

系

数学 问题 解决

列

初中 数学 应用问题

(第二版)

张莫宙 戴再平 主编

华东师范大学出版社

初中数学应用问题

(第二版)

张奠宙 戴再平 主编

华东师范大学出版社

责任编辑 程丽明

封面设计 黄惠敏

初中数学应用问题

(第二版)

张莫宙 戴再平 主编

华东师范大学出版社出版发行

(上海中山北路 3663 号 邮政编码 200062)

新华书店上海发行所经销

南京理工大学激光照排公司照排

浙江大学印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 10 字数 202 千字

1998 年 1 月第 1 版 1998 年 9 月第 2 次印刷

印数 22001—44000 本

ISBN 7-5617-1795-4/G·813

定价 10.00 元

内 容 提 要

本书以教学大纲中初中数学的内容为主线,介绍了有关数学知识在我们周围的一些实际应用.全书共十三章,内容包括数、式、方程、函数、几何、统计初步、解直角三角形、空间想象等在实际中的应用,每章配有一定数量的习题.另外,还附有中考数学应用题选编及参考答案.

这些应用题有些是作者自编的,不少题目取材于最近的报刊,也有一些是传统的应用题.应用题涉及的面相当宽,有利率的计算、投保的决策、股市图表的识别、地震年代的估算、药液的配制、迷信的破除、电线的铺设、最佳方案的选择……,还有一些属于开放型的应用问题,这些问题的解决对培养学生的应用意识和创造意识有很大的帮助.

本书可作为初中数学的教学参考书和初中“实用数学”的选修课教材.

欢迎读者对本书提出批评和建议.来信请寄:上海中山北路 3663 号华东师范大学出版社(邮编:200062)倪明同志收.

寄小读者

请允许我称你为“小”读者，因为我比你降临人间早半个世纪！我羡慕你，因为 21 世纪是属于你的。

当本书印出来的时候，我想象着，你，一位风华少年，正把它放入原已很沉的书包。你喜欢它吗？请说真话。

不管你是否愿意，数学将无处不在。它会陪伴你度过青春年华，跨越考试重关，充实风险人生。数学，犹如一条伶俐的小狗，你若喜欢它，亲近它，它就会向你摇头摆尾，忠心相随。可是你若嫌弃它，疏远它，它就会向你狂吠，冷不防咬你一口！

喜欢数学才能学好数学。你应当欣赏数学的优美。它说一不二，又机巧聪明，让人佩服。可是，你千万不要仅仅把它当作玩物，它会是你的不可或缺的帮手，应付咸淡人生的忠实谋士。

这本小书会给你一个惊喜：原来数学和现实如此之近。当你走进银行存压岁钱，打开报纸读金融消息，听大人们谈论还本销售的时候，一旦数学帮你作出正确判断，人们会说你：“好聪明，好高明！”当你走进工厂，跨过田野的时候，你会注意到飞转的车轮、奇形的零件、标准的尺寸、美丽的轮廓。一旦你能看到别人看不到的数学背景，内心真是“好充实，好快活”！

其实，这本小书只是一名小小的向导。广阔的数学天地，要靠你自己去打开。

午夜的星空，那么深邃，广袤，无边无涯。望你乘上数学之舟，科学之火箭，闯荡未来的人生，拥抱新的世纪！

本书主编，一个和数学结缘的老人

目 录

第一章 有理数与整式	(1)
§ 1.1 整数巧算	(1)
§ 1.2 有理数运算	(5)
§ 1.3 整式运算	(15)
第二章 一次方程与不等式(组)	(25)
§ 2.1 一元一次方程	(25)
§ 2.2 一次方程组	(32)
§ 2.3 一元一次不等式(组)	(38)
第三章 几何初步知识	(45)
§ 3.1 几何图形	(45)
§ 3.2 线与角	(51)
第四章 分式、二次根式、实数	(57)
§ 4.1 分式	(57)
§ 4.2 二次根式	(62)
§ 4.3 实数	(68)
第五章 三角形	(72)
§ 5.1 三角形的性质	(72)
§ 5.2 直角三角形	(82)
第六章 四边形	(91)
§ 6.1 四边形与多边形	(91)
§ 6.2 轴对称与中心对称	(102)
第七章 相似形	(110)

