

MATLAB与 SIMULINK 工程应用

Engineering Applications
of MATLAB 5.3
and SIMULINK 3

[法] Mohand Mokhtari Michel Marie 著

赵彦玲 吴淑红 译

孙绍元 审校

- ◆ 过程控制
- ◆ 模糊逻辑
- ◆ 神经网络
- ◆ 信号处理



Springer



电子工业出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

<http://www.phei.com.cn>

MATLAB 与 SIMULINK 工程应用

Engineering Applications of MATLAB 5.3 and SIMULINK 3

Mohand Mokhtari Michel Marie 著

**赵彦玲 吴淑红 译
孙绍元 审校**

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

内 容 简 介

本书主要介绍 MATLAB 与 SIMULINK 的工程应用。全书分为两大部分。第一部分概述基本原理和基础理论,包括模拟和数字控制、连续和离散系统的状态空间描述、模糊逻辑控制、神经网络和自适应滤波等,为第二部分的技术应用打下基础。第二部分是以上理论在过程控制和数字信号处理过程中的技术应用,包括功率放大器、电磁悬浮、烤箱控制、免提电话、导管内的噪声抵消等实例。书中还提供了 MATLAB 的数学工具——TOOLBOXES 和 SIMULINK 的用法,以便快速有效地解决在建模、数模算法中的问题。

本书涉及面较广,是相关技术研究人员、工程师和高校师生应用 MATLAB 解决工程实际问题的实用参考书。

Translation from the English language edition:

Engineering Applications of MATLAB® 5.3 and SIMULINK® 3 by Mohand Mokhtari and Michel Marie

Copyright © Springer-Verlag London Limited 2000

Springer-Verlag is a company in the BertelsmannSpringer publishing group

All rights Reserved

图书在版编目(CIP)数据

MATLAB 与 SIMULINK 工程应用/(法)莫克塔里(Mokhtari, m.), (法)玛丽(Marie, m.)著;赵彦玲,吴淑红译. —北京:电子工业出版社,2002.1

书名原文: Engineering Applications of MATLAB 5.3 and SIMULINK 3

ISBN 7-5053-7090-1

I . M… II . ①莫… ②玛… ③赵… ④吴… III . 计算机辅助计算—软件包, MATLAB、SIMULINK
IV . TP391.75

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 076531 号

书 名: MATLAB 与 SIMULINK 工程应用

书名原文: Engineering Applications of MATLAB 5.3 and SIMULINK 3

著 者: [法]Mohand Mokhtari Michel Marie

译 者: 赵彦玲 吴淑红

审 校 者: 孙绍元

责任编辑: 段 颖

排版制作: 电子工业出版社计算机排版室

印 刷 者: 北京四季青印刷厂

装 订 者: 河北省涿州桃园装订厂

出版发行: 电子工业出版社 <http://www.phei.com.cn>

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

经 销: 各地新华书店

开 本: 787×1092 1/16 印张: 27.75 字数: 670 千字

版 次: 2002 年 1 月第 1 版 2002 年 1 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 7-5053-7090-1
TP·4068

印 数: 5000 册 定价: 38.00 元

版权贸易合同登记号 图字:01-2000-2787

凡购买电子工业出版社的图书,如有缺页、倒页、脱页、所附磁盘或光盘有问题者,请向购买书店调换;

若书店售缺,请与本社发行部联系调换。电话 68279077

译者的话

MATLAB 是 MathWorks 公司于 1982 年推出的一套高性能的数值计算和可视化数学软件,被誉为“巨人肩上的工具”。

MATLAB 的含义是矩阵实验室(MATRIX LABORATORY)。经过十几年的完善和扩充,它已发展成为线性代数课程的标准工具。在美国,MATLAB 是大学生和研究生必修的课程之一。美国许多大学的实验室都安装有 MATLAB,供学习和研究之用。它集数值分析、矩阵运算、信号处理和图形显示于一体,构成了一个方便的、界面友好的用户环境。在这个环境下,对所要求解的问题,用户只需简单地列出数学表达式,其结果便以数值或图形方式显示出来。

