

相似工程学

周美立 著



机械工业出版社

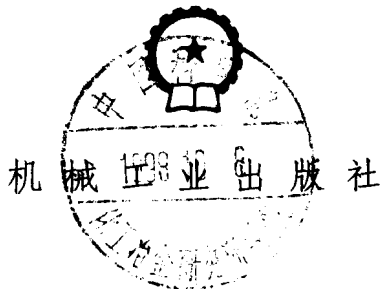
51.742

356

相似工程学

周美立 著

31591/02



相似工程学是运用自然界相似规律和相似分析的方法,处理一切与相似有关的科学实验和工程技术问题,寻求工程实践效果优化的一门新学科。本书内容包括:相似学原理的应用、相似系统理论与实践、相似分析、相似模拟、相似系统设计、相似制造工程、相似虚拟技术、相似管理工程、仿生智能工程、生态相似工程、社会系统相似工程等方面实践应用的原理与方法。

书中内容集国内外相似性研究之大成,融科学性、思想性和实用性于一体,重在实践应用。可供系统工程、管理工程、机械工程、工业工程、信息工程、生物工程、生态工程、社会学等多学科领域中的科技、教学和管理人员阅读参考,还可作为大专院校相关专业的教学参考书。

图书在版编目 (CIP) 数据

相似工程学/周美立著.-北京:机械工业出版社,1998.5
ISBN 7-111-06140-3

I. 相… II. 周… III. 相似性理论-应用-工程技术 IV.
TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (98) 第 02344 号

出版人:马九荣(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)
责任编辑:王虹 版式设计:张世琴 责任校对:李汝庚
封面设计:方芬 责任印制:王国光
北京交通印务实业公司印刷·新华书店北京发行所发行
1998 年 6 月第 1 版第 1 次印刷

850mm×1168mm¹/₃₂·14 印张·3 67 千字

0 001-2 500 册

定价:25.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

前 言

在科学史上，无数科学发现的事实表明，相似的启示是科学创新之桥梁。大量工程技术实践证实，相似规律的运用，是实现工程系统经济、优化的捷径。

相似学对相似性的认识，打破了宏观与微观、生命与非生命以及不同学科领域的界限，揭示出支配相似本质原理的一致性。相似学原理阐明了相似性形成原理和演变规律。相似系统分析与度量方法已将相似程度与支配相似本质规律的共同性程度相关联，为各种工程实践中相似规律的应用提供了理论基础。

近年来，相似学和相似系统理论体系进一步得到了发展，在科学研究和工程实践上已呈现出重要的科学意义和广阔的应用前景。目前，相似学已在相似系统工程、相似模拟、人工智能、机械工程、管理工程、生物学、生命科学等多个学科领域中得到应用，进而发展为新的学科分支——相似工程学。

目前，相似工程学所面临的问题是，相似学理论怎样应用？怎样实施相似工程？我希望通过本书的介绍，读者能够对如何运用相似学的基本原理和方法，解决科学实验和工程技术问题有一个基本了解。如何运用相似规律，探索自然界未知的相似奥秘，增加人类认识自然的理性知识；如何将自然系统的经济优化原理应用于组织管理和工程实践；如何将一个系统的成功经验与方法，应用于另一个系统中去。进而，通过实施相似工程，寻求工程实践效果的经济优化，以造福于人类。

我希望通过有效运用相似规律和相似方法，能给读者一种有益的启示，以使他们能将各自领域中出现的种种复杂问题加以简单化，进行相似处理，以实现最佳的工作效果。同时，我们在共同研究和应用过程中，促进相似工程学的发展和完善。

在阅读本书的过程中，希望读者时时刻刻注重相似性和简单性，不要在复杂性和多样化的“雾海”中迷失方向。要善于从复杂性和多样性中找出简单性和相似性的一面，尤其是支配相似性的统一原理，运用相似规律，实施相似工程。

