电 工 基 础

（下 册）

陈明文 主编

空军第二航空学院

电 工 基 础

下册

主编　陈明文

空 军 第 二 航 空 学 院

电　工　基　础

下　册

陈明文　主　编

*

空军第二航空学院　出版

空军第二航空学院印刷厂　印刷

*

787×1092毫米　16开本　插页1　印张:15.5　字数:338.800

1993年2月第一版　　1993年2月第一次印刷

前　　言

本书是根据我院现行中专电工基础课教学大纲编写的。结合近几年的教学实践，在编写中，一方面注意了教材的学科体系，另一方面注意突出中专教学层次的特点。教材内容的选取以专业教学需要够用为度。力求突出重点，加强理论联系实际，用物理概念阐明问题。在教材体系的安排上注意了与数学和物理知识的衔接。为了使学员对重要内容和结论容易掌握和理解，书中配有较多的例题，每章后面有小结。在文字的叙述上，力求做到通俗易懂。

全书分为上、下两册。上册由吴一同志主编，并负责编写第一章到第六章；赵梅同志负责编写第七章。下册由陈明文同志主编，并负责编写第八章到第十二章以及附录；张旻同志负责编写第十三章到第十五章。程宝柱同志担任本书的主审。

在本书编写过程中，广泛征求了教研室同志的意见，得到了很多有益的启示，在此表示感谢。由于编者水平有限，书中错漏和不妥之处难免，请读者批评指正。

编　者

1993 年 2 月

目　　录

第八章　正弦电路的分析与计算

上一章，我们讲述了有关正弦电的一些基本概念，并且分析了正弦电分别通过纯电阻、纯电容和纯电感电路时的情况。但实际上，所谓纯电阻、纯电容、纯电感电路是不存在的，所以在这一章，我们将讲述具有两个或两个以上元件的正弦电路的分析计算方法。

在我们对同频率的正弦电路进行分析、计算时，当然可以采用正弦电的三角函数运算，但是显得很麻烦，特别当电路比较复杂时，用这种方法分析、计算就更困难了。为了便于分析、计算正弦电路问题，在电工技术中采用了以复数运算为基础的相量计算法(也称为符号法)。应用相量法可以将正弦电的三角运算转换为复数的代数运算，从而使计算得以简化。当正弦电用复数表示以后，直流电阻电路的分析、计算方法就可照搬到正弦电路的计算中来。

为了理解和掌握相量法，必须对复数及复数的运算有所了解。为此，首先复习一下数学中关于复数部分的一些基本知识。

§8—1　复数的基本知识

一、复数的概念

我们知道，在数学中，$\sqrt{-1}$叫做虚数单位，并用 i 表示。由于电工技术中 i 已表示电流，所以虚数单位改用 j 表示，即

$$j = \sqrt{-1}$$

实数和 j 的乘积叫做虚数。由实数和虚数组合而成的数叫做复数。复数的代数形式是

$$A = a + jb \tag{8—1}$$

式中，a 为复数的实部，jb 为复数的虚部，b 为虚部的系数，它是一个实数。

复数可以用复平面上的点来表示。我们取互相垂直的两个坐标轴，其中横轴称为“实数轴”，从原点向右为正，向左为负；纵轴称为“虚数轴”，向上为正，向下为负。由实轴和虚轴构成的平面称为“复数平面”；因为这个平面上的每一点都表示一个复数，或者每一个复数都对应这个平面上的唯一的一个点。如复数 $A'=4+j3$ 所对应的点即复平

面上的 p′点，如图 8—1 所示。每一个复数 A＝a＋jb，在复平面上都有一个对应的点 P (a、b)。

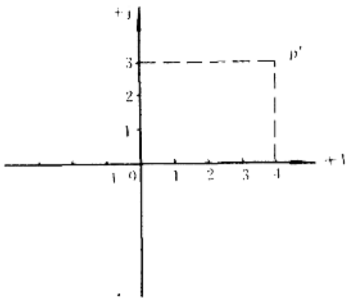

图 8—1　用复平面上的点表示复数

复数还可用复平面上的矢量来表示。例如复数 A′＝4＋j3，它在复平面上所对应的点为 p′，如图 8—2 所示。那末，从原点 O 指向点 P′的矢量$\overline{OP'}$就表示复数 P′的矢量。一般地，从复平面上的原点到表示复数 A＝a＋jb 的点 P 作一矢量$\overline{OP}$，则矢量$\overline{OP}$就和复数 A 相对应。矢量在实轴和虚轴上的投影分别等于复数 A 的实部和虚部。矢量$\overline{OP}$的长度 r