§ 7.1 相似三角形	(110)
§ 7.2 相似多边形	(115)
第八章 一元二次方程及其它方程	(124)
§ 8.1 一元二次方程	(124)
§ 8.2 其它方程	(131)
第九章 函数	(138)
§ 9.1 图表、图象的识别	(138)
§ 9.2 一次函数	(150)
§ 9.3 二次函数	(154)
第十章 统计初步	(163)
§ 10.1 平均数与方差的计算	(165)
§ 10.2 数据中的代表值	(172)
§ 10.3 频率分布图	(180)
第十一章 解直角三角形	(185)
第十二章 圆	(199)
§ 12.1 圆的性质	(199)
§ 12.2 直线与圆、圆与圆	(205)
§ 12.3 正多边形与圆	(212)
第十三章 空间想象问题	(228)
附录	
中考数学应用题选编	(236)
参考答案	(269)
后记	(311)

第一章 有理数与整式

在小学,我们学习了正整数、零、正分数(小数、百分数),用字母表示数,……,知道数学是一门很重要的学科,在日常生活和国家建设中有着广泛的应用.进入中学,我们学习了负数,数的范围扩充到了有理数,然后又学习了整式的运算,……,数学知识一天天增加,解决实际问题的工具也就日益增多.但是,要想真正提高自己运用数学知识解决实际问题的能力,还需努力拓宽视野,勤奋思索,多做一些来源于生活和生产实践的应用题.这一章先提供一些有关数和整式运算的实际问题.

§ 1.1 整数巧算

整数,看似简单,实不平凡,它丰富而有趣的性质,常常使得一些实际问题能够巧妙地得到解决.

例 1 大华商场经理张英是个有名的“神算子”.有一次,商场从外地调进一批牛肉罐头,他让保管员抓紧时间分发到各门市部去.分完后,保管员向张经理汇报说:“新运来的 44 818 听牛肉罐头,除报损的以外,已平均分到 9 个门市部去了,平均数达到了最大,报损的只有……”

“只有 7 听报损.”没等保管员说完,张经理脱口而出.

保管员惊奇地瞪大眼睛说:“经理,你算得神极了,一点不差!”

你知道张经理是怎样算的吗？

分析 罐头总听数44 818是已知的. 由题中“除报损的以外, 已平均分到 9 个门市部”这句话, 可知44 818减去报损罐头听数的差能被 9 整除. 又因为分配“平均数达到了最大”, 所以报损的罐头听数小于 9.

解 44 818的各位数字之和为 25, 不能被 9 整除. 根据“能被 9 整除的数的特征是它的各位数字之和能被 9 整除”, 44 818减去报损的罐头听数(该数小于 9), 所得差的各位数字之和应该是 9 的倍数, 易知此和应为 18, 从而报损的罐头听数为 $25 - 18 = 7$.

说明 一个整数能否被 2、3、4、5、6、7、8、9、10、11、12、13 等整除, 都由其相应的特征提供判别方法, 这些方法在科学上和日常生活中有一定的实用价值, 不妨多多留意.

例 2 有一个法国故事, 说的是, 西蒙大叔有一天赶着马车去赶集, 车上坐着同村的一些大姑娘、小媳妇. 走到一个拐弯的地方, 一不小心, 马车撞翻了路旁的一篮子鸡蛋, 鸡蛋几乎全被打碎, 流淌一地. 西蒙大叔当即准备赔偿鸡蛋钱. 他问蛋的主人: “你篮子里一共有多少鸡蛋?” 蛋主人说: “准确的数我记不清楚了. 我在家里把鸡蛋从这个篮里倒腾到那个篮里, 又从这个篮里倒腾到这个篮里, 倒腾了几遍. 我记得, 分别按 2 个一次、3 个一次、4 个一次、5 个一次、6 个一次拿出时, 篮里总是剩下一个, 而当我按 7 个一次往外拿时, 正好拿完, 篮里一个也不剩了”. 车上的妇女们听了, 困惑地说: “这是多少鸡蛋? 怎么能算出来呢?” 而西蒙大叔慢慢眨巴着眼, 思索了一会儿, 又找了根树枝在地上画了一会, 说: “你总共有 301 个鸡蛋.” 蛋主听后, 表示同意按此数赔钱.

你知道西蒙大叔是怎么算出来的吗?

