

网络图论及其应用

主 编 陈树柏

副主编 左 垵 张良震

编写人 左 垵 张良震 高晓春 伍民友

科 学 出 版 社

1 9 8 2

内 容 简 介

本书是一本讲述图论基本概念并着重介绍图论在电网络中应用的专著。

全书除引论外共分十章。第一至三章介绍图论的基本概念，第四章介绍图的算法，第五章阐述网络分析的矩阵方程，第六、七两章分别介绍无源网络与有源网络的拓扑分析，包括有向图法与 k -树组法，第八章论述了信号流图和流图法，第九章讲开关网络的分析与综合，最后一章列举了拓扑综合及网络图论其它方面应用的几个例子。每章后均附有参考文献和习题，书末附有参考文献总目，包括图论应用的多种最新资料。

本书可作为高等工科院校高年级学生或研究生的参考书，也可供有关科技人员阅读。

网 络 图 论 及 其 应 用

主 编 陈树柏

副主编 左 垵 张良震

编写人 左 垵 张良震 高晓春 伍民友

责任编辑 张建荣

科 学 出 版 社 出 版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1982 年 7 月第 一 版 开本：850×1168 1/32

1982 年 7 月第一次印刷 印张：18

精 1—4,500 插页：精 2

印数：平 1—6,000 字数：470,000

统一书号：15031·411

本社书号：2626·15—7

定价： 道林布面精装 6.50 元
报 纸 平 装 3.30 元

序 言

一九八〇年夏天,我接受了中国科学院的邀请,在北京中国科技大学研究生院讲授了“网络图论及其工程应用”的专题讲座,其内容是采自我年前撰写的三本书:

Introductory Topological Analysis of Electrical Networks, Holt, Rinehart and Winston, 1969.

Analysis of Linear Networks and Systems: A Matrix-Oriented Approach with Computer Applications (co-authored with Shu-Yun Chan and Shu-Gar Chan), Addison-Wesley, 1972.

Network Topology and Its Engineering Applications (Editor), Taiwan University Press, 1975.

其中有关网络图论及计算机应用部分,加以我近数年发表的图论在符号函数、集成电路布线尺度重设计 (Resizing) 及印制电路板的连通孔最小化 (Via Minimization) 等方面的几篇论文而组成的。

本书的内容,就是根据以上提及的资料为基础,加以近十余年间,在网络图论方面进行研究的学者所发表的最新资讯编写而成的。至于编写本书的建议,是由中国科技大学研究生院副院长吴塘先生,及当时组织整个“网络图论”讲座工作的左垵教授,及由安徽大学来听讲的张良震教授,在最后一次讨论会中提出的。

本书除引论外共分十章。重点讲述图论基本概念及其在电网网络方面的应用。本书既是一本专著,又可作为大专院校高年级学生或研究生的参考书,也可供广大科技工作者阅读。所需预备知识主要是线性代数与电路基本理论。

本书全部编写工作,是由几位听过我“网络图论”讲座,而对此课题深感兴趣而热心的同仁,自愿参加而达成的。这个费时而艰巨的编写工作,经过全部同仁近两年的努力,才取得现在的成果。

在此期间,我负责了主编的工作,曾一度(在1981年三月间)赴广州作为期一周的初稿审阅,并增添了些较新的资料。左垵和张良震两教授担任了副主编。在内容组织方面,伊利诺大学芝加哥分校的陈惠开教授提供了有向图及其应用上的新资料,珀杜大学的林本铭教授供给了流图及符号函数方面的新资料,以及加州大学贝克莱分校的葛守仁教授提供了图论在集成电路布线设计应用上的新资料。本书包括了不少英文名词、术语、参考文献、甚至英文序言、中英及英中名词索引等,其唯一目的在求供给读者将来作进一步研读有关网络图论之英文原著,或出国进修及参加国际会议时之方便而已。在此也一并说明。

