英才丛书
YING CAI CONG SHU

顶级名校
高考复习新视野

权威
前瞻
创新
实用
必备

丛书策划 胡 丹
丛书主编 胡源麟
本册主编 徐新斌 殷希群 张克修 张海河

数学

中国和平出版社

顶级名校高考复习新视野

数　　学

丛书策划　胡　丹

丛书主编　胡源麟

本册主编　徐新斌
　　　　　殷希群
　　　　　张克修
　　　　　张海河

编撰人员　王道金　邓建华　叶迎东　叶新年
　　　　　帅建成　向　军　张克修　张海河
　　　　　张新平　李元明　李绍林　杨　田
　　　　　陈长伟　罗国彬　侯寿森　侯修国
　　　　　徐新斌　殷希群　彭光焰　彭修和
　　　　　彭家麒

责任编辑　杨雁鸣　谢志祥

中国和平出版社

顶级名校高考复习新视野
数　学
*
中国和平出版社出版发行
河南第一新华印刷厂印刷
新华书店发行
*
787×1092　1/16　印张　27.25　字数　818 000
2001 年 7 月河南第 1 版　2001 年 7 月河南第 1 次印刷
印数　1—10 000 册
ISBN 7-80154-398-X
G·391　定价:25.00 元

前　言

湖北黄冈名扬遐迩，黄冈考卷火爆全国。现在，我们隆重推出被誉为“湖北高考的两只领头羊”、名校中的顶级名校的开篇力作：**《顶级名校　高考复习新视野》**。

该书由顶级名校的教育专家担纲，组织数十位高中教学第一线的特(高)级教师、奥赛金牌教练参加，经过潜心研究，联合编撰了这套丛书。丛书**透视名师课堂实况，囊括各类高考模式，揭示雄霸金榜奥秘，稳操突破高分胜券**。它有以下特点：

前瞻性　编撰者认真研究了高考命题改革、2001 年高考“考试说明”和近几年高考试卷，从求异中，分析高考的变化，科学地预测高考的未来走势，增添新内容，创设新题型，凸现新思维，体现前瞻性。

创造性　在高考理念上，突出能力与素质，注意培养学生的创新意识和创新能力；在选题时，力避陈题，即使借鉴别人的研究成果、使用传统的精典题目，也注意融入创新意识，力求推陈出新；在宏观安排上，编写政治、历史、地理、物理、化学、生物各分册时，既考虑到以上六科在“3 + 文(理)科综合”高考模式中的综合科目地位，也考虑到各学科在“3 + 2”、“3 + 文理综合 + 1”的高考模式中的综合性和独立性。因此，丛书具有普遍的适应性。

实用性　编撰者多年从事高三年级教学工作，在编写时，根据学生的需要，设置全新的栏目，例题典范，讲析精要，练习新颖，点拨得法，解教之困，解学之惑，既可作教师随堂讲授的教案，又可作学生听课笔记和训练材料。

它是教的真谛，也是学的真经。愿它成为您的益友良师，伴您达到理想的彼岸。

编者

2001.7

目　录

第一章 预备知识

§1.1 一次、二次函数

【复习指导】

［复习目标］

掌握一次函数、二次函数的概念及其图象和性质.

［命题导向］

一次函数、二次函数贯穿于整个高中数学始终，是解决高中数学问题的基础，是问题转化的重要目标，特别是二次函数，渗透在许多问题中. 纵观近几年的高考数学试题，涉及二次函数及其应用的题不断出现，成为数学高考的一大热点. 出题方式灵活多样，既可单独命题，也可与其它知识结合，设计综合性较强，能力要求较高的综合题. 主要侧重于以下两个方面：

(1)求解析式，求函数最值(条件最值)，图象.

(2)研究单调性(比较大小)以及与二次三项式、二次方程、二次不等式、抛物线等问题的联系.

［复习要点］

(1)熟练掌握一次、二次函数的概念、图象和性质，运用这些知识解直接考查一次、二次函数知识的试题.

(2)构造二次函数求解综合题，注意函数与方程思想、数形结合思想的应用.

(3)掌握下列结论：

①一次函数的解析式 $y=ax+b(a\neq0)$；二次函数的三种形式：$y=ax^2+bx+c=a(x-h)^2+k=a(x-x_1)(x-x_2)(a\neq0)$.

②$y=f(x)=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 在实数集 R 上，当 $a>0$ 时有最小值$\frac{4ac-b^2}{4a}$，当 $a<0$ 时有最大值$\frac{4ac-b^2}{4a}$. 但在区间$[\alpha,\beta]$上，需讨论. 以 $a>0$ 为例：若 $-\frac{b}{2a}\in[\alpha,\beta]$，$y_{\min}=f\left(-\frac{b}{2a}\right)$，$y_{\max}=\max\{f(\alpha),f(\beta)\}$；若 $-\frac{b}{2a}\notin[\alpha,\beta]$，$y_{\min}=\min\{f(\alpha),f(\beta)\}$，$y_{\max}=\max\{f(\alpha),f(\beta)\}$.

