

(2)已知$a<0,ab<0$，化简$|a-b-4\sqrt{3}|-|b-a+\sqrt{3}|$.

(2000 年镇江题)

进入

要理解题中所给条件的意义，去决定式中字母的符号，再考虑求值问题.

攻击

在(1)中，由$|x|=3$，得$x=3$或$x=-3$，由$|y|=2$得$y=2$或$y=-2$.

由$xy<0$，知x,y异号，于是可进行分类讨论计算求值.

在(2)中，由$a<0,ab<0$知$b>0$，因此可进行绝对值的运算，去掉绝对值的符号.

解答

(1)由$|x|=3$，$\therefore\ x=3$或$x=-3$，由$|y|=2$，$\therefore\ y=2$或$y=-2$.

由$xy<0$，得$x>0$时$y<0$或$x<0$时$y>0$.

故$x=3$时，$y=-2$，$\therefore\ x+y=3-2=1$；

当$x=-3$时，$y=2$，$\therefore\ x+y=-3+2=-1$.

(2)由已知$a<0,ab<0$，则$b>0$.

故$a-b-4\sqrt{3}<0$，$b-a+\sqrt{3}>0$，

于是 $|a-b-4\sqrt{3}|-|b-a+\sqrt{3}|$

$=-(a-b-4\sqrt{3})-(b-a+\sqrt{3})=-a+b+4\sqrt{3}-b+a-\sqrt{3}=3\sqrt{3}$.

草稿

◇ 练　习 ◇

1. 在$\sqrt{2}-1$，$\sqrt{3}$，$1-\sqrt{2}$，$\sqrt{2}-\sqrt{3}$，$\sqrt{2}+1$，$\frac{\sqrt{3}}{3}$，$\sqrt{3}+\sqrt{2}$，$\sqrt{5}+2$，$\sqrt{5}-2$，0.25，$-\frac{1}{4}$中，指出互为相反数的数，互为倒数的数，互为负倒数的数.

2. 指出下列实数中的有理数：$-\frac{\pi}{2}$，$\frac{1}{3}$，$|-3|$，$\sqrt{9}$，$0.\dot{3}$，ctg30°，$\sqrt[3]{-8}$，0.121121112…，$\sqrt{5}-1$，

3. 用科学记数法表示下列各数：
696000，0.0625，0.00813，3080000.

4. 根据条件，分别进行化简：
(1)(2000 年天津题)若 $a>1$，化简$|1-a|+\sqrt{a^2}$；

(2)(2000 年山西题)已知 $0<x<3$，化简$\sqrt{(2x+1)^2}-|x-5|$；

(3)(2000 年辽宁题)若 $a\leqslant\frac{1}{2}$，化简$\sqrt{1-4a+4a^2}+|2a-1|$；

(4)(2001 年天门题)已知 $a>0$，$\frac{a}{b}<0$，化简 $\sqrt{(b-a-4)^2}-\sqrt{(a-b+1)^2}$.

草稿

5. 计算下列各题：

(1)(2001 年苏洲题)$18-4\times\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}+(-6)^2\times 9$；

(2)(2001 年镇江题)$\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}+(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)+(\pi-1)^0$；

(3)(2001 年南京题)$\frac{1}{\sqrt{2}-1}+\sqrt{8}-(\sqrt{2}+1)^0$；

(4)(2000 年苏州题)$(-2)^3-\left|-\frac{1}{2}\right|+\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}\times(1-\sqrt{3})^0$；

(5)(2000 年福州题)$(-2)^2-2^{-1}\cdot\sqrt{8}+(1-\sqrt{2})^0+\frac{1}{\sqrt{2}+1}$；

(6)(2000 年西宁题)$-2^3+(\pi-3.14)^0-\left|1-2\frac{1}{2}\right|\times\left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}$；

(7)(2000 年成都题)$\frac{3}{2+\sqrt{3}}\times\sqrt[3]{\frac{8}{27}}-(-\sqrt{2})^0+\mathrm{tg}60^\circ-|\sqrt{3}-2|$；

(8)(2000 年贵阳题)$\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}-(\sqrt{5})^0+2\sin 45^\circ-\mathrm{tg}60^\circ+\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$；

(9)(2000 年十堰题)$\mathrm{tg}60^\circ+\left|1-\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}\right|+2(\sqrt{3}-1)^0-\frac{2}{\sqrt{3}-1}$；

(10)(2001 天门题)$\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}-\frac{1}{2-\sqrt{3}}+2\sin 30^\circ\ \mathrm{ctg}30^\circ+\sqrt[3]{-8}+3\vert$.

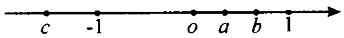
草　稿

6．比较下列各组数的大小，并用"＜"号将它们连接起来：

(1) $-\frac{7}{6}$，$-\frac{7}{8}$，-0.9；　　(2) $4\sqrt{3}$，$\sqrt{47}$；

(3) $\sqrt{13}-7$，$\sqrt{15}-\sqrt{5}$；　　(4) -0.9，0.9，$-\frac{99}{100}$.