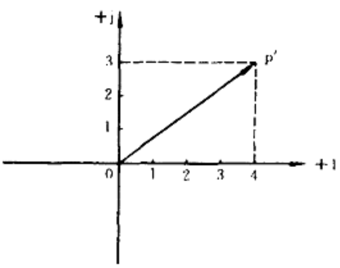

图 8—2　用复平面的矢量表示复数

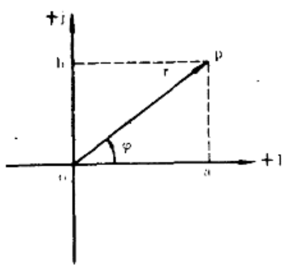

图 8—3　复数的模与幅角

称为复数的模，矢量$\overline{OP}$和正实轴的夹角 φ 称为复数 A 的幅角，如图 8—3 所示。由三角学的知识可知：

$$\left.\begin{aligned} a &= r\cos\varphi \\ b &= r\sin\varphi \end{aligned}\right\} \qquad (8\text{—}2)$$

$$\left.\begin{aligned} r &= \sqrt{a^2 + b^2} \\ \varphi &= tg^{-1}\frac{b}{a} \end{aligned}\right\} \qquad (8—3)$$

不难看出，复数A的模r在实轴上的投影就是复数A的实部；在虚轴上的投影就是其虚部。

将（8—2）式代入（8—1）式，可得复数的另一种表示形式，

$$A = rcos\varphi + jrsin\varphi = r(cos\varphi + jsin\varphi) \qquad (8—4)$$

二、复数的表示方法

（一）复数的代数形式

公式（8—1）称为复数的代数形式。它表示一个复数是由实数部分和虚数部分的代数和组成的。实际上一个实数a与虚数jb相加时，是求不出和来的，而只能写成

$$A = a + jb$$

说它是代数和只是形式而已。

（二）复数的三角形式

公式（8—4）称为复数的三角形式。它是由复数矢量并通过公式（8—2）把一个复数的虚、实两部用它的模数和幅角表示，即

$$A = r(cos\varphi + jsin\varphi)$$

（三）复数的指数形式

根据尤拉公式 $e^{j\varphi} = cos\varphi + jsin\varphi$

可以将三角形式改写为

$$A = re^{j\varphi} \qquad (8—5)$$

式中$e^{j\varphi}$只是一个指数形式，并不要求计算出这个指数的数值。式（8—5）称为复数的指数形式。它也是利用模和幅角表示复数的一种方法。

（四）复数的极坐标形式

在电工中，为了书写方便，常把复数简写为极坐标形式，简称极式，即

$$A = r\angle\varphi \tag{8—6}$$

在正弦电路的计算中，经常碰到复数的代数式和指数式之间的转换。而利用式（8—2）和式（8—3）就可以实现两者间的转换。

［例 8—1］已知复数的指数形式为 $A=100e^{j30^\circ}$，求代数形式。

［解］利用式（8—2）知实部

$$a = r\cos\varphi = 100\cos 30^\circ = 100\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3}$$

虚部系数

$$b = r\sin\varphi = 100\cdot\sin 30^\circ = 100\cdot\frac{1}{2} = 50$$

所以代数形式

$$A = a + jb = 50\sqrt{3} + j50$$

［例 8—2］已知复数的代数式 $B=30-j40$，求指数形式。

［解］利用式（8—3）知指数式的模

$$r = \sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{30^2+(-40)^2} = 50$$

幅角

$$\varphi = tg^{-1}\frac{-40}{30} = tg^{-1}-1.33 = -53.2^\circ \quad \text{（在第四象限）}$$

所以指数形式

$$B = re^{j\varphi} = 50e^{-j53.2^\circ}$$

三、复数的四则运算

复数的四则运算是正弦电路的基本运算。在研究复数的四则运算之前先谈谈何谓两复数相等。设有复数 $A=a_1+jb_1$ 和复数 $B=a_2+jb_2$，若复数 $A=B$，则必须实部与实部相