本书引论由中国科技大学研究生院左垵教授编写;第一、二、三章由安徽大学张良震教授编写;第四章由中国科技大学研究生院高晓春同学编写;第五章由张良震教授,左垵教授和高晓春同学编写;第六、七章由高晓春同学编写;第八章由张良震教授编写;第九章由中国科技大学研究生院伍民友同学编写;第十章由左垵教授及高晓春同学编写。全书的计算机程序由高晓春、伍民友同学编写。安徽大学胡承敏同学为本书翻译了许多材料;第四机械工业部第十五研究所胡晓穗女士在计算机程序方面作了一些工作;中国科学院电子学研究所研究生邹谋炎、中国科技大学全茂达讲师校阅了部分原稿。美国圣他·卡勒拉大学陈润吾讲师校阅了部分章节,并提供了新材料。

本书承北京邮电学院舒贤林教授审阅第一、三章;北方交通大学许珠女士审阅第二章;清华大学卢开澄教授审阅第四章;北京工业学院李瀚荪教授审阅第五章;北京钢铁学院黄汝激教授审阅第六章;北京工业学院李育珍教授审阅第七章;上海机械学院赵永昌教授审阅第八章;东北重型机械学院申石虎教授审阅第九章;本书在编写过程中得到了中国科学院副院长钱三强教授及中国科学院电子学研究所副所长沈光铭教授多次的鼓励与支持,在此谨向他们致衷心的感谢!

最后我趁这个机会向在国内与我共事两载,担任编写本书工

作的同仁表示诚挚的感激！尤以左垵及张良震两教授，负担了繁重的联系及编写工作，伍民友和高晓春同学夜以继日地工作，和科学出版社加意督导出版上的各项细节，才把本书及时完成。这种衷诚合作、不分彼此的精神，实在使我十分感动！在这两年期间，虽然我们已尽了自己最大的努力，希望把本书的内容尽量充实，使它成为国内在网络图论及工程应用研究上的一块基石。可是我们知道其中可能有不少错漏之处，在此我谨向读者承担本书一切缺点的责任，而把本书产生的一切成果，归功于全部工作同仁。

陳樹柏 謹識

一九八一年歲末於美國加里福尼亞州
聖他卡勒拉大學。

目 录

序言	i
PREFACE	iv
引论	1

1 图的基本概念

1-1 引言.....	12
1-2 网络图的一般描述.....	12
1-3 基本定义.....	15
1-4 子图运算.....	34
1-5 基本定理.....	40
1-6 同构.....	45
1-7 结语.....	51
参考文献.....	52
习题.....	52

2 图的矩阵表示

2-1 引言.....	57
2-2 邻接矩阵.....	58
2-3 关联矩阵.....	59
2-4 回路矩阵.....	65
2-5 割集矩阵.....	76
2-6 矩阵之间的关系.....	84
2-7 有向图.....	89
2-8 结语.....	96
参考文献.....	97
习题.....	97

3 平面图和对偶图

3-1 引言	103
3-2 平面图和非平面图	104
3-3 对偶图	109
3-4 找对偶图的点法	113
3-5 对偶图矩阵间的关系	115
3-6 平面图和非平面图的判定	117
3-7 结语	125
参考文献	125
习题	126

4 图的算法

4-1 引言	130
4-2 图论中算法的特点	131
4-3 图在电子计算机中的存贮	135
4-4 树的算法与深度优先搜索	139
4-5 生成全部树的算法	147
4-6 图的连通性与可分性	156
4-7 图的平面性与同构性	168
4-8 图论问题中的 NP-完全问题	176
4-9 结语	181
参考文献	182
习题	184

5 电网络方程

5-1 引言	186
5-2 基本方程	187
5-3 辅助方程	198
5-4 回路方程和网孔方程	202
5-5 割集方程和节点方程	213
5-6 网络方程的计算机解法	224