在本书的写作和出版过程中，得到了中国航天工业总公司710研究所副所长、中国系统工程学会副理事长于景元教授，中国工程院院士、机械工业部第六设计院名誉院长郭重庆教授，机械工业部机械科学研究院院长李健高级工程师和中国机械工程学会成组技术研究会副理事长、北京理工大学王志博教授的帮助和推荐。在此，谨向他们表示衷心的感谢。

另外，与该书相关内容的研究先后得到过安徽省软科学基金项目：“相似系统理论在科技生产管理中应用研究”；机械工业部教育司科技基金项目：“相似系统建模与设计原理的研究”；机械工业技术发展基金项目：“新型企业组织研究”的支持，在这里对支持、关心研究工作的各位领导和各位专家表示深切的谢意。

在本书写作过程中，一直得到了我的妻子郭春荣副研究员的帮助，几次抄写和整理书稿。她为本书的写作付出了辛勤的劳动。

作者深感由于水平有限，书中难免有不妥或错误之处，欢迎各方面的专家和广大读者帮助指正。

周美立

1997年10月于安徽合肥

目 录

前言

| | |
|----------------------------|-----|
| 第一章 相似工程学概论 | 1 |
| 第一节 相似性概念 | 1 |
| 第二节 相似类型 | 3 |
| 第三节 考察相似的方法 | 17 |
| 第四节 相似科学 | 19 |
| 第五节 相似系统工程 | 22 |
| 第六节 相似工程学 | 29 |
| 第二章 相似学原理及其应用 | 31 |
| 第一节 序结构原理及应用 | 31 |
| 第二节 信息原理及应用 | 41 |
| 第三节 共适应原理及应用 | 54 |
| 第四节 支配原理及应用 | 68 |
| 第三章 相似分析 | 75 |
| 第一节 相似分析概述 | 75 |
| 第二节 序结构相似分析 | 76 |
| 第三节 相似特性分析 | 81 |
| 第四节 精确相似性分析 | 85 |
| 第五节 可拓——模糊相似分析 | 98 |
| 第四章 相似元 | 101 |
| 第一节 相似元的概念 | 101 |
| 第二节 相似元的构造方法 | 104 |
| 第三节 相似元的数值方法 | 114 |
| 第四节 相似元的动态分析 | 124 |
| 第五章 相似系统 | 127 |

| | | |
|------------|---------------------|------------|
| 第一节 | 相似系统概述 | 127 |
| 第二节 | 相似系统分析 | 130 |
| 第三节 | 系统间相似要素分析 | 132 |
| 第四节 | 相似系统度量 | 136 |
| 第五节 | 相似系统的动态分析 | 147 |
| 第六节 | 相似与相异关系分析 | 152 |
| 第六章 | 相似模拟 | 155 |
| 第一节 | 相似模拟概述 | 155 |
| 第二节 | 相似模拟理论与方法 | 161 |
| 第三节 | 物理模拟 | 170 |
| 第四节 | 数学模拟 | 185 |
| 第五节 | 动态模拟 | 188 |
| 第六节 | 计算机模拟 | 195 |
| 第七节 | 相似模拟的可信度分析 | 202 |
| 第八节 | 相似模拟新途径 | 204 |
| 第七章 | 相似系统设计 | 210 |
| 第一节 | 相似设计概述 | 210 |
| 第二节 | 相似系统设计原理 | 213 |
| 第三节 | 相似特征设计 | 218 |
| 第四节 | 相似系列化设计 | 224 |
| 第五节 | 相似单元化设计 | 238 |
| 第六节 | 机械系统相似设计 | 246 |
| 第七节 | 工程系统相似设计 | 257 |
| 第八节 | 人机系统相似设计 | 264 |
| 第八章 | 相似制造工程 | 271 |
| 第一节 | 相似制造工程的概念 | 271 |
| 第二节 | 成组相似工程 | 272 |
| 第三节 | 相似单元制造 | 277 |
| 第四节 | 相似制造工程的新模式 | 285 |
| 第五节 | 单元共适应制造系统的集成 | 298 |