等，即 $a_1=a_2$，虚部与虚部相等，即 $b_1=b_2$。

（一）复数的加减运算

复数的相加和相减，需采用复数的代数式进行运算。

运算的法则是：当几个复数相加、减时，其实部和实部相加、减，虚部和虚部相加、减。例如若

$$A = a_1 + jb_1,\quad B = a_2 + jb_2,$$

则有
$$A \pm B = (a_1 \pm a_2) + j(b_1 \pm b_2) \tag{8—7}$$

［例 8—3］已知复数 $A=5+j3$，$B=4-j4$，求 $A+B$ 和 $A-B$。

［解］ $A + B = (5 + j3) + (4 - j4) = (5 + 4) + j(3 - 4) = 9 - j$

$A - B = (5 + j3) - (4 - j4) = (5 - 4) + j(3 + 4) = 1 + j7$

当复数的指数式进行加、减运算时，需先将指数式转换为代数式，然后按上述运算法则进行。

［例 8—4］求复数 $A=30e^{j60°}$ 与 $B=10e^{-j30°}$ 之和。

［解］应先将指数式化为代数式，即

$$\begin{aligned} A &= 30e^{j60°} \\ &= 30cos60° + j30 \times sin60° \\ &= 15 + j15\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= 10e^{-j30°} \\ &= 10cos(-30°) + j10 \times sin(-30°) \\ &= 5\sqrt{3} - j5 \end{aligned}$$

则
$$\begin{aligned} A + B &= (15 + j15\sqrt{3}) + (5\sqrt{3} - j5) \\ &= (15 + 5\sqrt{3}) + j(15\sqrt{3} - 5) \\ &= 23.66 + j20.98 \end{aligned}$$

（二）复数的乘除运算

两复数的相乘或相除，用指数式较简便。其法则是：两复数的模相乘或相除得积或

商的模，幅角相加或相减得积或商的幅角。例如，若

$$A=ae^{j\varphi_a},\qquad B=be^{j\varphi_b}$$

则其积为 $$A\cdot B=ae^{j\varphi_a}\cdot be^{j\varphi_b}=abe^{j(\varphi_a+\varphi_b)} \tag{8—8}$$

其商为 $$\frac{A}{B}=\frac{ae^{j\varphi_a}}{be^{j\varphi_b}}=\frac{a}{b}e^{j(\varphi_a-\varphi_b)} \tag{8—9}$$

复数的乘除也可用代数式进行。

代数形式的复数相乘时，先按多项式乘法展开，再加以整理。例如，若

$$A=a+jb\qquad B=c+jd$$

则

$$\begin{aligned}A\cdot B&=(a+jb)(c+jd)=ac+jbc+jad-bd\\&=(ac-bd)+j(bc+ad)\end{aligned} \tag{8—10}$$

代数形式的复数相除时，应先将分子分母同乘以分母的共轭复数（两个实部相等，虚部的绝对值相等，而符号相反的复数叫做共轭复数），将分母化为实数，再将分子展开、整理，即可得新的复数。例如，若 A=a+jb，　　B=c+jd

$$\frac{A}{B}=\frac{a+jb}{c+jd}=\frac{(a+jb)(c-jd)}{(c+jd)(c-jd)}=\frac{ac+bd}{c^2+d^2}+j\frac{bc-ad}{c^2+d^2} \tag{8—11}$$

［例 8—5］求复数 $A=5e^{j120^\circ}$和 $B=10e^{-j60^\circ}$的积。

［解］根据乘法的运算法则

$$A\cdot B=5e^{j120^\circ}\cdot 10e^{-j60^\circ}=5\times 10e^{j(120^\circ-60^\circ)}=50e^{j60^\circ}$$

［例 8—6］求复数 $A=10e^{j60^\circ}$和 $B=5e^{j90^\circ}$的商

［解］根据除法的运算法则

$$\frac{A}{B}=\frac{10e^{j60^\circ}}{5e^{j90^\circ}}=\frac{10}{5}e^{j(60^\circ-90^\circ)}=2e^{-j30^\circ}$$