③函数 $f(x)=ax^2+bx+c$ 当 $a>0$ 且 $\Delta<0$ 时，$f(x)>0$ 恒成立；当 $a<0$ 且 $\Delta<0$ 时，$f(x)<0$ 恒成立.

④二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 的图象是以直线 $x=-\frac{b}{2a}$ 为对称轴，以点$\left(-\frac{b}{2a},\frac{4ac-b^2}{4a}\right)$为顶点的抛物线. 当抛物线与 x 轴有两个交点 $A(x_1,0)$、$B(x_2,0)$ 时，它在 x 轴上截得的线段长为 $|AB|=|x_2-x_1|=\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$.

⑤一元二次方程的实根分布在给定区间内的讨论利用数形结合的思想，抓住四个要素：对应的抛物线的开口、对称轴、一元二次方程根的判别式、给定区间端点的函数值，列出不等式组解题.

【典型例题】

例 1 求函数 $f(x)=2x^2-8x+1$ 的最大值或最小值.

解法 1：$\because$ $a=2>0$

$\therefore$ $f(x)$有最小值而无最大值.

$$f(x)_{\min}=\frac{4ac-b^2}{4a}=\frac{4\times2\times1-(-8)^2}{4\times2}=-7.$$

解法 2：$f(x)_{\min}=f\left(-\frac{b}{2a}\right)=f(2)$

$=2\times2^2-8\times2+1=-7$.

解法 3：$\because$ $f(x)=2(x-2)^2-7\geqslant-7$

$\therefore$ $f(x)_{\min}=-7$.

解法 4：$\because$ 函数 $y=2x^2-8x+1$ 定义域为 R.

$\therefore$ 关于 x 的方程 $2x^2-8x+(1-y)=0$ 有两实根，由 $\Delta=(-8)^2-4\times2(1-y)\geqslant0$，解得 $y\geqslant-7$.

$\therefore$ $f(x)$的最小值为 -7.

例 2 不等式 $ax^2-5x+b>0$ 的解集为$\left(-\frac{2}{3},\frac{1}{4}\right)$，求 $ax^2+5x+b>0$ 的解集.

解：$ax^2+5x+b>0$ 即 $a(-x)^2-5(-x)+b$

>0,而 $ax^2-5x+b>0$ 的解集为$\left(-\frac{2}{3},\frac{1}{4}\right)$.

$\therefore\quad -\frac{2}{3}<-x<\frac{1}{4}$, $-\frac{1}{4}<x<\frac{2}{3}$

$\therefore\quad ax^2+5x+b>0$ 的解集为$\left(-\frac{1}{4},\frac{2}{3}\right)$.

例 3 设二次函数 $f(x)$ 满足 $f(x-2)=f(-x-2)$,且图象在 y 轴上的截距为1,在 x 轴上截得的线段长为$2\sqrt{2}$,求 $f(x)$ 的解析式.

解法1:依题意设 $f(x)=ax^2+bx+1(a\neq 0)$.

由 $f(x-2)=f(-x-2)$ 得 $4a-b=0$ (1)

设方程 $ax^2+bx+1=0(a\neq0)$ 的两根为 x_1、x_2.

$\therefore\quad |x_2-x_1|=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\frac{\sqrt{b^2-4a}}{|a|}=2\sqrt{2}$

即 $b^2-4a=8a^2$ (2)

由(1)、(2)解得 $a=\frac{1}{2}$, $b=2$

$\therefore\quad f(x)=\frac{1}{2}x^2+2x+1$.

解法 2:由 $f(x-2)=f(-x-2)$ 知 $f(x)$ 图象的对称轴为直线 $x=-2$,可设 $f(x)=a(x+2)^2+k$.

解法 3:因 $f(x)$ 图象的对称轴为直线 $x=-2$,且 $|x_1-x_2|=2\sqrt{2}$.

$\therefore\quad f(x)$ 的图象与 x 轴交点为$(-2-\sqrt{2},0)$,$(-2+\sqrt{2},0)$,可设 $f(x)=a(x+2+\sqrt{2})(x+2-\sqrt{2})$ 且 $f(1)=1$.

例 4 求 x 的取值范围,使对于满足 $|p|\leqslant 2$ 的不等式 $x^2+px+1>2x+p(x,p\in R)$ 恒成立.

解:原不等式变成 $(x-1)p+x^2-2x+1>0$

令 $f(p)=(x-1)p+x^2-2x+1$,要使 $|p|\leqslant 2$,$f(p)>0$ 恒成立,必须且只需$\begin{cases}f(-2)>0\\f(2)>0\end{cases}$

即$\begin{cases}(x-1)(-2)+x^2-2x+1>0\\2(x-1)+x^2-2x+1>0\end{cases}$

解得 $x<-1$ 或 $x>3$.