| | |
|--------------------------|-----|
| 第九章 相似虚拟技术 | 303 |
| 第一节 相似虚拟技术的概述 | 303 |
| 第二节 虚拟制造 | 305 |
| 第三节 虚拟企业 | 312 |
| 第十章 相似管理工程 | 320 |
| 第一节 相似管理的基本思想 | 320 |
| 第二节 相似单元管理 | 325 |
| 第三节 单元共适应管理系统 | 329 |
| 第四节 单元自组织管理系统 | 333 |
| 第五节 相似管理系统 | 339 |
| 第六节 自相似管理系统 | 348 |
| 第七节 生态型企业的组织管理 | 354 |
| 第八节 社会系统相似工程 | 371 |
| 第十一章 仿生智能工程 | 377 |
| 第一节 仿生学 | 377 |
| 第二节 人工智能 | 387 |
| 第三节 生物基因型产品信息系统 | 393 |
| 第十二章 相似探索工程 | 404 |
| 第一节 生物系统相似工程 | 404 |
| 第二节 生命系统有序活动中的信息作用 | 412 |
| 第三节 生态相似工程 | 416 |
| 参考文献 | 434 |

第一章 相似工程学概论

第一节 相似性概念

相似性在各个学科领域和人们日常生活中是一个常见的现象。然而，究竟什么是相似，至今，不同人从不同角度有各自的见解。相似系统理论认为，任何事物都具有一定的属性和特征，以下简称为特性。当事物间存在共有特性，而刻画其特征值可能有差别时，则称事物间共有的特性为相似特性。当事物间存在相似特性时，便可说该事物间存在相似性。相似特性的外部表现形式常说成相似现象^[1]。

显然，上述的共有特性和相似特性与哲学上的共性、相似性有联系，也有区别。不同的是哲学上的共性注重与个性相对的辩证统一，相似性注重相同与相异的辩证统一。相似系统理论中的共有特性主要是指系统间共同存在某些具体属性和特征，相似性是建立在系统间共有特性的基础上的特征相似。在科学研究和工程实践中，相似性易于通过对系统特性的识别分析，获取特征值。

在相似系统理论中，相似已不完全是接近相同的意义，它不仅用语言描述事物间客观存在特性相似，而且基于特征值可度量相似程度大小。相似程度大小的数值，用相似度表示，记为 Q 。相似度“ Q ”值域为 $0 \leq Q \leq 1$ ^[2]。 $Q = 1$ 表示两事物特性相同； $Q = 0$ ，表示两事物一切特性都不同； $0 < Q < 1$ 之间数值大小反映出事物相似程度的大小^[3]。显然，相同和相异是相似的两个极端^{[4][5]}。

在度量相似时，不仅要注意相似，更要注重差异。正因为不同系统间特征数量有差别，特性的特征值有差别，才用“相似”

来描述，否则就可用相同来描述。因此，在研究相似性时，还应注意重复复杂性和差别^[6]。

从系统科学看来，一个组织、一个生物、一个企业、一部汽车、一条生产线都是系统。产品设计、制造、管理都处于有机联系的整体系统之中。因而，事物可视为系统，事物之间的相似性是系统之间的相似性。系统间各种要素和特性形成系统间整体相似，称系统相似。相似系统理论认为：相似的实质是系统间客观存在的属性和特征的相似。当系统间存在相似特性时，我们说系统间存在相似性。

究其根源，相似性反映特定事物间的属性和特征的共同性和差异性。什么是属性？属性一般指实体本质方面的特性。例如，运动是物质系统的根本属性之一。通常，实体系统具有多个属性。宇宙中一切有质量的物体都存在互相吸引，这是因为重力是一切有质量物体的共有的本质属性。在生物学中，水稻、小麦、大豆、松树、桃树、马、牛、羊等动植物都需要水分，水是它们的组成部分和必要的生存条件，为其共有的本质属性。