解 西蒙大叔是这样算的：

因为鸡蛋按 2 个一次、3 个一次、4 个一次、5 个一次、或 6 个一次拿，最后都剩一个，符合这些拿法的鸡蛋数最少是 2 至 6 这六个数的最小公倍数多 1，即 61 个，但 61 个鸡蛋每次拿 7 个，不能正好拿完。所以蛋数应该既是 60 的倍数加 1，又是 7 的倍数。而 $60 \times 2 + 1 = 121$ ， $60 \times 3 + 1 = 181$ ， $60 \times 4 + 1 = 241$ ，都不能被 7 整除， $60 \times 5 + 1 = 301$ 正好被 7 整除。当然还可算得 721 也符合蛋主的说法，可是，蛋主的篮子不可能装下 721 个鸡蛋，凭直观也没有那么多，所以肯定总共有 301 个鸡蛋。

例 3 欣欣玩具厂的王师傅在生产时，遇到一块长方体木料，长 3.57 米，宽 1.05 米，厚 0.84 米。要把它锯成同样大小的正方体木块。要求所锯得的正方体木块体积最大，又不浪费木料，怎么锯法呢？一共可锯得多少个？（不考虑锯缝损耗）

分析 要使锯得的正方体木块体积最大，关键在于使正方体的棱长达到最大。将原木料的长、宽、厚数据单位统一化为厘米，分别为 357 厘米、105 厘米、84 厘米。要求最大正方体的棱长，只要求此三个数的最大公约数，因为以这个最大公约数为棱长，可以将木料各棱都等分，锯出体积最大的正方体。

解 由于 $357 = 3 \times 7 \times 17$ ，

$$105 = 3 \times 5 \times 7，$$

$$84 = 2^2 \times 3 \times 7，$$

357、105、84 的最大公约数是 $3 \times 7 = 21$ ，

$$17 \times 5 \times 2^2 = 340。$$

所以,所锯正方体棱长为 21 厘米,共可锯得 340 个正方体木块.

说明 在实际锯木中,锯缝有所损耗,所得到的正方体木块棱长会略小于 21 厘米.

例 4 某粮食加工厂送货员小王给某自选商店送来 10 箱袋装米粉,每箱 20 袋,每袋重 800 克.他正要返回工厂时,厂部突然来电话,说 10 箱中有一箱因灌装机器有故障,每袋米粉少了 50 克,要他立即把那缺量的一箱带回厂更换.当时商店又无台秤可用,正在为难之时,他发现店旁有一台自动体重计(人站上去后,只要将壹角的硬币投进去,就能自动显示出其体重数).但小王只有一枚壹角的硬币,他想了一会,就用笔将 10 只箱子分别编上号码 1、2、3、…、10,然后从第 1 号箱子里取出 1 袋,从第 2 号箱子里取出 2 袋,依此类推,直到从第 10 号箱子里取出 10 袋,一共 55 袋,一起放在自动体重计秤台上,称得重量为 43 800 克,然后他就找出了缺量的那一箱.你知道是哪一箱吗?

解 一共取了 55 袋,按标准重量应为 $800 \times 55 = 44\,000$ 克,但实际重量为 43 800 克,相差了 200 克.已知 10 箱中只有一箱重量不够,且每袋都是少 50 克,因为 $200 \div 50 = 4$,说明所取的 55 袋中正好有 4 袋缺量,很显然它们是从第 4 号箱取出的,所以应将第 4 号箱米粉带回厂更换.

说明 称量一次就要求从 10 箱中找出缺量的一箱看似不可能,但小王通过给箱子编号并合理取袋的办法,解决了这个难题.这里,编号实际上是给原问题额外添上了条件,附加了信息,但并不违反题目要求.生活实际中的问题常常需要像小王那样,根据实际情况创造条件,灵活处理.

习 题 1.1

1. 在体育课上,王老师要同学们按 1 至 2、1 至 3、1 至 7 报数各一遍.他问排在最后的同学:“在这三次报数中,你每次报的是几?”那位同学说:“我每次报的都是 1.”王老师说:“我知道了,你们班今天有一位同学没来上课.”请问该班有多少同学?
2. 某台机器上有甲、乙、丙、丁四个齿轮依次啮合,齿数分别为 84、36、60、48.试问:在传动过程中,四个齿轮上同时啮合的各齿到下一次再同时啮合,各齿轮分别转过了多少圈?
3. 某汽车站有三条路线通往不同的地方,第一条路线每隔 15 分钟发车一次;第二条路线每隔 20 分钟发车一次,第三条路线每隔 50 分钟发车一次.三条路线的汽车在同一时间发车后,试问至少再经过多少时间又同时发车?
4. 有 5 袋保健球,每袋 10 只球.其中 4 袋中每只球重 250 克,另一袋中每只球重 200 克.现在这 5 个袋混在一起,如果只准称一次,要求找出装每只球重 200 克的那一袋来,应该怎么称法?