5-7	状态方程	240
5-8	对偶网络	252
5-9	结语	258
	参考文献	260
	习题	261

6 无源网络的拓扑分析

6-1	引言	267
6-2	网络参数的代数表达式	267
6-3	节点导纳行列式 Δ 的拓扑公式	273
6-4	代数余子式 Δ_{ij} 的拓扑公式	278
6-5	单口网络的策动点函数 $Z_d(s)$ 和 $Y_d(s)$	285
6-6	双口网络的 z 参数	289
6-7	双口网络的 y 参数	294
6-8	双口网络的转移函数 $Z_{12}(s)$, $G_{12}(s)$, $Y_{12}(s)$ 及 $\alpha_{12}(s)$	299
6-9	对偶公式——回路阻抗行列式的拓扑公式	304
6-10	计算机辅助分析与 k -树组法	307
6-11	结语	310
	参考文献	311
	习题	312

7 有源网络的拓扑分析

7-1	引言	318
7-2	不定导纳矩阵与伴随有向图	319
7-3	应用有向图的拓扑公式求 Δ	326
7-4	应用有向图的拓扑公式求 Δ_{ij}	334
7-5	线性有源网络的拓扑分析	338
7-6	计算机辅助有源网络拓扑分析	347
7-7	解有源网络的 k -树组法	362
7-8	结语	371
	参考文献	374
	习题	375

8 信号流图和流图法

8-1 引言.....	380
8-2 Mason 流图.....	382
8-3 Coates 图.....	395
8-4 Coates 图的改进.....	405
8-5 图的转换和化简.....	413
8-6 直接从线性网络获得流图.....	419
8-7 线性系统的流图分析.....	424
8-8 结语.....	432
参考文献.....	433
习题.....	434

9 开关网络

9-1 引言.....	441
9-2 基础知识.....	441
9-3 开关网络分析.....	445
9-4 SC 网络与 SC 函数.....	449
9-5 SC 网络综合.....	461
9-6 MC 网络.....	468
9-7 结语.....	473
参考文献.....	474
习题.....	475

10 网络拓扑的其它应用

10-1 引言.....	479
10-2 网络拓扑综合.....	479
10-3 最短路径问题.....	496
10-4 运输网络.....	505
10-5 通讯网络.....	510
10-6 结语.....	518
参考文献.....	518

习题	519
参考文献总目	522
中英名词索引	532
英中名词索引	545
人名索引	559

引 论

自然界和人类社会中的大量事物以及事物间的关系，常可用图形来描述。例如，物质结构，电气网络，城市规划，交通运输，信息传送，工作调配，事物关系等等都可用点和线连接起来的图模拟。研究图的基本概念和性质，图的理论及其应用，构成图论的主要内容。

图论是富有趣味和应用极为广泛的一门学科，例如在电子科学技术领域里，就得到愈来愈多的应用。不仅用在网络的分析和综合，通讯网络与开关网络的设计，而且直接应用于印制电路走线与集成电路布局以及故障诊断与模式识别。在计算机结构设计，编译技术，以及计算机应用方面，都用到图论的知识。

图论通过由点和线组成的图形，构成模拟物理系统的数学模型，并根据图的性质进行分析，提供研究各种系统的巧妙方法。任何一个包含了某种二元关系的系统都可以用图论的方法分析，而且它往往还有形象直观的特点。图论中应用的线形图与几何图不同，每条边均可赋以权（Weight），组成加权图，用来研究系统特性，进行决策分析，确定最优设计，调整经济管理等等。这个“权”可取为一个正的数值，用以表示距离、流量、费用……。通过加权图可以研究电网络、运输网络、通讯网络以及运筹学中的一些重要课题。

总之，图论是研究自然科学，工程技术，经济管理以及社会问题的一个重要工具。本书除介绍图论基本知识外，将着重介绍图论在电网络中的应用。

一、图论简史

图论是拓扑学的一个分支。拓扑学 (Topology) 这个概念最初是由德国数学家 Listing 提出的。图论的发展有一段有趣的历史。

1. 欧拉 (E. Euler) 与哥尼斯堡桥 (Königsberg Bridges)

瑞士数学家欧拉在 1736 年发表了一篇讨论哥尼斯堡七桥难题的论文——“依据几何位置的解题方法”(参阅文献总目[E4]*).