什么是特征呢？一般而言，特征指一事物区别于他事物的特别显著的征象、标志。例如，圆柱体、球具有圆形特征。人体的器官、骨骼、车轮、机器中的轴及树干都具有圆形特征。各种建筑物具有矩形或圆形特征。

显然，相似性与事物间特性的共同性和差异性相关。例如，宏观的天体和微观的粒子都存在自旋角动量和轨道角动量的特性，同时，其自旋角动量和轨道角动量数值不等。这说明了在宏观天体系统和微观粒子系统之间存在相似性^[7]。太阳系中的行星都在自转和绕日公转，且具有同向性、近圆性和共面性的共有特征。但不同行星的自转和公转周期有别，运动速度不等。因而，不同行星之间存在相似性。

在不同的生物有机体系统间，人们常发现很多共有的特性。这些特性往往在空间尺度上、时间间隔上、物理状态和化学组分上不尽相同，从而在不同生物之间存在相似性。例如，猿身上每

一特征在人身上都有体现，其差别只是各部分的比例大小不同。很多生物都有活动节律，但是，其节律发生的方式、时间长短、功能强弱并不完全一致。各种高等动物和人体中都有结构、功能相似的脏器，呈现出相似性。

通过对不同物种细胞色素 C 的化学结构的测定，揭示出不同生物间的相似性^[8]，且相似程度不等。黑猩猩和人的细胞色素 C 中氨基酸全部相同，猕猴和人有一个不同，鲸和人有 10 个不同，小麦和人的氨基酸的不同数目为 35 个。这说明了不同生物有机体系统间存在相似特性。

几何学中的圆是相似图形，两个圆的半径分别为 R_1 和 R_2 。当 $R_1 \neq R_2$ 时，两个圆大小不等，即其存在相似性。对于圆，当取不同的半径时，其相似程度不等。当且仅当 $R_1 = R_2$ 时，两圆等同，这是相似的特例——相同。同理，对于相似三角形和相似多边形，首先是存在相同的几何特征，再者因空间尺度大小不等，呈现出相似性，而且可用空间几何尺寸来度量其相似程度。

上述相似性概念，适用于任何学科领域和事物。我们可通过对系统的具体属性或特征的观察，找出系统间存在的相似特性，实现相似大小的度量，阐明相似性的形成原理与演变规律，使我们获得对相似性的正确认识。

第二节 相似类型

一、一般相似

一般相似是指广义上的事物间普遍存在的相似。它包括自然科学、社会科学、工程技术中各种系统特性相似，各种政治、经济、法律、宗教、科技体系间的相似，及各种概念、哲理、形式的相似，处理事物的方法、方式相似，以及事物发展过程中的静态、动态的相似等等。例如，在生态学中的动物种群中有首领和等级分工特征与人类社会中有组织领导、社会分工的相似性；世界各国社会发展过程的相似，很多历史事件发生过程和处理方式的相似；不同人和组织对很多事物看法和处理方式的相似，不同

国家和地区间经济体系的相似；汉字由“横一，竖丨，撇丿，捺㇏，点丶等基本笔画组合与英文由 a, b, c ……26 个字母组成单词的方法相似；现在的汉语拼音的方法与英语拼音的方法更加相似；机械工程中组合设计、成组技术、电子工程中的组装与土、木工程中组合装配施工的相似；各种机电工业产品和轻纺产品的设计、制造、销售有机联系为一个系统，生产过程存在的相似。这些处理问题的方法相似都属一般相似，反映出不同现象本质联系的相似性。