例 5 已知函数 $f(x)=x^2+ax+3$ 在区间 $[-1,1]$ 内的最小值为 -3,求实数 a 的值.

解:$f(x)=\left(x+\frac{a}{2}\right)^2+3-\frac{a^2}{4}$

(1)当 $-\frac{a}{2}<-1$ 即 $a>2$ 时,

$f(x)_{min}=f(-1)=4-a=-3$. $\therefore a=7$

(2)当 $-1\leqslant-\frac{a}{2}\leqslant 1$ 即 $-2\leqslant a\leqslant 2$ 时,

$f(x)_{min}=f\left(-\frac{a}{2}\right)=3-\frac{a^2}{4}=-3$

$a=\pm 2\sqrt{6}$(舍去)

(3)当 $-\frac{a}{2}>1$,即 $a<-2$ 时,

$f(x)_{min}=f(1)=4+a=-3$

$\therefore a=-7$

由(1)、(2)、(3)知 $a=\pm 7$.

例 6 已知两点 $P(0,1)$、$Q(2,3)$,如果二次函数 $f(x)=x^2+ax+2$ 的图象与线段 PQ 有两个不同的公共点,求实数 a 的取值范围.

解:$f(x)$ 的图象与线段 PQ 有两个不同公共点,即方程组$\begin{cases}y=x+1\\y=x^2+ax+2\end{cases}$ $(0\leqslant x\leqslant 2)$ 有两组不同解,即方程 $x^2+(a-1)x+1=0$ 在 $[0,2]$ 上有两个不等实根.

令 $g(x)=x^2+(a-1)x+1$,应有

$$\begin{cases}\Delta=(a-1)^2-4>0\\0<-\frac{a-1}{2}<2\\g(0)>0\\g(2)=4+2(a-1)+1\geqslant 0\end{cases}$$

解得 $-\frac{3}{2}\leqslant a<-1$

$\therefore$ 所求实数 a 的取值范围为 $-\frac{3}{2}\leqslant a<-1$.

【归纳小结】

1. 求一次、二次函数的解析式,其方法是待定系数法,根据题设条件,列出方程组.

2. 二次函数最值的讨论,首先要看是在 R 上求解,还是在某一给定区间上求解. 若在给定区间上求解,要分清抛物线的对称轴与区间的关系.

3. 函数的解析式与其图象是同一函数的数与形的不同体现形式,解题时应注意把两者有机结合起来.

【巩固练习】

一、选择题

1. 函数 $y=2x^2-6x+3$, $x\in[-1,1]$ 的最小值为 ( )

A. $-\frac{3}{2}$ B. -1 C. 3 D. 不存在

2. 已知函数 $y=6x-2x^2-m$ 的值恒小于零,那么实数 m 的取值为 ( )

A. $m=9$ B. $m=\frac{9}{2}$

C. $m<9$ D. $m>\frac{9}{2}$

3. 若关于 x 的方程 $2ax^2-x-1=0$ 在 $(0,1)$ 内恰有一解,则 a 的取值范围是 ( )

A. $a<-1$ B. $a>1$

C. $-1<a<1$ D. $0\leqslant a<1$

4. 关于 x 的不等式 $ax^2+ax+1>0$ 对一切实数均成立,则实数 a 的取值范围是 ( )

A. $0<a<4$ B. $a<0$ 或 $a>4$

C. $0\leqslant a<4$ D. $0\leqslant a\leqslant 4$

5. 已知二次函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1)-f(x)=2x$ 且 $f(0)=1$,则 $f(x)$ 的表达式为 ( )

A. $-x^2-x-1$ B. $-x^2+x-1$

C. x^2-x+1 D. x^2-x-1

6. 若函数 $f(x)=x^2\lg a-2x+1$ 的图象与 x 轴有两个交点,则 a 的取值范围是 ( )

A. $0<a<10$ B. $1<a<10$

C. $0<a<1$ D. $0<a<1$ 或 $1<a<10$

7. 函数 $f(x)$ 满足 $f(x+4)=f(x)$ 且 $f(4+x)=f(4-x)$,若 $2\leqslant x\leqslant 6$ 时,$f(x)=x^2-2bx+c$,$f(4)=-14$,则有 ( )

A. $f(\ln b)\leqslant f(\ln c)$ B. $f(\ln b)\geqslant f(\ln c)$

C. $f(\ln b)>f(\ln c)$ D. $f(\ln b)<f(\ln c)$

二、填空题

8. 函数 $f(x)=-x^2+2tx-t^2+3$ 的图象以直线 $x+2=0$ 为对称轴,则其图象顶点坐标是________.

9. 已知 $f(x)=ax^2+bx(ab\neq 0)$,若 $f(x_1)=f(x_2)$ 且 $x_1\neq x_2$,则 $f(x_1+x_2)=$________.

10. 函数 $f(x)=x^2+ax+a-2(a\in R)$ 的图象与 x 轴两交点间的最小距离是________.

