

李慎安 编著

测量不确定度表达

10讲

测量
不确
定度
表达
10讲

CLBQDDDSJ

中国计量出版社

测量不确定度表达 10 讲

李慎安 编著

中国计量出版社

图书在版编目(CIP)数据

测量不确定度表达 10 讲/李慎安编著. — 北京:中国计量出版社, 1999

ISBN 7-5026-1177-0

I. 测… II. 李… III. 不确定度-测量方法-技术操作规程-学习参考资料 IV. TB9

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 05038 号

内 容 提 要

本书作者将其在牵头起草技术规范 JJG1027-91《测量误差及数据处理》直到起草技术规范《测量不确定度评定与表示》(1998 年)的过程中,以及在讲学时所碰到的重点、难点问题归纳并系统化为十大类,作了比较通俗、简明的叙述,解析了较大量的算例,内容较为具体、实用,并提供了一些在上述规范中所未能包含而使用中又较需要的资料。

本书可供物理、化学实验工作者,测量、计量和标准化的技术人员、教师等参考。

中国计量出版社出版

北京和平里西街甲 2 号

邮政编码 100013

中国计量出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

版权所有 不得翻印

*

787mm×1092mm 32 开本 印张 8.25 字数 186 千字

1999 年 6 月第 1 版 1999 年 6 月第 1 次印刷

*

印数 1—4000 定价:14.00 元

前 言

从去年的12月初起,我就在为着手起草一个新的技术规范而忙碌。其名称几经修改,现以《测量不确定度的评定与表示》名称报批。说起来这个规范应该好写,因为国际上已有7个国际组织联合公布的《导则》(Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement GUM),也有JJG1027—91《测量误差及数据处理(试行)》。然而,当真的操作起来确也不大好写,因为有不少问题在国内一些专家中存在不同意见和不同理解,《导则》中有些问题也并未说明白。整个起草过程,从“预审稿”到“报批稿”可以说都是一些不同意见在不同场合下相互妥协的产物。这并不奇怪,也只能是如此,因为它是行政性的技术规范。现在规范已报批,从整个起草过程碰到的问题来看,我想写本书来表达我的观点以及我能同意的观点。另外,在具体评定和表达测量不确定度的作法上,提供一点我所搜集到的、用得着的资料,与读者探讨,其中包括在近几年中我在一些刊物上已发表的内容。最后应该感谢:

中国计量学院的宋明顺、叶唐立老师;

中国计量测试研究院的罗镇伟、陈远康、谢兴尧、杨植棠、徐顺存、刘亚民、魏寿方诸位专家;

中国计量科学研究院的陈耀煌、刘智敏、肖明耀等专家;
航天工业总公司的叶德培、罗绘昌等专家。

除以上外,还有对规范“征求意见稿”提出了大量具体意见的一些专家和朋友,如:郝德功、邱景荣、林景星、赵天川、程

新远。他们的不少意见,有些虽未能反映到“报批稿”中去,却被我引进了本书。本书中的不少问题及观点来自于以上这些热心的朋友,书中的某些地方可以说是抄了他们的话。

我的通信地址是:100013(邮编)北京和平街 11 区 33 楼 1—401。十分欢迎我的新老读者和朋友们继续同我进行问题的探讨。如有机会,我将再对本书进行修订或写点文章。

作 者

1998-12-26

前言开头中提到的新的技术规范现已于 1999-01-11 由国家质量技术监督局发布,于 1999-05-01 起实施,编号为 JJF1059-1999。

作者又及

1999-03-22

本书中所采用的简写 和缩写的含义

DIN 德国标准

GB 中华人民共和国国家标准

ISO 国际标准化组织;国际标准

JJF, JJG 中华人民共和国计量技术规范;中华人民共和国计量检定规程

OIML 国际法制计量组织

《VIM》 1993 年由 ISO/IEC/BIPM/OIML/IFCC/IUPAC/IUPAP 共同颁布的《International Vocabulary of Basic and General Terms in Metrology》一书

《导则》 1995 年由 ISO 等七个国际组织(同《VIM》)共同颁布的《Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement》(GUM)

SI 国际单位制

SI 单位 从国际单位制基本单位按一贯导出原则得出的测量单位

JJF 1001 - 1998 技术规范《通用计量术语及定义》

《SI》 由国际计量局所编的《国际单位制(SI)》1997 年第 7 版一书。

目 录

1 有关术语及基本概念.....	(1)
1.1 物理量 可测量	(1)
1.2 [量]值	(2)
1.3 [量的]真值	(2)
1.4 [量的]约定真值	(3)
1.5 测量	(4)
1.6 测量原理	(4)
1.7 测量方法	(4)
1.8 测量程序	(5)
1.9 被测量	(5)
1.10 影响量	(6)
1.11 测量结果	(6)
1.12 未修正结果	(7)
1.13 已修正结果	(7)
1.14 测量准确度	(8)
1.15 [测量结果的]重复性	(9)
1.16 [测量结果的]复现性	(10)
1.17 实验标准[偏]差	(11)
1.18 [测量]不确定度	(12)
1.19 [测量]误差	(13)
1.20 相对误差	(18)
1.21 随机误差	(18)