二、具体相似

具体相似是指系统间具体属性和特征的相似。它主要包括系统结构的相似、功能相似、信息作用的相似、行为相似、几何特征相似、物理特征相似、化学特征相似及生物学特征的相似等等。例如，在天体系统中，行星间自转运动的相似性，轨道运动相似性，磁场特性相似性；在生物系统中，动物与人之间的组织结构相似，对应器官功能相似，形态特征相似，生态习性相似，信息获取和处理方法相似等；在工程技术系统中，机器之间的几何形状相似，结构相似，运动形式相似，受力状态相似，控制方法相似，以及机器与人之间存在的结构、功能及信息控制过程等多种相似，都为具体相似。

一般而言，由于系统特性的复杂性，对复杂系统的特性分析常用定性与定量相结合^[9]。相似性分析是建立在系统特性基础上的。因此，对相似性处理方法是定性分析与定量计算相结合。对于具体相似可以进行定量计算，实现相似度量。对于一般相似目前主要是定性分析为主，以定性分析与定量计算相结合。

三、自然相似

根据相似性是自然形成，还是人工实现，分自然相似和人工相似。自然相似是指自然系统间的相似性。例如，天体系统中行星间的相似性，恒星之间的相似性，太阳系与原子系统间的相似性；生物系统中动物之间的相似性；植物之间的相似性，人与人之间相似，以及人同动、植物之间的相似性，都为自然相似。自

然相似是在系统演化过程中形成的，是自然理性的表现。

四、人工相似

人工相似主要指依靠人的创造性活动，在各种人造系统间或人造系统与自然界系统间实现相似性。例如，不同企业组织管理系统间的相似，工程技术系统中的供水与供电系统的相似，不同型号汽车之间相似，不同型号飞机之间的相似，轮船之间相似，自行车之间相似，不同建筑风格的楼房之间相似，各种型号电视机之间的相似，以及仿生机械系统与生物系统间的相似都是人工相似。值得注意的是，人工相似中也含有某些自然相似的特征，因为任何一个好的人造系统都要遵从自然规律。

五、他相似

不同类型系统间的相似性称为他相似。世界上存在着各种各样的具体系统，如天体系统、粒子系统、生物系统和生态系统等自然系统。在工程技术中，有不同的机械系统、电子系统，还有很多不同类型的管理系统等等。系统有等级性或称层次性，在同一层次内可能存在众多不同类型系统。如生物系统中某一层次上有不同类型子系统，各种不同的植物系统、动物系统、微生物系统。植物系统中不同物种，如柳树、桃树都是不同的系统。柳树和桃树的叶子存在着相似的形状，这是不同系统间呈现的相似特性。动物系统中不同的物种，如马和狮也是不同类型的系统。但是它们之间存在着很多相似特性。例如，它们都有内脏，而且其结构与功能相似，都要进行呼吸和循环的新陈代谢过程。在太阳系中，不同类型的行星系统间存在行星、卫星，它们都有以行星为核心的结构，卫星绕行星运动等很多相似特征。这表明：不同类型系统间存在相似特性。

在工程技术中，不同类型机械系统间的特性相似性，不同型号产品系统间的相似性，机械系统同电系统间的相似性，供水、供电、供气系统间的相似性；在社会科学和管理科学中，国家之间的相似性，省、市之间相似性，乡镇之间相似性，学校之间相似性，以及工厂间的相似性等等，都属不同类型系统间的相似性。

从系统科学角度看，无论在不同层次系统之间，还是在同一层次上不同类型系统间，都存在差别。当然，不同类型的系统间的他相似与同一系统中系统的自相似是相对的，依据一定条件和一定研究目标会转化。如地一月系统是太阳系中一个子系统，至于地一月系统与太阳系间的相似性，既是一个自相似问题，也是一个他相似问题，这就要看其研究的条件。又如生态系统一词，便包含各种类型和各个层次水平的生态系统等。目前看来，他相似问题已被人们较普遍地接受，而自相似原理的研究也为古今中外所关注。