§ 1.2 有理数运算

例 1 1996 年 11 月中国人民银行公布的存款利率如下表:

存 期	活 期	3 个月	6 个月	1 年	2 年	3 年	5 年
月利率(‰)	1.65	2.775	4.5	6.225	6.6	6.9	7.5
年利率(%)	1.98	3.33	5.40	7.47	7.92	8.28	9.00

按照这个利率表,解答下列问题:

(1) 将1 500元钱存2年定期,到期本利和是多少?

(2) 将2 000元存定期3年,到期后连本带利再转存2年,到期时共得本利和多少元? 如果将2 000元直接存5年定期,到期可得利息多少元?

(3) 某人在1996年12月2日将2 000元存6个月定期,到1997年8月20日才支取,他共得本利和多少元?

分析 我国银行计算利息的公式是: 利息 = 本金 × 利率 × 存期, 从而本利和 = 本金 + 利息 = 本金 × (1 + 利率 × 存期), 这里本金指存入的钱, 存期是期限单位数, 利率是每一个期限内的利息与本金的比. 我国目前的储蓄种类主要有活期、定期、定活两便、零存整取、大额存款、存本取息等储种. 在计算利息时, 规定定期储蓄提前支取则按活期计息; 定期存款超期则自动将本利和按原存期转存. 在将年利率或月利率化为日利率时, 规定一年 = 360天, 一月 = 30天, 从而日利率 = 月利率 ÷ 30 = 年利率 ÷ 360.

解 (1) 1 500元存2年定期, 到期本利和为

$$1\,500 \times (1 + 7.92\% \times 2) = 1\,737.6(\text{元}).$$

(2) 2 000元存3年, 到期本利和为

$$2\,000 \times (1 + 8.28\% \times 3) = 2\,496.8(\text{元}).$$

将这2 496.8元再转存2年, 到期时共得本利和为

$$2\,496.8 \times (1 + 7.92\% \times 2) \approx 2\,892.29(\text{元}).$$

若将2 000元直接存5年, 到期可得利息

$$2\,000 \times 9\% \times 5 = 900(\text{元}).$$

(3) 1996年12月2日存入2 000元, 1997年8月20日支取, 实际存期是6个月多78天, 这超期的78天按活期计息, 故某人共得本利和为

$$2\,000 \times (1 + 4.5\% \times 6) \times \left(1 + \frac{1.65\%}{30} \times 78\right) \\ = 2\,062.81(\text{元}).$$

说明 把暂时不用的钱存入银行,既能支援国家建设,又能获得利息,是一项利国利己的经济活动.我国目前银行计算利息采用的是单利计息,也就是在存款期限内,不管存期长短,只按本金计算利息,其所生的利息不再加入本金重复计算利息.例如,1 000元存5年,每年的利息都是 $1\,000 \times 9.00\% = 90$ 元,而不把第一年得的90元利息算到第二年的本金中去.

另外,在计算存期天数时,可用公式:

$$\text{存期天数} = (\text{支取年} - \text{存入年}) \times 360 + (\text{支取月} - \text{存入月}) \times 30 + (\text{支取日} - \text{存入日}).$$

例2 某甲到保险公司办理房屋火灾保险,其保险金为其房屋价值的 $\frac{2}{3}$,按规定每元保险金应交付保险费1分5厘(即保险费率为1.5%),已知该人一年应交付保险费184元,问其房屋价值是多少?

解 因为保险费率为 $1.5\% = 0.015$,则 $184 \div 0.015$ (元)相当于房屋价值的 $\frac{2}{3}$,故该人房屋价值为

$$184 \div 0.015 \div \frac{2}{3} = 18\,400(\text{元}).$$

说明 保险是一项社会补偿制度,它是由保险公司聚集起众多企业和投保人的保险费,积累起雄厚的保险基金,当投保单位或个人受到自然灾害或意外事故造成经济损失时,由保险公司负责按预先规定的金额给予经济赔偿.在投保时,每年应交保险费 = 投保财产价值 × 保险费率.

例 3 王师傅将甲、乙两种股票同时卖出,其中甲种股票卖价1 200元,盈利 20%;乙种股票卖价也是1 200元,但亏损 20%.问王师傅这两种股票合计是盈还是亏?

分析 股票卖出盈亏的百分数都是相对买进价而言的.

解 甲种股票进价为

$$1\,200 \div (1 + 20\%) = 1\,000(\text{元}).$$

乙种股票进价为

$$1\,200 \div (1 - 20\%) = 1\,500(\text{元}).$$

故王师傅买进两种股票共花 $1\,000 + 1\,500 = 2\,500$ 元.