11. 函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与函数 $y=3x^2+2x-1$ 的图象关于原点对称,则 $a=$________,$b=$________,$c=$________.

三、解答题

12. 如果二次函数 $f(x)=x^2-(a-1)x+5$ 在区间 $\left(\frac{1}{2},1\right)$ 上是增函数,求 $f(2)$ 的取值范围.

13. 已知函数 $f(x)=x^2+bx+c$(b、c 为常数)对任意 $\alpha\in R$ 恒有 $f(\sin\alpha)\geqslant 0$ 且 $f(2+\cos\alpha)\leqslant 0$.

(1)求函数 $b=g(c)$ 及其定义域.

(2)若 $f(\sin\alpha)$ 的最大值为 8,试确定 $f(x)$ 的解析式.

*14. 已知 $f(x)=x^2+ax+b$,$-1\leqslant x\leqslant 1$,若 $|f(x)|$ 的最大值为 M,求证:$M\geqslant\frac{1}{2}$.

**15. 已知二次函数 $f(x)=x(x+a)$,一次函数 $g(x)=a(x+b)$,a、$b\in R$.

(1)若方程 $f(x)=g(-x)$ 和 $f(x)=-g(x)$ 各有两个不相等的实根,求证:$|b|<|a|$.

(2)试问:方程 $|f(x)|=g(x)$ 能否有四个实根,并说明理由.

§1.2　解简单不等式

【复习指导】

[复习目标]

掌握一元一次不等式的解法. 理解二次函数、一元二次不等式及一元二次方程三者之间的关系,掌握一元二次不等式的解法.

[命题导向]

一元一次不等式、一元二次不等式是解决中学数学问题的基础,许多问题的解决需要一次、二次不等式作为工具. 在高考考题中既有独立考查这方面知识的题,又有涉及考查与二次函数、二次方程之间联系的题.

[复习要点]

(1)不等式:$ax>b$.

当 $a>0$ 时,解集为$\left\{x\mid x>\dfrac{b}{a}\right\}$;当 $a<0$ 时,解集为$\left\{x\mid x<\dfrac{b}{a}\right\}$;当 $a=0$ 且 $b\geqslant0$,解集为$\varnothing$;当 $a=0$ 且 $b<0$ 时,解集为 R.

(2)一元二次不等式:$ax^2+bx+c>0(a>0)$ 或 $ax^2+bx+c<0(a>0)$.

设方程 $ax^2+bx+c=0(a>0)$ 根的判别式为 $\triangle=b^2-4ac$.

①当$\triangle>0$时,方程 $ax^2+bx+c=0(a>0)$ 的两根为 x_1、$x_2(x_1<x_2)$,不等式 $ax^2+bx+c>0(a>0)$ 的解集为$\{x\mid x<x_1$或$x>x_2\}$;不等式 $ax^2+bx+c<0(a>0)$ 的解集为$\{x\mid x_1<x<x_2\}$.

②当$\triangle=0$时,不等式 $ax^2+bx+c>0(a>0)$ 的解集为$\left\{x\mid x\neq-\dfrac{b}{2a},x\in R\right\}$;不等式 $ax^2+bx+c<0(a>0)$ 的解集为$\varnothing$.

③当$\triangle<0$时,不等式 $ax^2+bx+c>0(a>0)$ 的解集为 R;不等式 $ax^2+bx+c<0(a>0)$ 的解集为$\varnothing$.

【典型例题】

例1　解关于 x 的不等式 $2x-3<mx+n$.

解:原不等式变成 $(2-m)x<3+n$

(1)当 $2-m>0$ 即 $m<2$ 时,解得 $x<\dfrac{3+n}{2-m}$;

(2)当 $2-m<0$ 即 $m>2$ 时,解得 $x>\dfrac{3+n}{2-m}$;

(3)当 $2-m=0$ 即 $m=2$ 时,$3+n\leqslant0,n\leqslant-3$,无解. $3+n>0,n>-3,x\in R$.

故,当 $m<2$ 时,原不等式的解集为$\left\{x\mid x<\dfrac{3+n}{2-m}\right\}$;当 $m=2$ 且 $n\leqslant-3$ 时,原不等式的解集为$\varnothing$;当 $m=2$ 且 $n>-3$ 时,原不等式的解集为 R;当 $m>2$ 时,原不等式的解集为$\left\{x\mid x>\dfrac{3+n}{2-m}\right\}$

例2　关于 x 的不等式 $mx^2+nx+2>0$ 的解集为$\left(-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{3}\right)$,求 $m+n$ 的值.

解:解法1:$x_1=-\dfrac{1}{2},x_2=\dfrac{1}{3}$是方程 $mx^2+nx+2=0$ 的两根.

$$\therefore\quad\begin{cases}\dfrac{1}{4}m-\dfrac{1}{2}n+2=0\\\dfrac{1}{9}m+\dfrac{1}{3}n+2=0\end{cases},\text{解得}\begin{cases}m=-12\\n=-2\end{cases}$$

$\therefore\quad m+n=-14.$

解法2:易知 $m<0$,由$\left(x+\dfrac{1}{2}\right)\left(x-\dfrac{1}{3}\right)<0$ 得

$6x^2+x-1<0$ 即 $-12x^2-2x+2>0$

$\therefore\quad m=-12,n=-2,m+n=-14.$

例3　求一元二次不等式 $ax^2-2(a+1)x+4>0$ 的解集.