六、自相似

从相似系统理论看来，自相似是指同一系统内部，不同层次的主系统与子系统间的相似性。从哲学、混沌学及分形理论角度可认为部分与整体相似。上述两种自相似理论既有统一，又有区别。统一性在于子系统是主系统的一部分。区别在于，部分不一定是子系统，而子系统一定是系统的一部分，是其低层次系统，也是整体主系统的组成要素或组成部分。这样，从广义上说，自相似应该指的是主系统与子系统间的相似，或者说是部分与整体相似。

自相似性在数学上也是基本概念之一，在集合论中有严格定义。在流体力学中原指流体具有某种运动，其起源于流体的某种初始状态，流体现在的这种方式同初始状态是相似的。在水力学中，膨胀或收缩的流体如果是自相似的，那么，在一个阶段服从幂函数规律，则在其它阶段也服从幂函数规律。自相似在空间上表现为：一个系统可分成多个不同的子系统，各子系统之间不能完全互相重迭，但任一子系统与整体原系统是相似的。按相似性定义，子系统是整体系统的按比例缩小。

上述成比例缩小的自相似性就是跨尺度的对称性，这种自相似又可称之为标度变换。费根包姆发现了刻画标度变换的一个普适常数，即 $\alpha = 2.50290787850958928485 \dots$ 。他在逻辑斯缔的迭代过程中发现，分支图均具有无限自嵌套的几何结构，同一结

构为在越来越小的尺度上重复出现，每次分支后缩小，这个缩小的因子趋向的极限就是普适常数 α 。

在混沌学和分形理论中，自相似表示近几何变换下具有不变性。

现已知道，很大一类非线性映象在通过倍周期分歧序列进入混沌的时候，遵循着同样的规律，受到同一个数值即所谓费根包姆数的支配。这就是所谓单峰映象：函数 $f(\alpha, x)$ 在区间 I 上仅有一个最大值 $f_{\max} = f(\alpha, x_c)$ ，最大值附近可展开为^[11]

$$f(\alpha, x) = f_{\max} - \alpha(x - x_c)^2 + \dots \quad (1-1)$$

其他地方只要分段光滑即可。单峰映象的许多性质与函数 $f(\alpha, x)$ 的具体形式无关。当 $z=2$ 时，就发现有趣的现象：随着 α 的增大，式 (1-1) 先是只有一个周期 1 的定常解；当 α 增大到 α_1 时，周期 1 的定常解分为两个周期 2 的定常解；当 α 增大到 α_2 时，周期 2 的定常解分为四个周期 4 的定常解……；当 α 增大到 α_m 时，周期 2^{m-1} 的定常解分为 2^m 个周期 2^m 的定常解……。照此下去，当 α 增大到 α_∞ 时，最终出现混沌。这就是倍周期分歧序列。当 m 趋向无穷大时，倍周期分歧中的间距比值

$$\delta_m = \frac{\alpha_m - \alpha_{m-1}}{\alpha_{m+1} - \alpha_m} \quad (1-2)$$

总是趋于一个确定值，即

$$\delta = \lim_{m \rightarrow \infty} \delta_m \equiv \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{\alpha_m - \alpha_{m-1}}{\alpha_{m+1} - \alpha_m} = 4.6692016091029909 \dots \quad (1-3)$$

如果取一个简单的迭代函数

$$f(x) = \alpha x(1-x) \quad (1-4)$$

为例，倍周期分歧序列中的间距比值 δ_m 的变化情况如表 1-1 所示。

自相似倍周期分支过程以及分支所遵守的一个简单规律，得出了普适常数。这种自相似的特性很容易辨认，而且具有普遍的规律性。

表 1-1 费根鲍姆数的出现

| m | 分枝情况 | 分枝值 α_m | 间距比值 δ_m |
|----------|--------|----------------|-----------------|
| 1 | 1分为2 | 3 | |
| 2 | 2分为4 | 3. 449489743 | 4. 751466 |
| 3 | 4分为8 | 3. 544090359 | 4. 656251 |
| 4 | 8分为16 | 3. 564407266 | 4. 668242 |
| 5 | 16分为32 | 3. 568759420 | 4. 66874 |
| 6 | 32分为64 | 3. 569691610 | 4. 6691 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| ∞ | 周期解→混沌 | 3. 569945972 | 4. 669201609 |