MATLAB 中包括被称做工具箱(TOOLBOX)的各类应用问题的求解工具。它可用来求解各类学科的问题,包括信号处理、图像处理、控制系统辨识、神经网络等。随着 MATLAB 版本的不断升级,其所含的工具箱的功能也越来越丰富,因此应用范围也越来越广泛,成为涉及数值分析的各类设计不可或缺的工具。

近年来,随着 MATLAB 和 SIMULINK 及其相关工具箱的不断完善和发展,它们已经成为专家学者和工程技术人员不可缺少的助手。如何在较短的时间内尽可能全面掌握其编程环境及各个工具箱的功能并应用于实践,也越来越成为人们在学习过程中所关心的重点。

本书不同于其他同类书的重要特点在于,它把理论和应用有机地结合起来。本书前半部分是理论,后半部分应用大量的实例来说明理论在实际中的应用。本书既有广度,又有深度,可以说是一本实用性、可读性都较强的参考书。

全书由赵彦玲、吴淑红翻译,孙绍元教授审校。由于时间仓促,加之水平有限,译文中可能有不妥之处,希望读者予以批评指正。

译者
2001 年 10 月

序

近几年来, MATLAB 和 SIMULINK 以及许多相关的工具箱在工程、仿真和数字计算领域得到了广泛应用。它们具有真正的编程环境,为专家学者和学生进行数字计算和动态系统研究提供了无与伦比的强大功能。这些特性又由于卓越的 2D、3D 可视化图形界面的应用而得到了加强。

本书的重要特色在于把理论和应用有机地结合起来。本书的前半部分是理论描述,后半部分研究它在控制和信号处理过程的实际应用。这样的组织方式使任何层次的读者都能够通过实际例子理解理论的重要性,而在研究实例时也能够更清楚地把握其理论结构。

每个应用过程都先研究物理过程的数学模型,然后进行离散化。在这些例子的研究中,向读者展示了 MATLAB 以及 SIMULINK、模糊逻辑、神经网络、信号处理工具箱的强大功能。这种讲授方法能让读者(无论是初学者还是专家)更加清晰透彻地理解这些工具。本书并不仅限于命令框架和状态表示的内容,而且涉及到了模糊逻辑和神经网络领域。作者多年教学经验和相关领域的项目研究使我们能够认识到这些鲜为人知的技术的客观重要性。附录的主要内容是 SIMULINK 两个重要特性的具体例子研究、模块封装和 S 函数建模。模块封装便于提供清晰简捷的子模块,S 函数允许读者通过添加应用于一定领域的附加模块来扩展 SIMULINK 库。许多图片图表的应用便于读者了解这些工具的精确性。

MATLAB 和 SIMULINK 已成为技术人员、工程师和学者公认的参考工具,不断的升级又加强了这些工具的功能。本书广泛地研究了它们的各个方面,因此本书也成为一种新的、有价值的工具箱。

Joël Courtois
Doctor in Computer Science
Manager of EPITA
School of Computer Engineering, Paris

前　　言

MATLAB 是一种高级编程语言。它简单易用且具有强大的计算和可视化功能，并拥有许多应用于特定领域的工具箱，因此广泛应用于科研院所、高等院校及工业企业中。它已经成为工程和科研必不可少的工具。此外，附带的 SIMULINK 工具能够应用图形化模块对模拟、离散或混合系统进行建模和仿真。

本书分为两部分。第一部分是概念和基础理论，第二部分是理论在过程控制和数字信号处理过程中的技术应用。每个实际例子都应用几种技术，包括古典自控、确定性和随机离散信号处理以及模糊逻辑和神经网络。物理过程建模的预备数学研究包括先写出连接输入/输出的方程，然后推导出它们的模拟或离散模型。关于 M 文件的应用，主要集中于 SIMULINK 和 S 函数，在附录中主要讲述这方面的内容。封装 SIMULINK 模块，创建个性库是 SIMULINK 的主要功能之一，在附录中进行了研究。这些涉及到了应用控制系统工具箱、信号处理工具箱、神经网络工具箱、模糊逻辑工具箱的函数和 SIMULINK 模块。