解:原不等式化为 $(ax-2)(x-2)>0$

(1)当 $a<0$ 时,有$\left(x-\dfrac{2}{a}\right)(x-2)<0$

$\dfrac{2}{a}<x<2$

(2)当 $a>0$ 时,方程 $(ax-2)(x-2)=0$ 的两根为 $x_1=\dfrac{2}{a},x_2=2$,原不等式变为

$\left(x-\dfrac{2}{a}\right)(x-2)>0$

①若 $0<a<1,x_1>x_2$,不等式的解为 $x<2$ 或 $x>\dfrac{2}{a}$.

②若 $a=1,x_1=x_2$,不等式的解为 $x\in R$ 且

$x\neq 2$.

③若 $a>1,x_1<x_2$,不等式的解为 $x<\frac{2}{a}$或 $x>2$.

故,当 $a<0$,原不等式的解集为 $\left\{x|\frac{2}{a}<x<2\right\}$;当 $0<a<1$ 时,原不等式的解集为 $\left\{x|x<2\text{ 或 }x>\frac{2}{a}\right\}$;当 $a=1$ 时,原不等式的解集为 $\{x|x\in R\text{ 且 }x\neq 2\}$;当 $a>1$ 时,原不等式的解集为 $\left\{x|x<\frac{2}{a}\text{或 }x>2\right\}$.

例 4 解关于 x 的不等式 $(m+3)x^2+2mx+m-2>0(m\in R)$.

解:(1)当 $m+3=0$ 即 $m=-3$ 时,原不等式为 $-6x-5>0$.

∴ 原不等式的解集为 $\left\{x|x<-\frac{5}{6}\right\}$.

(2)当 $m+3\neq 0$ 即 $m\neq -3$ 时,原不等式为一元二次不等式,$\Delta=4m^2-4(m+3)(m-2)=4(6-m)$.

①当 $\Delta<0$ 即 $m>6$ 时,$m+3>0$,

∴ 原不等式的解集为 R.

②当 $\Delta=0$ 即 $m=6$ 时,原不等式为 $(3x+2)^2>0$.

∴ 原不等式的解集为 $\left\{x|x\neq -\frac{2}{3}\text{且 }x\in R\right\}$.

③当 $\Delta>0$ 且 $m+3>0$ 即 $-3<m<6$ 时,原不等式的解集为

$$\left\{x|x<\frac{-m-\sqrt{6-m}}{m+3}\text{或}>\frac{-m+\sqrt{6-m}}{m+3}\right\}$$

④当 $\Delta>0$ 且 $m+3>0$ 即 $m<-3$ 时,原不等式的解集为

$$\left\{x|\frac{-m+\sqrt{6-m}}{m+3}<x<\frac{-m-\sqrt{6-m}}{m+3}\right\}$$

例 5 国家收购某种农产品的价格为每吨 120 元,其中征税标准为每 100 元征收 8 元(称为税率是 8 个百分点),计划可收购 a 吨.为了减轻农民负担,决定税率降低 x 个百分点,预计收购量可增加 $2x$ 个百分点.

(1)写出降低税率后税收 y(万元)与 x 的函数关系;

(2)要使此项税收在税率调整后不低于原计划的 78%,试确定 x 的范围.

解:(1)调整后的税率为 $(8-x)\%$,调整税率后预计可收购农产品 $a(1+2x)\%$ 万吨,总价值 $120a(1+2x\%)$ 万元,那么 $y=120a(1+2x\%)(8-x)\%$.$(0<x\leqslant 8)$

(2)原来税收 $120a\cdot 8\%$ 万元,因此 $120a(1+2x\%)(8-x)\%\geqslant 120a\cdot 8\%\cdot 78\%$.整理,得

$x^2+42x-88\leqslant 0$,即 $(x-2)(x+44)\leqslant 0$

∴ $0<x\leqslant 2$.

答:(1)所求函数关系为 $y=120a(1+2x\%)(8-x)\%$;(2)$0<x\leqslant 2$.

例 6 已知 $f(x)$ 是偶函数,在 $(-\infty,0)$ 上是增函数,且 $f(2a^2+a+1)<f(a^2-3a+4)$,现已知适合以上条件的 a 的集合是关于 a 的不等式 $2a^2+ma+n>0$ 的解集,求 m、n.

解:∵ $f(x)$ 是偶函数,且在 $(-\infty,0)$ 上是增函数.

∴ $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上是减函数.