［例 8—7］求复数 A=2+j3 与 $B=5e^{-j37^\circ}$的积

［解］为便于计算，应先将复数 A 化为指数式。

因为模 $$r=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}=3.6$$

幅角 $\varphi_a = tg^{-1}\frac{3}{2} = 56.3°$

$$A = 3.6e^{j56.3°}$$

则 $$A \cdot B = 3.6e^{j56.3°} \cdot 5e^{-j37°} = 18e^{j19.3°}$$

［例 8—8］求复数 A＝20＋j40 和 B＝3＋j4 的商。

［解］

$$\frac{A}{B} = \frac{20 + j40}{3 + j4} = \frac{(20 + j40)(3 - j4)}{(3 + j4)(3 - j4)}$$

$$= \frac{60 - j80 + j120 + 160}{3^2 + 4^2} = \frac{220 + j40}{25}$$

$$= 8.8 + j1.6$$

§8—2 相量法的基本概念

用复数表示正弦电的方法叫做复数表示法，又叫做相量表示法或符号法。怎样用复数来表示正弦交流电呢？

一、正弦电和相量的对应关系

为表示正弦电，我们需要把它的三个要素表示出来，由于在我们研究的稳态电路中，各处的电压、电流都是与电源同频率的正弦电，所以只须把最大值和初相表示出来就行了。人们发现可以用复数指数形式的模来表示正弦电的最大值或有效值，用其幅角来表示正弦电的初相。

我们把表示正弦电有效值（或最大值）的复数，叫做相量。为了区别于其他不代表正弦电的复数，相量用顶部带有园点的大写字母表示。例如电流相量为 $\dot{I}$，电压相量为 $\dot{U}$，电动势相量为 $\dot{E}$等。

若把正弦电流 $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ 用相量表示，则它的最大值相量为

$$\dot{I}_m = I_m e^{j\psi_i} = I_m \angle \psi_i$$

它的有效值相量为

$$\dot{I} = I e^{j\psi_i} = I \angle \psi_i$$

反过来，如果已知电流的有效值相量，则可以写出它所表示的正弦电流。例如 $i = 8\sqrt{2}\sin(\omega t + 60°)$ 安的有效值相量为 $8e^{j60°}$安；而有效值相量 $6e^{j30°}$安所表示的正弦电流为 $i = 6\sqrt{2}\sin(\omega t + 30°)$ 安，（设角频率为 ω）。

从以上分析可见，正弦电与相量之间有着简单的对应关系，模和最大值相对应，幅角和初相相对应。知道了正弦电，就可以写出表示它的相量；反之，知道了相量，就可以写出它所代表的正弦电（角频率 ω 认为是已知的）。但是必须注意，这种对应关系说的是正弦电可以用相量表示，而不是相等关系。

下面举例写出几种正弦交流电的函数表达式与相量的转换情况。

(1) 由函数表达式写出相量形式

$$i = I_m sin(wt + \psi_i) \longrightarrow \dot{I}_m = I_m e^{j\psi_i}$$

$$u = \sqrt{2} U sin(wt - \psi_u) \longrightarrow \dot{U} = U e^{-j\psi_u}$$

$$e = E_m sin wt \longrightarrow \dot{E}_m = E_m e^{j0^\circ} = E_m$$

(2) 由相量形式写出函数表达式（设角频率 ω=100 弧度/秒）

$$\dot{I}_1 = 100 e^{j30^\circ} \text{安} \longrightarrow i_1 = 100\sqrt{2} sin(100t + 30^\circ) \text{安}$$

$$\dot{I}_2 = \sqrt{2} \times 50 e^{j120^\circ} \text{安} \longrightarrow i_2 = 100 sin(100t + 120^\circ) \text{安}$$

$$\dot{U}_1 = 220 e^{-j45^\circ} \text{伏} \longrightarrow u_1 = 220\sqrt{2} sin(100t - 45^\circ) \text{伏}$$

$$\dot{U}_2 = 380 \text{伏} \longrightarrow u_2 = 380\sqrt{2} sin 100t \text{伏}$$

因为相量形式是当频率一定时正弦电函数表达式的代表符号，所以采用相量法后，正弦电路的定律和公式与直流电路中的定律和公式在形式上是相似的，所不同的是正弦电在计算时应按复数运算的法则进行。

[例 8—9] 写出下列正弦电的相量形式

(1) $u_1 = 400\sqrt{2} sin(wt + 50^\circ)$ 伏

(2) $u_2 = 3 sin(wt - 40^\circ)$ 伏

[解]

(1) $\dot{U}_1 = 400 e^{j50^\circ} V$

(2) $\dot{U}_2 = \dfrac{3}{\sqrt{2}} e^{-j40^\circ} = 1.5\sqrt{2} e^{-j40^\circ} V$