本书适合于科研技术人员、高校师生及工程技术人员阅读。使用者将发现本书是研究和控制动态系统的有力工具，是广大读者的良师益友。

目 录

第1章 模拟和数字控制	(1)
1.1 原理	(1)
1.2 几种主要校正器	(1)
1.2.1 比例校正器	(1)
1.2.2 积分校正器	(2)
1.2.3 微分校正器	(2)
1.2.4 微分反馈校正器	(3)
1.2.5 相位超前校正器	(3)
1.2.6 相位滞后校正器	(5)
1.2.7 PID 控制器	(7)
1.2.8 前馈校正	(11)
1.2.9 PIR 校正器, 纯滞后系统	(11)
1.3 模拟校正器离散化	(12)
1.4 校正系统的稳定性	(13)
1.4.1 一般稳定性条件	(13)
1.4.2 奈奎斯特准则	(14)
1.4.3 离散系统稳定性	(14)
1.5 例子	(15)
1.5.1 应用 MATLAB 函数	(15)
1.5.2 应用 PIR 校正器	(20)
1.6 LQ, LQI, 线性二次项控制	(22)
1.6.1 单变量过程的 LQI 控制	(22)
1.6.2 多变量过程的 LQI 控制	(23)
1.6.3 应用举例	(25)
1.7 RST 控制	(31)
1.7.1 单变量系统	(31)
1.7.2 多变量系统	(33)
1.7.3 应用举例	(33)
第2章 连续系统和离散系统的状态空间描述	(39)
2.1 连续系统的状态空间描述	(39)
2.1.1 启发式方法	(39)
2.1.2 广义状态空间描述	(40)
2.2 离散系统的状态空间描述	(41)
2.2.1 启发式方法	(41)

2.2.2 应用	(42)
2.3 可控性和可观测性	(43)
2.3.1 可控性	(43)
2.3.2 可观测性	(43)
2.4 离散动态系统的状态重构	(44)
2.4.1 确定性过程的闭环估计	(44)
2.5 状态反馈控制	(45)
2.6 例子	(46)
2.6.1 有积分环节过程的状态反馈控制系统	(46)
2.6.2 无积分环节过程的状态反馈控制系统	(52)
2.6.3 离散系统的极点配置	(59)
2.7 卡尔曼滤波器	(62)
2.8 随机离散卡尔曼预测器	(71)
第3章 模糊逻辑控制	(76)
3.1 基本原理	(76)
3.2 模糊调节器的实现	(77)
3.2.1 模糊化	(77)
3.2.2 推理阶段	(77)
3.2.3 去除模糊化	(79)
3.3 模糊逻辑工具箱的图形界面	(82)
3.4 用模糊工具箱命令创建模糊系统	(87)
3.4.1 输入输出变量的模糊化	(87)
3.4.2 模糊规则编辑	(89)
3.4.3 去除模糊化	(95)
3.4.4 在控制律中应用调节器	(96)
3.5 在 SIMULINK 中应用模糊调节器	(101)
3.6 Sugeno 方法	(104)
3.6.1 用图形界面实现模糊调节器	(104)
3.6.2 用工具箱命令实现模糊调节器	(111)
第4章 神经网络	(119)
4.1 简介	(119)
4.2 线性自适应神经网络	(120)
4.2.1 结构	(120)
4.2.2 训练算法	(120)
4.2.3 应用领域	(121)
4.3 含有隐层的神经网络,误差反向传播	(132)
4.3.1 原理	(132)
4.3.2 传递函数	(133)
4.3.3 BP 算法	(136)