图 1 哥尼斯堡城

* 引论中文献均见参考文献总目。

哥尼斯堡城如图 1 所示。

哥尼斯堡是十八世纪东普鲁士的一个城市(现属苏联,改名为加里宁格勒)。流经该城市区有条河名叫 Pregel, 河中有两个岛, 把市区分成了四块陆地(A, B, C, D), 陆地间有七个桥相通;如图 2(a) 所示。长期以来人们在议论, 能否从任一陆地出发, 走遍七桥而每桥只走一次? 经过多次试验都没有成功。这就是著名的七桥难题。

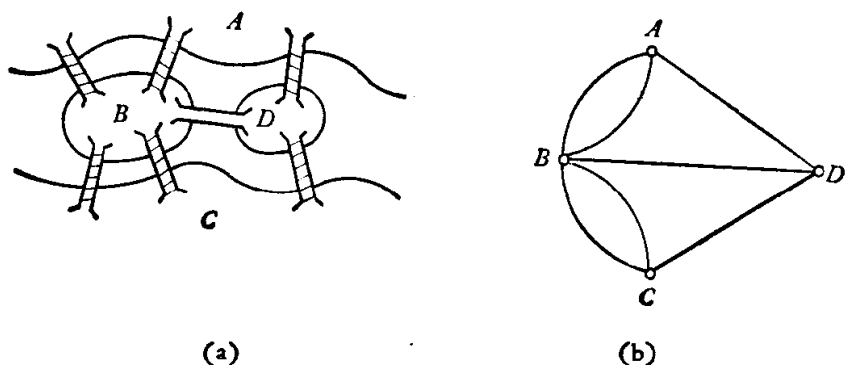


图 2 哥尼斯堡七桥

(a) 示意图; (b) 模拟图

欧拉指出, 七桥难题是无法解决的。他把四块陆地和七个桥用图 2(b) 来表示, 其中顶点代表陆地, 边代表桥。七桥问题则转化为从上图中任一顶点出发, 把图一笔画出来(每条边必须且只能经过一次)。欧拉给出了一个通用判定规则:

(a) 连接奇数个桥的陆地只有一个或超过两个以上时, 不能实现一笔画。

(b) 连接奇数个桥的陆地仅有两个时, 则从两者中任一陆地出发, 可以实现一笔画而停在另一陆地。

(c) 每块陆地都连接有偶数个桥时, 则从任一陆地出发都能实现一笔画, 而回到出发点。

总之, 要想实现一笔画, 图必须是连通的, 每个顶点所关联的边都是偶数, 这时才能回到原出发点。若其中仅有两个顶点的关联边是奇数, 则必须从其中之一出发, 可以走遍所有边而到达另一点, 却回不到原出发点。七桥问题显然不满足实现一笔画的规则。

图 2 (b) 中所有顶点全是奇数顶点，因而不能实现一笔画。后来法国学者应用这个规则于塞纳河 (Seine River) 上的建桥问题。通常把能一笔画出来的路叫欧拉路 (Euler Line*)。欧拉把七桥难题化为一个图论问题，并加以解决，后来人们公认欧拉为图论的创始人。

2. 环球旅行与哈密顿圈 (Hamiltonian Circuit)

1857 年英国数学家哈密顿发明了一种称为 Icosian 的游戏^[H1] (Icosian 是个希腊字，意指 20)。就是在一个画在平面上，有 20 个顶点的图中 (如图 3 (a) 所示)，把所有的 20 个顶点都标上城市名。旅游者从某个城市出发，找一条经过所有城市但只能经过一次的闭合回路，这样的回路称为哈密顿圈，含有哈密顿圈的图称为哈密顿图 (Hamiltonian Graph)。图 3 (b) 为在实心 12 面体上作环球旅行。所谓环球旅行就是寻找哈密顿圈。