[例 8—10] 写出下列相量所表示的正弦电的函数式(设角频率为 ω)

(1) $\dot{U}_1 = 100e^{-j60°}$ 伏　　(2) $\dot{U}_2 = j5$ 伏　　(3) $\dot{U}_{m3} = 60e^{j120°}$ 伏

［解］

$$(1)u_1 = 100\sqrt{2}\sin(\omega t - 60°)V$$

$$(2)u_2 = 5\sqrt{2}\sin(\omega t + 90°)V$$

$$(3)u_3 = 60\sin(\omega t + 120°)V$$

二、相量图

将实数平面内的矢量图平移到复数平面内，就叫做相量图。换句话说，在复平面上表示相量的图就叫做相量图。图 8—4 就是正弦电流 $i = \sqrt{2}I\sin(\omega t + \psi_i)$ 的相量图。它是一个固定的相量。它的长度等于正弦电流的有效值 I（按所选比例尺画），它与正实轴的夹角等于正弦电流的初相，它所表示的相量就是 $\dot{I} = Ie^{j\psi_i}$

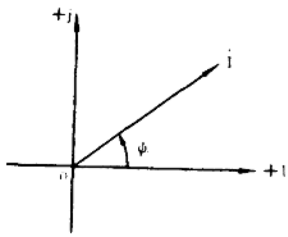

图 8—4　电流的相量图

为了比较同频率正弦电的大小和相位关系，常常要在一个复平面上画出两个或两个以上的相量。作相量图时需要选择参考相量。通常以复平面坐标的正实轴为参考相量。但是由于同频率正弦电之间的相位差与计时起点的选择无关，所以在作相量图时，也可以为了方便，选择某一相量作为参考相量，把它画在正实轴的方向上（即取该相量的初相为零），其它相量就根据与它的相位关系及大小画出。

［例 8—11］　已知两个同频率的正弦电流为

$$i_1 = 8\sqrt{2}\sin(\omega t + 60°) \text{ 安}$$

$$i_2 = 6\sqrt{2}\sin(\omega t - 30°) \text{ 安}$$

画出它们的相量图比较相位关系。

［解］　先求 i_1、i_2 所对应的相量为

$$\dot{I}_1 = 8e^{j60°}A$$

$$\dot{I}_2 = 6e^{-j30°}A$$

相量图如图 8—5（a）所示。是以复平面坐标的正实轴为参考相量，$\dot{I}_1$ 的初相为 60°．$\dot{I}_2$ 的初相为 −30°，所以 $\dot{I}_1$ 超前 $\dot{I}_2$90°。如果选择 $\dot{I}_2$ 为参考相量，$\dot{I}_2$ 的初相变为 0°，$\dot{I}_1$ 的初相变为 90°，相当于图 8—5（a）中 $\dot{I}_1$、$\dot{I}_2$ 都逆时针转 30°。如图 8—5（b）所示 $\dot{I}_1$ 超前 $\dot{I}_2$90°的相位关系不受参考相量选择的影响。

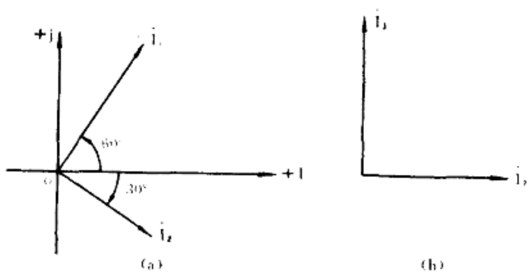

图 8—5　例 8—11 附图

三、基尔霍夫定律的相量形式

（一）基尔霍夫第一定律的相量形式

根据基尔霍夫第一定律，对于正弦交流电路的任一节点，其电流的代数和在任一瞬时都等于零，即

$$\sum i = 0$$

当电路中的电流都是同频率的正弦电时，基尔霍夫第一定律可写成相量形式为

$$\sum \dot{I} = 0 \tag{8—12}$$

上式表明，在正弦电路中，对于任意节点，其电流相量的代数和等于零。

（二）基尔霍夫第二定律的相量形式

在正弦电路中，对于任意回路，其各段电压的代数和在任何瞬时恒等于零。即

$$\sum u = 0$$

当各电压和电动势都是同频率的正弦电时，则基尔霍夫第二定律可以用相量形式表