1.22	系统误差	(18)
1.23	修正值	(20)
1.24	修正因子	(20)
1.25	测量仪器的准确度	(20)
1.26	自由度	(25)
1.27	包含因子, 覆盖因子	(27)
1.28	[测量仪器的]示值	(27)
1.29	测量仪器[示值]误差	(28)
1.30	测量仪器的几种计量性能	(28)
2	测量不确定度	(32)
2.1	过去的两个定义	(32)
2.2	“合理”的概念	(33)
2.3	测量结果的最佳估计	(34)
2.4	与测量结果的联系	(35)
2.5	分散性还是赋予被测量之值的上、下限	(36)
2.6	几种不同不确定度的定义	(36)
2.7	两种标准不确定度评定方法的比较	(38)
2.8	真值、误差与不确定度	(40)
2.9	图解说明	(43)
2.10	INC-1(1980)建议书及其实质	(46)
2.11	有关不确定度的几个其它问题	(51)
3	自由度、置信概率和有关统计学概念	(57)
3.1	自由度	(57)
3.2	置信概率	(59)
3.3	中心极限定理	(60)
3.4	t 分布和自由度	(62)
3.5	有效自由度	(66)
3.6	有关统计学的基本术语	(71)

4	算术平均值与实验标准偏差·····	(79)
4.1	引言·····	(79)
4.2	统计学参量·····	(80)
4.3	计算方法与过程·····	(82)
4.4	通过极差对标准偏差 s 的评定·····	(89)
4.5	保留的有效位数·····	(93)
5	标准不确定度的 A 类评定·····	(97)
5.1	什么是统计方法·····	(97)
5.2	A 类评定的基本方法·····	(98)
5.3	合并样本标准差 s_p ·····	(100)
5.4	极差法·····	(102)
5.5	其它可用的方法·····	(103)
5.6	不等精度测量列的期望估计值的标准不确定度 评定·····	(104)
5.7	直线拟合中斜率和截距的标准不确定度·····	(106)
5.8	不确定度的 A 类评定中的某些问题·····	(110)
6	标准不确定度的 B 类评定·····	(115)
6.1	概述·····	(115)
6.2	通过扩展不确定度 U 或 U_p 以及包含因子 k 或 k_p 评定标准不确定度·····	(116)
6.3	根据可能值的上、下限评定标准不确定度·····	(117)
6.4	用数学方法的评定·····	(121)
6.5	标准不确定度 B 类评定中的几个问题·····	(122)
7	合成标准不确定度的评定·····	(127)
7.1	概述·····	(127)
7.2	不相关输入量的合成·····	(128)
7.3	相关输入量的合成·····	(133)
8	扩展不确定度的评定·····	(138)

8.1	概述	(138)
8.2	扩展不确定度 U	(139)
8.3	扩展不确定度 U_p	(139)
8.4	步骤总结	(143)
8.5	通过测量列中的极差求 U_p 的问题	(146)
9	不确定度的报告	(148)
9.1	概述	(148)
9.2	用合成标准不确定度报告测量结果	(150)
9.3	用扩展不确定度 U 或 U_p 报告测量结果	(151)
9.4	测量结果与不确定度的有效位	(153)
9.5	关于采用 $u_c(y)$ 和 U 报告测量结果的问题	(158)
10	不确定度评定释例	(159)
10.1	重复性标准差导致的不确定度分量为主的情况	(159)
10.2	两个不确定度分量为主的情况	(160)
10.3	利用相对标准不确定度计算扩展不确定度	(163)
10.4	间接测量中, 不确定度分量是从统计方法得到的	(164)
10.5	输入量中常数、常量的处理	(166)
10.6	非物理量测试值的扩展不确定度	(167)
10.7	量块检定	(170)
10.8	电阻和电抗的同时测量	(176)
10.9	温度计的校准	(182)
附录		(187)
附录 A	标准不确定度评定的图解说明	(187)
附录 B	输出量概率分布的估计	(192)
附录 C	判断和处理异常值的规则与正态分布中异常值的判断和处理	(195)

附录 D 不确定度分析中的符号汇总表 (219)