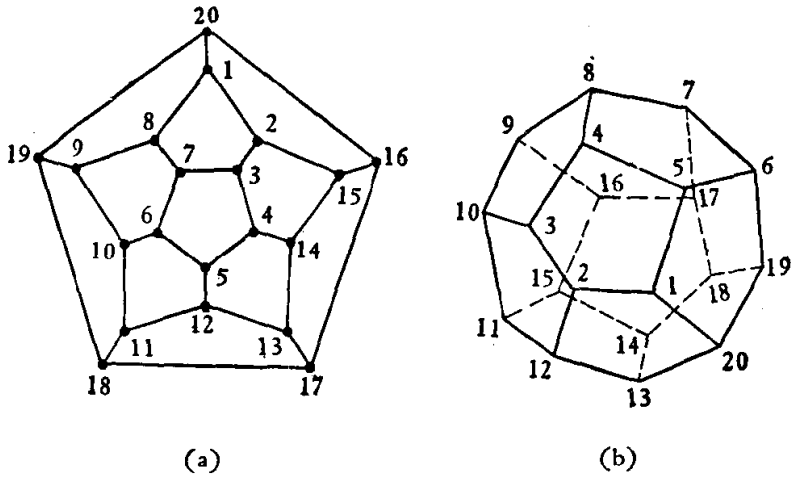


图 3 环球旅行示意图

(a) Icosian 游戏; (b) 实心十二面体

欧拉路与哈密顿圈的区别在于，前者要求找一条路，必须经过图中每条边且只能经过一次，而顶点经过的次数不受限制；后者要求找一条回路经过图中每个顶点，且只经过一次，而边的经过次数

* 有的文献称为 “Euler Trail”。

不受限制,也可以不经过。

3. 克希霍夫 (G. R. Kirchhoff) 与电网络方程

1845 年,克希霍夫提出了电网络中两个最重要的定律,即克希霍夫电压和电流定律 (KVL 与 KCL)。根据这两个定律可以列出一组电网络方程,但是这些方程并不都是独立的。当网络图已知,如何确定独立方程数目?如何列出这些独立方程?克希霍夫根据树的概念发表论文回答了上述问题^[K6]。这是图论发展的一个重要标志。1847 年,克希霍夫在另一篇论文中给出了利用电阻网络中全部树(补树)解回路方程的拓扑公式。在他开创的方法基础上,近三十年来,人们研究出一套完整的拓扑分析方法。

4. 欧拉多面体公式 (Euler's Polyhedral Formula)

1750 年欧拉写给他的友人 C. Goldbach 的信中介绍他发现的凸多面体公式:

$$v - e + f = 2$$

式中 v 、 e 、 f 分别为多面体的顶点数,边数和面数。欧拉公式不仅揭示了多面体顶点、边与面之间的性质,也反映了平面图的顶点、边与网孔之间的关系,可以作为判定一个图是否为平面图的条件。

5. 树 (Tree) 与图 (Graph) 的起源

1857 年英国数学家凯莱 (A. Cayley) 利用树的概念研究有机化合物的分子结构^[C4]。

树是图论中的一个重要概念,它是包含图中全部顶点的连通图,其中没有回路,如图 4 (a) 中粗线所示;如果选一个顶点作为根 (Root),这个树就叫做有根树 (Rooted Tree),见图 4 (b)。

1878 年,凯莱的一位朋友 J. Sylvester 在英国自然杂志 (Nature) 上发表了一篇文章,第一次用到“图”这个名词。

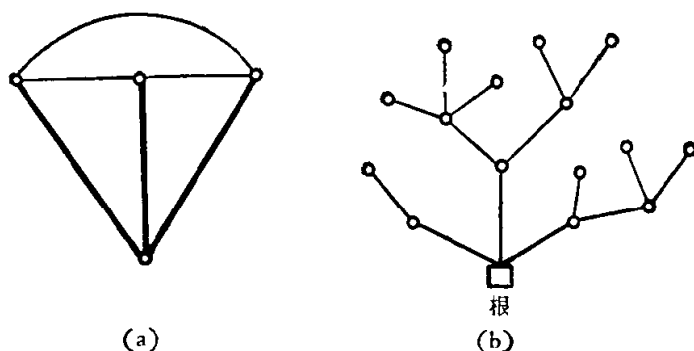


图 4 树和有根树
(a) 树; (b) 有根树

6. 平面图与非平面图问题

相传有个国王，他有五个儿子。他在遗嘱中写着把国土分成五块给儿子，规定各块之间都要有交界线。后来五个儿子又提出在自己分到的领土上都要修一个王宫，并且各王宫之间都要有路直接相通而不能交叉，这个问题能解决吗？