又∵ $2a^2+a+1=2\left(a+\frac{1}{4}\right)^2+\frac{7}{8}>0$

$a^2-3a+4=\left(a-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{7}{4}>0$

∴ $2a^2+a+1>a^2-3a+4$ 即 $2a^2+8a-6>0$ 与关于 a 的不等式 $2a^2+ma+n>0$ 同解.

∴ $m=8,n=-6$.

【归纳小结】

1. 一元一次不等式、一元二次不等式的求解要求正确、熟练、迅速,它们是解无理不等式、指数不等式、对数不等式的基础.

2. 若一元二次不等式中二次项系数为负,先要化成正系数再求解.

3. 对含参数的不等式的求解,首先考虑参数的允许取值范围,再对参数进行分类讨论.

【巩固练习】

一、选择题

1. 代数式 $k+2$ 的值大于 -1 而小于 3,则 k 的取值范围是 ( )

A. $-1<k<3$ B. $-3<k<1$

C. $-2\leqslant k<2$ D. $-2<k\leqslant 2$

2. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases}2x-b<1\\2x+b>1\end{cases}$ 无解,则 b 的

范围是　(　　)

A. $b>0$　B. $b\geqslant 0$　C. $b<0$　D. $b\leqslant 0$

3. 如果$(a+1)x>a+1$的解是$x<1$,则a的取值范围是　(　　)

A. $a<0$　B. $a<-1$

C. $a>-1$　D. a是任意实数.

4. 如果关于x的方程$x+2m-3=3x+7$的解为不大于2的非负实数,那么　(　　)

A. $m=6$　B. $m=5,6,7$

C. $5<m<7$　D. $5\leqslant m\leqslant 7$

5. 若不等式$\dfrac{2x^2+2kx+k}{4x^2+6x+3}<1$对$x\in R$恒成立,则实数$k$的取值范围是　(　　)

A. R　B. $(1,3)$

C. $(-\infty,1)$　D. $(-\infty,1)\cup(3,+\infty)$

6. 不等式$\left|\dfrac{x}{1+x}\right|>\dfrac{x}{1+x}$的解集是　(　　)

A. $(-\infty,-1)\cup(-1,+\infty)$

B. $(-1,+\infty)$

C. $(-\infty,-1)\cup(-1,0)$

D. $(-1,0)$

7. 设全集为R,$A=\{x|x^2-5x-6>0\}$,$B=\{x||x-5|<a\}$(a为常数),且$11\in B$,则　(　　)

A. $\overline{A}\cup B=R$　B. $A\cup\overline{B}=R$

C. $\overline{A}\cup\overline{B}=R$　D. $A\cup B=R$

二、填空题

8. 若方程组$\begin{cases}x+y=3a+1\\x-y=5a-1\end{cases}$的解满足$3x+4y>1$,则$a$______.

9. 若$A=\{x|x^2-3x\leqslant 10\}$,$B=\{x|m+1\leqslant x\leqslant 2m-1\}$,且$A\cap B=\varnothing$,则$m$的取值范围是______.

10. 已知$ax^2+2x+b>0$的解集为$\left\{x|-\dfrac{1}{3}<x<\dfrac{1}{2}\right\}$,则不等式$-bx^2-2x-a>0$的解集为______.

11. $\dfrac{1}{4^x-1}>\dfrac{1}{2^x-3}$的解集是______.

三、解答题

12. 解关于x的不等式$mx^2-2(m-1)x+(m+2)<0$.

13. 已知关于x的不等式$(a+b)x+(2a-3b)<0$的解集为$\left(-\infty,-\dfrac{1}{3}\right)$,求关于$x$的不等式$(a-3b)x+(b-2a)>0$的解集.

*14. 已知$f(x)=\lg(ax^2+2x+1)$.

(1)若函数$f(x)$的定义域为R,求实数a的范围;

(2)若$f(x)$的值域为R,求实数a的范围.

**15. 设函数$f(x)$是奇函数,对任意x、$y\in R$,都有$f(x+y)=f(x)+f(y)$且$x>0$时,$f(x)<0$,$f(1)=-2$.(1)试问:在$-3\leqslant x\leqslant 3$时,$f(x)$是否有最值?(2)若$b^2\neq 2$且$b\geqslant 0$,解关于x的不等式$\dfrac{1}{2}f(bx^2)-f(x)>\dfrac{1}{2}f(b^2x)-f(b)$.

§1.3　集合的概念及运算

【复习指导】

[复习目标]

理解集合、子集、交集、并集、补集的概念.了解空集和全集的意义,了解属于、包含、相等关系的意义,能熟练使用有关的术语和符号,能正确地表示一些较简单的集合.

［命题导向］

集合是每年高考必考的一个内容.考查方式可以是集合本身的知识,也可以是以集合为载体而考其它数学知识,前者往往是较易的选择题,后者常常是中档题.

［复习要点］

(1)集合中元素的三个特性——确定性、无序性、互异性.

(2)集合的表示方法——列举法、描述法(语言描述法、代表元素描述法).