附录 E 在测量结果及不确定度表达中的量值和单位
的有关规则 (228)

附录 F 测量不确定度评定中的计算机程序举例 (239)

附录 G 有关术语的英汉对照 (243)

1 有关术语及基本概念

1.1 物理量 physical quantity

可测量 measurable quantity

可简称为量(quantity)。

现象、物体或物质的可定性区别和定量确定的属性。

长度 l , 能量 E , 电动势 E , 热力学温度 T , 浓度 $c(B)$ 等类量称之为广义量(quantity in a general sense); 某金属轴在给定条件下的直径 d , 某样品中 NaCl 的质量分数 $w(\text{NaCl})$, 某导线在给定条件下的电阻率 ρ 等类量称之为特定量(particular quantity)。被测量无例外地均为量, 而且是特定量。

测量误差 Δ , 重复性限 r , 复现性限 R , 不确定度 $u(y)$, 实验标准偏差 s 等也都是量。但是测量准确度则并非量。

固体表面硬度不是物理量, 不能定量确定, 只能按约定的试验方法给出一个数值(或称之为量化)。虽然如此, 对试验的结果以及方法的可靠程度也可按测量不确定度的评定方法进行分析并给出其不确定度。

量一般均有标准化的符号, 而非量一般没有符号。例如, 对测量准确度给予一个符号 A 则是错误的。

自由度 ν 虽按计数量给予定义, 但它可通过量方程进行计算, 属于无量纲量, 其 SI 单位为 1。《测量不确定度的评定与表示》技术规范中所涉及的相关系数 r , 置信概率 p 等也都是无量纲量, 它们用纯数表达。

1.2 [量]值 value[of a quantity]

一般由一个数乘计量单位所表示的特定量的大小。

量值既可以是个准确值,也可以是近似值。光在真空中的速度 $c = 299\,792\,458\text{ m/s}$, 真空磁导率 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\text{ H/m}$, 水三相点的热力学温度 $T_{\text{tr}}(\text{H}_2\text{O}) = 273.16\text{ K}$ 等都是准确的量值,或称为真值。一般,测量结果都只是近似的。但不论准确与否,均表示为数乘以单位:

$$Q = \{Q\} \cdot [Q]$$

式中: Q 为某特定量, $\{Q\}$ 为以 $[Q]$ 作为单位表达 Q 之数值。

无量纲量的量值往往只表达为一个数值,因其 SI 单位为 1, 而其倍数和分数单位往往由 10 的整数(正或负)幂构成,例如: 10^{-2} , 10^{-3} , 10^{-6} , 10^3 , 10^6 等。数学符号 % 作为 10^{-2} 亦用作无量纲量量值的单位。

量值可以是正值、负值或零,可以是矢量也可以是标量。

由于所采用的量制或测量单位不同,对同一量值可以有不同的表达形式。例如:某物体在某瞬间的加速度 $a = 34.323\,275\text{ m/s}^2$ 也可表达为 $a = 3.5\text{ g}_n$ 。

严格地说,非物理量的测试结果不能表达为量值,但可参照不确定度的估算程序对所得结果进行分析,并给出其不确定度。

1.3 [量的]真值 true value [of a quantity]

与给定的特定量的定义一致的量值。

在《导则》中,用“被测量值”(value of a measurand, value of a quantity)代替真值一词。《导则》认为这个词中的“真”字是多余的。“被测量”含义为“被测量的特定量”。因此,“被测量的值”当然是指“被测量的特定量之值”,显然,“真”字多余。

事实上“真值”只是个理想的概念,多用于理论分析之中。真值按其本性(by nature)是不可确定的。本书在“量值”中列举的几个准确值是国际上人为地协议的值。

真值的定义与过去不同。过去强调了测量的完善从而定义为:“当某量能被完善地确定并能排除所有测量中的缺陷时,通过测量所得到的量值”。现在的定义强调了“定义一致”。因此,通过定义可以给出真值。这就是本书“量值”中列举的准确值。若按过去的真值定义,这些准确值是不能称之为真值的,因为它们不是完善的测量所得到的量值。

本书与《导则》一致,凡用“被测量之值”时,均指“被测量的真值”。

1.4 [量的]约定真值 conventional true value [of a quantity]