目前，人们已经发现许多混沌的图象大多具有无穷嵌套的自相似几何结构。人们发现了旋涡中有旋涡，流体到了一定的速度，出现湍流，湍流中有自相似特性。

人体的肺中有大量的分支气管，从它的百万肺气泡看，这些显微镜下的小囊，仍是分支气管，小支气管的末端，这些越来越小的分支，仍是遵从跨尺度的原理，大尺度与小尺度上的结构存在相似性。在现代植物系统中已经注意到：同种植物的植株高度和叶柄的长度有关，叶形与整株的外部轮廓极为相似。

几何学上的分形就意味着自相似，试想一个正三角形，将每边均分成三段，以中为边长向外，再凸出造一正三角形，使原三角形变六边形，在六边形的十二条边上再重复进行中间 $\frac{1}{3}$ 段外凸正三角形变换……，如此至无穷。那些无穷短边所连成的曲线称科和曲线^[10]，参见图 1-1。其外缘愈来愈有精细结构，颇象一片理想的雪花。科和曲线不仅在精细又精细的尺度上产生细节，而且有恒定量度。不管在怎样的放大倍数下看，都是一模一样，显示出形态结构的自相似性。

分形几何是研究自然界中没有特征长度而又具有自相似性的形状和现象。迄今为止，自然界中的所有形状和图形，大致可分

为如下两种：一是具有特征长度的图形；二是不具有特征长度的图形。这里所说的特征长度是指物体长度中的代表者。例如，球的半径，人的身高等。

具有特征长度的最基本形状，虽然有球或矩形体这类几何学上的简单形状，但这些基本形状却具有共同的重要性质，这就是构成其形状的线和面的平滑程度。球的表面到处都是平滑的，矩形体虽有棱角，但其面都是平滑的。也就是说，在几何上任何位置都是可以微分的。

没有特征长度图形的重要性质是自相似性。它把要考虑图形的一部分放大，其形状与全体（或大部分）相同。不论多小的部分，若把它放大到适当的大小，应该能得出与原来相似的图形。这是一种整体与部分无穷嵌套的自相关、自相似关系。

在自相似图形中组成整体系统的基本要素，称生成元。生成元按一定规律经多次组合，就可形成整体。例如图 1-1 所示的柯和雪花生成元，柯和雪花与生成元之间存在自相似性。

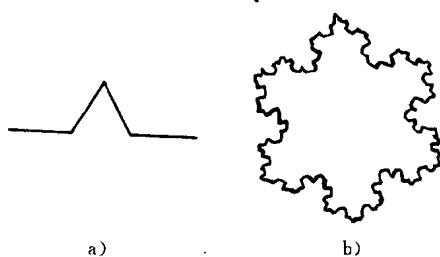


图 1-1 生成元与科和雪花的自相似

a) 生成元 b) 科和雪花

假定上述柯和雪花为一个集合 S ，那么，生成元是一个子集， S_i ($i = 1, 2, 3, \dots, n$)，且集合 S 由子集 S_i 组成。若 S_i 放大或缩小 r_i 倍后与 S 重合，则 S 是一个自相似分形集。当 $r_i = r$ ($i = 1, 2, 3, \dots, n$)

时，称为均匀自相似分形集^[12]。分维为

$$D_f = \frac{L_n N}{L_n (1/r)} \quad (1-5)$$

当放大或缩小倍数不全相等时，即每个子集都各自有一个相比 r_i ($i = 1, 2, 3, \dots, n$) 时，称集合 S 为自仿射集合，