把上述问题化为图论问题就涉及到平面与非平面图的概念。修王宫问题相当于作出一个五个顶点的图，要求每对顶点之间都有一条边连接，而边与边之间在不是顶点处不能相交。这种图称为五个顶点的完备图 (Complete Graph)，用 K_5 来表示，如图 5(a) 所示，它是一个基本非平面图。另一个基本非平面图叫完备二分图 (Complete Bipartite Graph)，用 $K_{3,3}$ 表示，如图 5(b)。

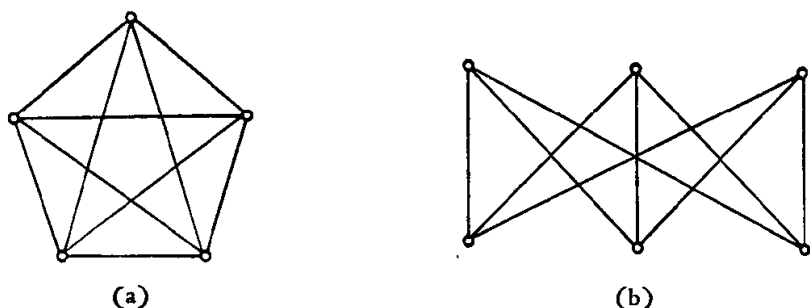


图 5 基本非平面图
(a) 完备图 K_5 ; (b) 二分图 $K_{3,3}$

1930 年，波兰数学家 K. Kuratowski 发表论文对非平面图的

拓扑性质进行研究,提出了 Kuratowski 定理^[K12]. 1932 年,美国青年数学家 Whitney 对平面图与对偶图的性质作了详细探讨,并最早提出秩与零度的定义^[W1],他指出一个图是平面图的充分必要条件是它有对偶图. 他还证明了 K_5 与 $K_{3,3}$ 都没有对偶图.

7. 四色定理 (Four-Colour Theorem)

四色问题起源于对地图的染色. 1852 年,英国人 F. Guthrie 提出,他只需要四种不同颜色,就能使平面地图上任何两个相邻国家的颜色不同. 所谓相邻是指两个国家有一段公共边界. 当时这个问题未引起注意. 1878 年英国数学家凯莱在伦敦数学会上提出四色问题是否有了证明? 他又指出证明的困难所在,这样就引人注目了^[B5].

四色问题化成图论问题就是: 把地图上每个国家用一个顶点表示,如果两个国家相邻就用一条边把对应的两个顶点连起来. 证明只需四种颜色,可使所有相邻顶点有不同颜色,就等于证明了四色问题.

百余年来,四色问题成了数学中著名的难题,一代接一代的著名数学家,都十分感兴趣地致力研究这一问题,而始终未能解决. 1890 年, P. J. Heawood 提出用五种颜色着色就行了. 1969 年 O. Ore 等在有 40 个国家的地图上证明了四色问题. 直到 1976 年,美国 K. Appel, W. Haken, J. Koch 用电子计算机工作了 1200 小时,宣布证明了四色问题^[K8]. 从此四色问题就被称为四色定理了.

图论的第一本专著是匈牙利数学家 O. König 在 1936 年写的《有限图与无限图的理论》^[K9]. 从 1736 年欧拉发表讨论哥尼斯堡桥的论文到 1936 年 König 的专著,这 200 年标志着图论发展的漫长历程^[W2].

二、图论应用进展

图论创始于 1736 年,随后经历了一段半停滞时期. 到了十九