4.4 逆模式神经网络控制	(138)
4.4.1 第一层网络结构	(138)
4.4.2 第二层网络结构	(151)
4.5 信号预测	(172)
第5章 自适应滤波	(177)
5.1 自适应滤波原理	(177)
5.2 梯度算法,LMS 准则	(179)
5.2.1 自适应梯度 δ 的选择	(179)
5.2.2 自适应速度,滤波器时间常数	(180)
5.3 递推最小二乘算法,严格最小二乘算法	(180)
5.4 LMS 自适应滤波器应用举例	(183)
5.4.1 自回归过程的自适应预估器	(183)
5.4.2 消除干扰	(186)
5.4.3 从噪声中提取信号	(192)
5.5 RLS 自适应滤波器应用举例	(199)
5.5.1 从噪声中提取信号	(199)
应用 1 功率放大器	(208)
1.1 放大器介绍	(208)
1.2 放大器的特性	(210)
1.3 有晶体管级反馈的放大器	(213)
1.4 相位滞后校正放大器	(216)
1.5 超前相位校正反馈放大器	(220)
应用 2 电磁悬浮	(223)
2.1 过程模型	(223)
2.1.1 用线圈电流 I 和气隙 e 表示的吸引力 F 表达式	(223)
2.1.2 工作点 $e(t) = e_0$ 附近过程的线性化	(224)
2.1.3 过程传递函数	(224)
2.2 电流放大器控制系统	(226)
2.3 $x(t)$ 位置控制系统的连续和离散模型	(228)
2.4 $x(t)$ 数字随动控制	(231)
2.5 使用模糊调节器	(235)
2.5.1 变量模糊化	(236)
2.5.2 推理规则定义	(237)
2.5.3 输出解模糊	(238)
应用 3 具有反转摆的小车	(244)
3.1 具有 2 个自由度的系统模型	(244)
3.1.1 移动时的系统动能	(245)
3.1.2 系统势能	(245)
3.1.3 根据自由度 $q(t) = \theta(t)$ 的拉格朗日方程	(245)

3.1.4 根据自由度 $q(t) = x(t)$ 的拉格朗日方程	(246)
3.1.5 操作点附近的线性模型	(246)
3.2 线性过程状态模型	(246)
3.3 离散模型的版本与检测	(247)
3.4 角位置 $\theta(t)$ 的模糊调整	(254)
3.4.1 输入模糊化, 隶属函数定义	(255)
3.4.2 推理规则定义, 非模糊化	(257)
3.4.3 获得模糊控制	(260)
3.5 位置 $x(t)$ 和角度 $\theta(t)$ 的模糊控制	(265)
3.5.1 输入模糊化, 隶属函数	(266)
3.5.2 推理规则定义, 非模糊化	(268)
3.5.3 获得模糊控制	(271)
3.6 系统的图解显示	(276)
应用 4 烤箱控制	(281)
4.1 烤箱模型	(281)
4.2 具有零极点补偿的积分控制	(285)
4.3 烤箱的离散状态表示	(287)
4.4 具有积分的状态反馈控制	(291)
4.5 使用卡尔曼重构	(295)
4.6 LQ 二次线性控制	(298)
4.7 神经元逆模型控制	(300)
应用 5 具有悬挂物的移动高架吊车	(308)
5.1 具有 2 个自由度的移动高架吊车模型	(308)
5.1.1 系统移动时的动能	(308)
5.1.2 系统的势能	(309)
5.1.3 在 $q(t) = \theta(t)$ 自由度下的拉格朗日方程	(309)
5.1.4 在 $q(t) = x(t)$ 自由度下的拉格朗日方程	(309)
5.1.5 操作点附近的线性模型	(309)
5.2 系统的传递函数	(310)
5.2.1 开环过程的阶跃响应	(310)
5.2.2 模型的建立与检测	(311)
5.3 $\theta(t)$ 角位置的调节	(314)
5.4 吊车位置 $x(t)$ 和角 (t) 的调节	(316)
5.5 状态空间模型	(319)
5.5.1 离散状态空间模型	(322)
5.5.2 Luenberger 状态观测器	(325)
5.5.3 过程的状态空间控制	(331)
5.5.4 加入积分修正	(335)
5.6 移动高架吊车的图形制作	(340)