(3)熟练掌握集合的子集、交集、并集、补集等概念的定义及运算:

①若对任意的 $x\in A$,都有 $x\in B$,则 $A\subseteq B$.

②若 $A\subseteq B$ 且 $A\supseteq B$,则 $A=B$

③$A\cap B=\{x|x\in A$ 且 $x\in B\}$

④$A\cup B=\{x|x\in A$ 或 $x\in B\}$

⑤$\overline{A}=\{x|x\in I$ 且 $x\notin A\}$

【典型例题】

例1　已知集合 $I=\{x|x$ 取不大于 30 的质数$\}$,A、B 是 I 的两个子集,且满足 $A\cap\overline{B}=\{5,13,23\}$,$\overline{A}\cap B=\{11,19,29\}$,$\overline{A}\cap\overline{B}=\{3,7\}$,求 A、B.

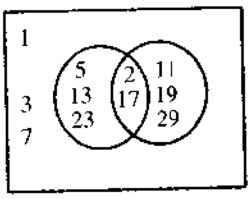


图 1－2－1

解:∵　$I=\{2,3,5,7,11,13,17,19,23,29\}$,画出韦恩图,得 $A\cap B=\{2,17\}$

∴　$A=\{2,5,13,17,23\}$,$B=\{2,11,17,19,29\}$.

例2　全集 $I=\{2,3,a^2+2a-3\}$,$A=\{|a+1|,2\}$,$\overline{A}=\{5\}$,写出集合 $M=\{x|x=log_2|a|\}$ 的所有子集.

解:∵　$A\cup\overline{A}=I$

∴　$\{2,3,a^2+2a-3\}=\{2,5,|a+1|\}$

∴　$\begin{cases}a^2+2a-3=5\\|a+1|=3\end{cases}$

解得 $a=2$ 或 $a=-4$,$M=\{1,2\}$

∴　M 的子集是 $\varnothing$,$\{1\}$,$\{2\}$,$\{1,2\}$.

例3　已知 $A=\{x|x^2-2x-3\leqslant0,x\in Z\}$,$B=\{0,4,5\}$,$I=\{x||x-1|\leqslant4,x\in Z\}$,求(1)$A$ 的子集个数;(2)$\overline{A}$,$\overline{A}\cup B$,$A\cap\overline{B}$.

解:(1)$A=\{-1\leqslant x\leqslant3,x\in Z\}=\{-1,0,1,2,3\}$,集合 A 的子集个数为 $C_5^0+C_5^1+\cdots+C_5^5=2^5=32$.

(2)$I=\{x|-3\leqslant x\leqslant5\}=\{-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5\}$,而 $B=\{0,4,5\}$.

∴　$\overline{A}\cup B=\{-3,-2,4,5\}$,$\overline{B}=\{-3,-2,-1,1,2,3\}$.

∴　$\overline{A}\cup B=\{-3,-2,0,4,5\}$,$A\cap\overline{B}=\{-1,1,2,3\}$.

例4　已知 $A=\{x|x^2-ax+a^2-19=0\}$,$B=\{x|\log_2(x^2-5x+8)=1\}$,$C=\{x|2^{x^2+2x-8}=1\}$,且 $A\cap B\supset\varnothing$,$A\cap C=\varnothing$,求实数 a 和集合 A.

思路分析:先解方程求出 $B=\{2,3\}$,$C=\{-4,2\}$,再由条件 $A\cap B\supset\varnothing$,$A\cap C=\varnothing$ 推出 $3\in A$.

解:由已知条件,可得 $B=\{2,3\}$,$C=\{-4,2\}$.

∵　$A\cap C=\varnothing$,

∴　$2\notin A$,$-4\notin A$,

又 $A\cap B\supset\varnothing$,即 $A\cap B$ 非空.

∴　$3\in A$,即 $x=3$ 是方程 $x^2-ax+a^2-19=0$ 的一个根,于是由 $9-3a+a^2-19=0$ 得 $a=-2$ 或 $a=5$.

当 $a=-2$ 时,$A=\{3,-5\}$;当 $a=5$ 时,$A=\{2,3\}=B$ 与 $2\notin A$ 矛盾.

∴　$a=-2$,$A=\{3,-5\}$.

例5　设 M 是满足下列两个条件的函数 $f(x)$ 的集合.(1)$f(x)$ 的定义域是$[-1,1]$;(2)若 x_1、$x_2\in[-1,1]$,则 $|f(x_1)-f(x_2)|\leqslant4|x_1-x_2|$.

请判断:定义在$[-1,1]$上的函数 $g(x)=x^2+2x-1$ 是否属于集合 M?

解:函数 $g(x)$ 已满足条件(1),下面判断 $g(x)$ 是否满足条件(2).