7．在数轴上表示 a、b、c 三个数的点的位置如图所示，化简下列各式：



(1) $|a-b|+\sqrt{(a+b)^2}-|b-1|$；

(2) $|a-c|+|a+c|+|-1-c|$；

(3) $|c-b|-|a-c|+\sqrt{(b+c)^2}$.

提示·分析·解答

1. 互为相反数为$\sqrt{2}-1$与$1-\sqrt{2}$，0.25与$-\frac{1}{4}$；互为倒数为$\sqrt{3}$与$\frac{\sqrt{3}}{3}$，$\sqrt{5}+2$与$\sqrt{5}-2$，$\sqrt{2}-1$与$\sqrt{2}+1$；互为负数为$\sqrt{2}-\sqrt{3}$与$\sqrt{3}+\sqrt{2}$.

2. 有理数为$\frac{1}{3}$，$|-3|$，$\sqrt{9}$，0.3，$\sqrt[3]{-8}$.

3. 6.96×10^{5}，6.25×10^{-2}，8.13×10^{-3}，3.08×10^{6}.

4. (1)$2a-1$；(2)$3x-4$；(3)$2-4a$；(4)3.

5. (1)原式$=18-4\times\frac{3}{2}+36\div9=16$.

   (2)原式$=4+4+1=9$.

   (3)原式$=\sqrt{2}+1+2\sqrt{2}-1=3\sqrt{2}$.

   (4)原式$=-8-\frac{1}{2}+9\times1=\frac{1}{2}$.

   (5)原式$=4-\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}+1+\sqrt{2}-1=4$.

   (6)原式$=-8+1-\frac{3}{2}\times(-2)=-4$.

   (7)原式$=3(2-\sqrt{3})\times\frac{2}{3}-1+\sqrt{3}-2+\sqrt{3}=1$.

   (8)原式$=\sqrt{3}-\sqrt{2}-1+2\times\frac{\sqrt{2}}{2}-\sqrt{3}+3=2$.

   (9)原式$=\sqrt{3}+|1-2|+2-\frac{2(\sqrt{3}+1)}{2}$

   $=\sqrt{3}+1-2-\sqrt{3}-1=2$.

   (10)原式$=4-(2+\sqrt{3})+2\times\frac{1}{2}\times\sqrt{3}+|-2+3|$

   $=4-2-\sqrt{3}+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}=4-\sqrt{3}$.

6. (1)$-\frac{7}{6}<-0.9<-\frac{7}{8}$；　　(2)$\sqrt{47}<4\sqrt{13}$；

   (3)$(\sqrt{15}-\sqrt{5})>(\sqrt{13}-7)$；　　(4)$-\frac{99}{100}<-0.9<0.9$.

7. (1)由图知$a-b<0,a+b>0,b-1<0$,故

   原式$=b-a+a+b-(1-b)=36-1$；

   (2)由图知$a-c>0,a+c<0,|-1-c|=|1+c|,1+c<0$，原式$=a-c-(a+c)-(1+c)=a-c-a-c-1-c=-3c-1$；

   (3)由图知$c\quad b<0$，$a-c>0$，$b+c<0$,故

   原式$=b-c-(a-c)-(b+c)=b-c-a+c-b-c=-a-c$.

第二章

代数式

例题 1

分解因式：$x^4y-x^2y^3+x^3y^2-xy^4$.

进入

因式分解是代数式恒等变形的重要内容，它所要进行的恒等变行是把一个多项式化成几个整式的积的形式.

攻击

在进行多项式的因式分解时，要掌握因式分解的基本方法：提取公因法、运用公式法、分组分解法、十字相乘法等，对于一个问题要采用什么方法进行因式分解，要注意观察，分析题目的特点，选择适当方法进行因式分解，有的题目可能有多种方法，但不管采用哪种方法，其结果是一致的.

解答

[解法一]

$$\begin{aligned}&x^4y-x^2y^3+x^3y^2-xy^4=xy(x^3-xy^2+x^2y-y^3)\\&=xy[(x^3-xy^2)+(x^2y-y^3)]=xy[x(x^2-y^2)+y(x^2-y^2)]\\&=xy(x^2-y^2)(x+y)=xy(x+y)(x-y)(x+y)\\&=xy(x+y)^2(x-y).\end{aligned}$$

[解法二]

$$\begin{aligned}&x^4y-x^2y^3+x^3y^2-xy^4=xy(x^3-xy^2+x^2y-y^3)\\&=xy[(x^3+x^2y)-(xy^2+y^3)]=xy[x^2(x+y)-y^2(x+y)]\\&=xy(x+y)(x^2-y^2)=xy(x+y)^2(x-y).\end{aligned}$$

[解法三]

$$\begin{aligned}&x^4y-x^2y^3+x^3y^2-xy^4=xy(x^3-xy^2+x^2y-y^3)\\&=xy[(x^3-y^3)+(x^2y-xy^2)]\\&=xy[(x-y)(x^2+xy+y^2)+xy(x-y)]\end{aligned}$$