5.7 吊架的模糊控制	(342)
5.8 RST 和 LQI 控制器	(350)
5.8.1 吊架的离散模型	(350)
5.8.2 RST 控制规则	(352)
5.8.3 吊车位置的 LQI 单变量控制	(359)
应用 6 免 提 电 话	(363)
6.1 用 MATLAB 指令编制学习机	(363)
6.2 在 SIMULINK 模型中使用 S 函数	(366)
应用 7 传 输 线 上 的 回 声 抵 消	(370)
7.1 传 输 线 模 型	(370)
7.2 LMS 滤 波 , S 函 数 lms1	(371)
7.3 RLS 滤 波 , S 函 数 rls1	(375)
应用 8 导 管 内 的 噪 声 抵 消	(378)
8.1 导 管 模 型	(378)
8.2 LMS 滤 波 , S 函 数 lms2	(379)
8.3 RLS 滤 波 , S 函 数 rls2	(385)
8.4 复合噪声滤波	(389)
应用 9 对 称 二 进 制 信 道 的 均 衡	(392)
9.1 随 机 二 进 制 序 列 的 产 生	(392)
9.2 色 散 信 道	(394)
9.3 对 称 信 道 均 衡 器	(397)
9.4 使用 SIMULINK	(404)
9.4.1 S 函 数 , 传 输 信 道	(404)
9.4.2 S 函 数 , lms 型 自 适 应 均 衡 器	(405)
9.4.3 仿 真 结 果	(406)
附 录 A SIMULINK 3 的 S 函 数	(410)
A.1 SIMULINK 3 的 S 函 数 功 能 原 理	(410)
A.2 仿 真 的 不 同 阶 段	(410)
A.3 通 过 M 文 件 调 用 产 生 S 函 数	(411)
A.4 通 过 C MEX 文 件 调 用 产 生 S 函 数	(417)
附 录 B 在 SIMULINK 3 中 对 一 组 块 进 行 封 装	(420)
B.1 衰 减 正 弦 信 号 发 生 器	(420)
B.2 伪 随 机 二 进 制 序 列 发 生 器 (PRBS)	(426)

第1章 模拟和数字控制

1.1 原理



图 1-1 系统结构框图

综合应用各类校正器的目的主要有：

- 提高速度；
- 减小由干扰引起的振幅；
- 消除位置误差；
- 使原本不稳定的过程稳定。

1.2 几种主要校正器

1.2.1 比例校正器

比例校正器取决于一个简单的常量 K ，表达式为：

$$C(p) = K$$

$$U(p) = K\varepsilon(p)$$

选择一个静态增益为 T_0 、时间常数为 τ 的一阶过程：

$$T(p) = \frac{T_0}{1 + \tau p}$$

其闭环传递函数如下所示：

$$\text{CLTF} = \frac{S(p)}{S_c(p)} = \frac{T(p)C(p)}{1 + T(p)C(p)} = \frac{KT_0}{1 + \tau p + KT_0}$$

或

$$\text{CLTF} = \frac{T'_0}{1 + \tau' p}$$

其中

$$\begin{cases} T'_0 = \frac{KT_0}{1+KT_0} \\ \tau' = \frac{\tau}{1+KT_0} \end{cases}$$

闭环系统阶次没有改变，其时间常数与 K 成反比。

如果 $KT_0 \gg 1$ ，那么位置误差和过程控制量将趋向于零，控制量很快达到饱和点，限制了校正器单独应用的可能性。

1.2.2 积分校正器

积分校正器表达式为：

$$C(p) = \frac{1}{T_i p}$$

与比例校正器不同，这种校正器能够消除位置误差而控制量不饱和。仍以前面的一阶过程为例，闭环传递函数如下所示：

$$\text{CLTF} = \frac{T_0}{T_i p(1+\varphi p) + T_0} = \frac{1}{1 + \frac{T_i}{T_0} p + \frac{T_i \tau}{T_0} p^2}$$

其闭环系统的阶次比过程阶次增加了一阶，没有位置误差。该闭环系统等价于一个具有如下自然振荡频率和阻尼比的二阶系统：

$$\begin{aligned} \omega_n &= \sqrt{\frac{T_0}{T_i \tau}} \\ \xi &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{T_i}{T_0 \tau}} \end{aligned}$$

默认 T_i 和过程主要时间常数 τ 为同一个数量级。

1.2.3 微分校正器

微分校正器表达式为：

$$C(p) = T_d p$$

由于微分作用考虑了误差 $\varepsilon(t)$ 的变化方向和速度，故这种校正器经常和比例校正器一起使用，表达式为：

$$C(p) = K(1 + T_d p)$$

仍以同样的一阶过程为例，其闭环传递函数为：

$$\begin{aligned} \text{CLTF} &= \frac{T_0 K (1 + T_d p)}{T_0 K (1 + T_d p) + 1 + \varphi p} \\ \text{CLTF} &= \frac{T_0 K}{1 + T_0 K} \times \frac{1 + T_d p}{1 + \left(\frac{\tau + T_0 K T_d}{1 + T_0 K} \right) p} \end{aligned}$$