约定的被测量之值,就给定目的而言,该值的不确定度应是可忽略的。

约定真值有时是指:

a. 指定值(assigned value),例如:国际温标 ITS-90 中所列出的那些固定点;

b. 最佳估计值(best estimate),例如常数委员会(CODATA)所公布的物理常量与常数;

c. 约定值(conventional value),例如:国际上约定的 μ_0 , ϵ_0 , $T_{tr}(\text{H}_2\text{O})$, 还有市场上公平秤给出的值;

d. 参考值(reference value),例如:在测量工作中所用的标准砝码、标准物质、标准测量仪器等在其证书中所给出的值。

通常对同一被测量在重复性条件下或复现性条件下的多次重复测量结果的平均值作为其最佳估计值而有时用作为约定真值。

随使用的目的不同而应有不同的约定真值。在不确定度的数据处理中,约定真值是用于代替被测量值的实际上所能获得的近似值。

1.5 测量 measurement

以确定量值为目的的一组操作。

对于非物理量,由于它们不能给出单位所表述的量值而不能进行测量。但可以按约定的操作或约定的参考标尺 (conventional reference scale 或 reference-value scale) 进行类似量化的测试。

定义中说的操作包括按程序自动进行的操作。

一般来说,这一组操作包括了得到被测量 Y 的最终结果 y 及得到其不确定度的全部数据处理过程。

1.6 测量原理 principle of measurement

测量的科学基础。

例如:

- a. 应用于温度测量的电热效应;
- b. 应用于电压测量的约瑟夫森效应 (Josephson effect);
- c. 应用于速度测量的多卜勒效应 (Doppler effect);
- d. 应用于分子振荡波数测量的喇曼效应 (Raman effect);
- e. 应用于质量测量的杠杆原理。

根据测量原理可以建立测量的数学模型。一般,按测量原理所提供的量方程表明了被测量 Y 与输入量 X_i 间的函数关系而成为不确定度评定基础。

1.7 测量方法 method of measurement

用于测量实践中的按类别描述的操作条理。

例如：替代法、微差法、零位法、直接测量法、间接测量法、内插测量法、外推测量法。

测量不确定度的大小在很大程度上取决于测量方法。

1.8 测量程序 measurement procedure

按给定的测量方法,对特定测量所采取的一组操作的具体叙述。

例如：通过法令公布的测量仪器检定规程就是一种测量程序。一般来说,测量程序应是非常详细而完整地记录了全部测量的过程,如标准器的选用,测量仪器的选用,测量的步骤,数据的记录与处理,结果的表达等。测量结果不确定度主要取决于测量程序。按照规定的测量程序所得到的测量结果,一般来说,其不确定度不会超出该程序所要求的范围。

1.9 被测量 measurand

受测量的特定量。

一般用 Y 表示泛指的被测量。具体的被测量则用规范化的量符号,例如：

摩尔体积 V_m (K_2SO_4 , 在 H_2O 中, $0.1 \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3}$, 298.15 K) 的被测量为 K_2SO_4 水溶液,其浓度 $c(K_2SO_4) = 0.1 \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3}$, 在热力学温度 $T = 298.15 \text{ K}$ 时的摩尔体积。

在具体数据处理中,一般,有关条件只要在上文中已交代明确,则往往只采用其符号而不再附加其条件,如上例中,可只用 V_m ,而在表示其不确定度时,可写成例如：合成标准不确定度 $u_c(V_m)$ 、扩展不确定度 $U_{95}(V_m)$ 。

物理量的规范化符号可查阅国家标准 GB3102—93《量和单位》。

1.10 影响量 influence quantity

不是被测量,但对测量结果产生影响的量。

例如:在长度测量中,作为测量仪器的线膨胀系数 α_l 与温度差 Δt (与被测量定义中要求的温度之差以及被测物体与仪器的温度之差);交流电位差 U 测量中的频率 f 。

测量中使用的参考物质和参考数据,环境温度、湿度、大气压力等,往往都是影响量。在测量结果不确定度的评定中,影响量及其不确定度总是主要加以分析的内容。

1.11 测量结果 result of a measurement

由测量所得的赋予被测量的值。

它只是被测量的近似值。这里的被测量既可以是测量任务中最终要求给出的量 Y ,也可以是为得到其最佳估计值 y 而建立的数学模型中的输入量 X_i 。因此,测量结果一词既可指 y ,也可指 x_i ,而且,对于 Y 而言,既可指 y_i 也可指 $\bar{y}$ 。因此,在使用测量结果这一概念时,如出现混淆,应说明所指的是:

示值:

未修正结果,

已修正结果,

几个值的平均值,等等。

规范化的符号,有利于在其它量中简明地说明问题。例如: $s(x_i)$ 即测量列中一次测量结果的标准偏差, $s(\bar{x}_i)$ 则为对 X_i 所进行的重复测量平均值 $\bar{x}_i$ 的标准偏差。

测量结果恒表示为一个量值,而只有非物理量的测试结果往往只表明为一个数。

无量纲量,例如相对标准偏差,相对不确定度,相对误差,