而卖出共得 $1\,200 + 1\,200 = 2\,400$ 元,所以王师傅亏损 100 元(或说盈利-100 元).

说明 随着市场经济的发展,股票已成为人们日常生活中的热门话题.股票是由股份公司发给股东(持有股份的人)的证明其所入的股份数,并有权取得股息的有价证券.纸币形式的股票上面写明是哪个公司的股票、持有人是谁、持有的数量是多少等等.现在为了交易方便,股票在交易所的计算机里体现,股民们拿到的是股票的帐户卡、交易卡等,凭它可以进行计算机交易,并查到某人拥有哪个公司的股票多少股.

把钱投资于股票与存入银行获得的收益大不相同.钱存入银行,得到的利息是有保证的,但一般来说,利息不可能很高.而股票收益和你投资的公司办得好坏直接联系.公司办得好,可能你的收益比银行利息高得多,如果公司办得不好,那么你的收益可能很差,甚至还要亏损.

例 4 M 国股民吉姆上星期六买进某公司股票1 000股,每股 27 元,下表为本周内每日该股票的涨跌情况(单位:元).

星 期	一	二	三	四	五	六
每股涨跌	+4	+4.5	-1	-2.5	-6	+2

(1) 星期三收盘时,每股是多少元?

(2) 本周内最高价是每股多少元? 最低价是每股多少元?

(3) 已知吉姆买进股票时付了 1.5‰ 的手续费,卖出时需付成交额 1.5‰ 的手续费和 1‰ 的交易税,如果吉姆在星期六收盘前将全部股票卖出,他的收益情况如何?

解 (1) 星期三收盘时每股价为

$$27 + 4 + 4.5 + (-1) = 34.5 \text{ (元)}.$$

(2) 本周内最高价是每股 35.5 元,最低价是每股 26 元.

(3) 星期六每股卖出价为

$$\begin{aligned} & 27 + 4 + 4.5 + (-1) + (-2.5) + (-6) + 2 \\ & = 28 \text{ (元)}, \end{aligned}$$

共收益

$$28 \times 1000 \times (1 - 1.5\‰ - 1\‰) - 27 \times$$

$$1000 \times (1 + 1.5\‰) = 889.5 \text{ (元)}.$$

所以吉姆共收益 889.5 元.

说明 股票交易时要付一定的手续费,各国收费比例不一样.我国 1996 年的规定:每一笔股票买卖成交时,买卖双方都要付成交额的 4‰ 的佣金给证券公司和交易所(深圳股票是 3.5‰)、3‰ 的印花税给国家;每股还要付 0.1 分钱的过户费(按规定是付股票面值的 0.1%,因为当前我国股票的面值都是 1 元,所以也就是 0.1 分钱);每笔付 1 元钱委托费、5 元钱通讯费,如果不成交,则不收通讯费(也有的公司无论成交与否都要收 5 元钱通讯费);如果佣金不足 10 元时按 10 元计算.

根据这些规定,如果你购某种股票1 000股,每股价 5.86 元,那么

$5.86 \times 1\,000 + 5.86 \times 1\,000 \times 4\% + 5.86 \times 1\,000 \times 3\% + 0.1\% \times 1\,000 + 1.00 + 5.00 = 5\,908.02$ (元),
即你要付的各种款共计5 908.02元.

例 5 出租车司机小李某天下午营运全是在东西走向的人民大道上进行的.如果规定向东为正,向西为负,他这天下午行车里程(单位:千米)如下:

+15, -2, +5, -1, +10, -3, -2, +12, +4, -5, +6.

(1) 将最后一名乘客送到目的地时,小李距下午出车时的出发点多远?

(2) 若汽车耗油量为 a 升/千米,这天下午小李共耗油多少升?

解 (1) 因为

$$\begin{aligned} & (+15) + (-2) + (+5) + (-1) + (+10) + \\ & (-3) + (-2) + (+12) + (+4) + (-5) + (+6) \\ & = 39 \text{ (千米)}, \end{aligned}$$

所以小李最后距出发点 39 千米.

(2) 因为

$$\begin{aligned} & a \times (|+15| + |-2| + |+5| + |-1| + |+10| + \\ & |-3| + |-2| + |+12| + |+4| + |-5| + |+6|) \\ & = 65a \text{ (升)}, \end{aligned}$$

所以小李共耗油 $65a$ 升.

例 6 二次大战后,世界人口增长速度越来越快,从 1950 年的世界人口 25 亿到 1987 年 7 月 11 日世界人口 50 亿,短短的 37 年中,人口数量翻了一番. 92 年 7 月 11 日世界人口