即

$$CLTF = T_0' \left(\frac{1 + T_d p}{1 + \tau' p} \right)$$

其中

$$\begin{cases} T_0' = \frac{T_0 K}{1 + T_0 K} \\ \tau' = \frac{\tau + T_0 K T_d}{1 + T_0 K} \end{cases}$$

如果 $T_0 K \gg 1$, 那么

$$\begin{cases} T_0' \approx 1 \\ \tau' \approx \frac{\tau}{T_0 K} + T_d \end{cases}$$

这类校正器可提高系统的稳定性和速度。

1.2.4 微分反馈校正器

这类校正器的缺陷是误差微分放大了干扰信号的噪声。为避免这一缺陷, 可以考虑测量输出的微分形式。系统结构框图如图 1-2 所示。

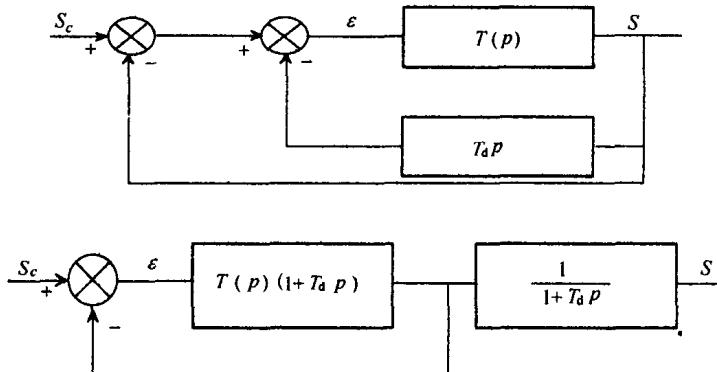


图 1-2 系统结构框图

该系统采用一个闭环的比例微分校正器和一个环外的延迟环节:

$$\frac{1}{1 + T_d p}$$

这个延迟环节的作用是使暂态响应变慢。这类校正器常用在转速计反馈中。

1.2.5 相位超前校正器

相位超前校正器表达式为:

$$C(p) = \frac{1 + a\tau p}{1 + \tau p}$$

其中

$$a > 1$$

这类校正器可以解释为一个比例微分校正器 $(1+a\tau p)$ 乘以一个时间常数为 τ 的惯性环节 $\frac{1}{(1+\tau p)}$ 。

当频率

$$\omega_M = \frac{1}{\tau\sqrt{a}}$$

得到最大相位超前角

$$\phi_M = \arcsin\left(\frac{a-1}{a+1}\right)$$

在高频范围内的最大振幅 $C_M = a$ 。

例子: $a=2$; $\tau=0.01$

advance.m file

```
% Phase lead corrector
w=1:1000;
a=2;
tau=0.01;
C=(1+a*tau*j*w)./(1+tau*j*w);
disp(['Max. angle =' num2str(asin((a-1)/(a+1)))] );
disp(['frequency w_m =' num2str(1/(tau*sqrt(a)))] );

Max. Angle = 0.33983
Frequency w_m = 70.7107

figure(1);
semilogx(w,abs(C));
title('Phase lead corrector module');
xlabel('Frequency in rad/s');
ylabel('Module'), figure(2);
semilogx(w,angle(C));
title('Phase lead corrector argument');
xlabel('Frequency in rad/s'), ylabel('Phase in rad');

[phimax,wmax]=max(angle(C));

disp(['Max. angle =' num2str(phimax)]);
disp(['Frequency w_m =' num2str(wmax)]);

Max. angel=0.33983
Frequency w_m=71
```

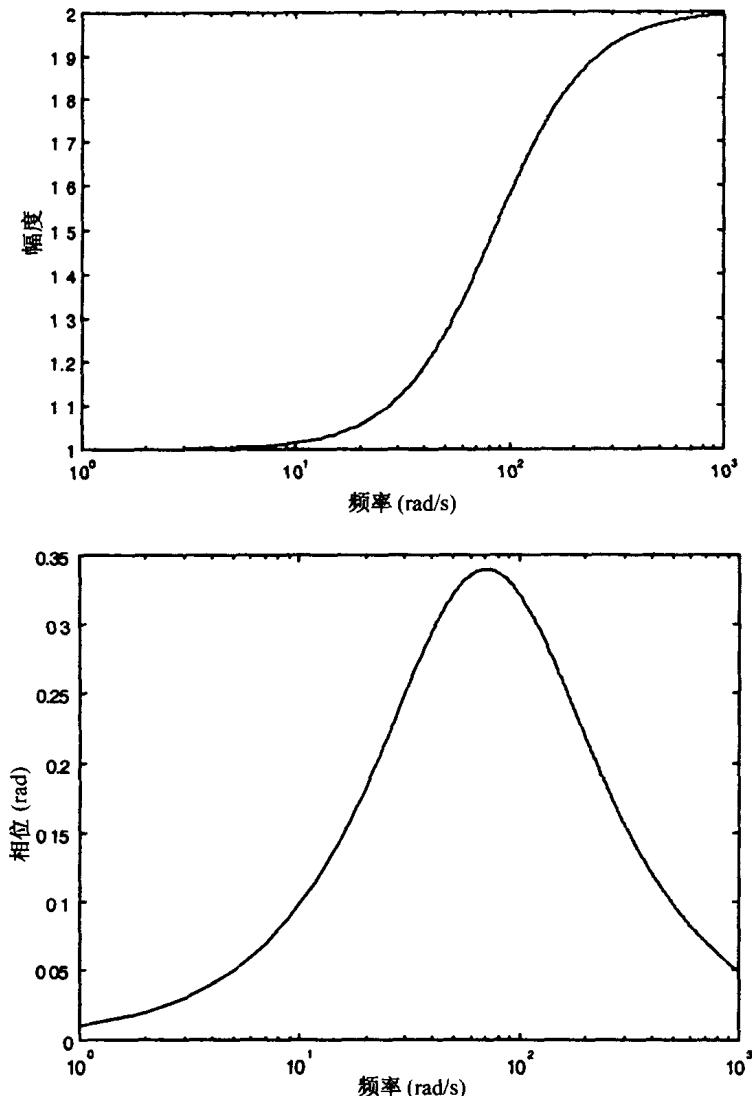


图 1-3 相位超前校正器的幅频特性和相频特性

这类校正器加宽系统的频带，因而提高了速度。把最大相位超前角调整到截止频率邻域，可以提高稳定性，产生的作用类似于微分。

1.2.6 相位滞后校正器

相位滞后校正器的表达式为：

$$C(p) = \frac{1 + \varphi p}{1 + \alpha \varphi p}$$

其中 $\alpha > 1$ 。

这类校正器的波特图和相位超前校正器的波特图对称。

当频率

$$\omega_M = \frac{1}{\tau \sqrt{\alpha}}$$

得到最大相位滞后角

$$\phi_M = -\arcsin\left(\frac{a-1}{a+1}\right)$$

在高频范围内的最小振幅 $C_M = \frac{1}{a}$ 。

例子: $a=2$; $\tau=0.01$

delay.m file

```
% Phase lag corrector
w=1:1000;
a=2;
tau=0.01;
C=(1+tau*j*w)./(1+a*tau*j*w);
disp(['Max. delay =' num2str(-asin((a-1)/(a+1)))]);
disp(['Frequency w_m =' num2str(1/(tau*sqrt(a)))]);

Max. Delay = -0.33984
Frequency w_m = 70.7107

figure(1);
semilogx(w,abs(C));
title('Phase lag corrector modulus');
xlabel('Frequency in rad/s');
ylabel('Modulus');
figure(2);
semilogx(w,angle(C));
title('Phase lag corrector argument');
xlabel('Frequency in rad/s');
ylabel('Phase in rad');
[phimax,wmax]=min(angle(C));
disp(['Max. delay =' num2str(phimax)]);
disp(['Frequency w_m =' num2str(wmax)]);

Max. angel=-0.33983
Frequency w_m=71
```