设 x_1、$x_2\in[-1,1]$,则 $|x_1|\leqslant1$,$|x_2|\leqslant1$.故

$|g(x_1)-g(x_2)|=|(x_1^2+2x_1-1)-(x_2^2+2x_2-1)|$

$=|(x_1-x_2)(x_1+x_2+2)|=|x_1-x_2|\cdot|x_1+x_2+2|$

$\leqslant|x_1-x_2|\cdot(|x_1|+|x_2|+2)\leqslant4|x_1-x_2|$

∴　函数 $g(x)$ 满足条件(2).故 $g(x)\in M$.

例6　已知集合 $A=\left\{x|\dfrac{6}{x+1}\geqslant1\right\}$,$B=\{x|x^2-2x+2m<0\}$.(1)若 $A\cap B=\{x|-1<x<4\}$,求实数 m;(2)若 $A\cup B=A$,求实数 m 的取值范围.

解：$A=\{x|-1<x\leq 5\}$，$x^2-2x+2m=0$ 的 $\Delta=4-8m$

(1)若 $A\cap B=\{x|-1<x<4\}$，则 $\Delta=4-8m>0$ 即 $m<\frac{1}{2}$.

又 $B=\{x|1-\sqrt{1-2m}<x<1+\sqrt{1-2m}\}$.

$\therefore\ \begin{cases}1-\sqrt{1-2m}\leq -1\\1+\sqrt{1-2m}\geq 4\end{cases}$ 解得：$m=-4$

(2)$\because\ A\cup B=A$，$\therefore\ B\subseteq A$.

当 $\Delta=4-8m\leq 0$ 即 $m\geq\frac{1}{2}$ 时，$B=\varnothing\subseteq A$.

当 $\Delta=4-8m>0$ 即 $m<\frac{1}{2}$ 时，有

$$\begin{cases}1-\sqrt{1-2m}\geq -1\\1+\sqrt{1-2m}\leq 5\\m>\frac{1}{2}\end{cases}$$

解得：$-\frac{3}{2}\leq m<\frac{1}{2}$

即所求 m 的取值范围.

【归纳小结】

1. 集合中元素的特性之一"互异性"容易疏忽. 因此，在求出集合中元素的值后，要进行检验，看集合中的元素是否符合互异性的要求.

2. 空集 $\varnothing$ 是一个特殊的集合，要注意：$\varnothing$ 是任何集合的子集，$\varnothing$ 是任何非空集合的真子集.

3. 解题时可借助于韦恩图、数轴、坐标系等"形"的工具.

【巩固练习】

一、选择题

1. 设 I 是全集，P、Q 是非空集合，且 $P\subset Q\subset I$，则下列结论中不正确的是 (　　)

A. $\overline{P}\cup Q$　　B. $\overline{P}\cap Q=\varnothing$

C. $P\cup Q=Q$　　D. $P\cap\overline{Q}=\varnothing$

2. 下面集合中，表示空集的是 (　　)

A. $\{0\}$

B. $\{x|x^2+1=0,\ x\in C\}$

C. $\left\{\alpha|\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2},\ 0<\alpha<\frac{\pi}{2}\right\}$

D. $\{(x,y)|x^2+y^2=0,\ x,y\in R\}$

3. 设集合 $M=\left\{m|m=\frac{6}{3-n}\in Z,n\in Z\right\}$，则集合 M 中所有元素之和等于 (　　)

A. 0　B. 6　C. 12　D. -12

4. 设全集 $I=\{x|x^2-5x+6\leq 0\}$，$M=\{x|\lg(x-2)\leq 0\}$，

$N=\left\{x|\frac{x-2}{3-x}\geq 0\right\}$，那么 $\overline{M}\cup\overline{N}=$ (　　)

A. $\{x|2<x<3\}$　　B. $\{2,3\}$

C. $\{2\}$　　D. $\{3\}$

5. 记 $M=\{$等腰三角形$\}$，$P=\{$一边为1，一内角为36°的多边形$\}$，则 $M\cap P$ 的元素个数是 (　　)

A. 2个　B. 3个

C. 4个　D. 多于4个

6. 集合 $M=\{(x,y)|x=\cos\theta,y=\sin\theta,0<\theta<\pi\}$，$N=\{(x,y)|y=x+b\}$，且 $M\cap N\neq\varnothing$，则 b 满足 (　　)

A. $b\leq-\sqrt{2}$ 或 $b\geq\sqrt{2}$　　B. $-\sqrt{2}\leq b\leq\sqrt{2}$

C. $-\sqrt{2}\leq b\leq 1$　　D. $-1<b\leq\sqrt{2}$

7. 设 $M=\{x|x=n,\ n\in Z\}$，$N=\{x|x=\frac{n}{2},n\in Z\}$，$P=\{x|x=n+\frac{n}{2},n\in Z\}$，则下列各式正确的是 (　　)

A. $N\subset M$　　B. $N\subset P$

C. $N=M\cup P$　　D. $N=M\cap P$

二、填空题

8. 设集合 $A=\{1,2,3\}$，则满足 $A\cup B=A$ 的集合 B 的个数是______个.

9. 设集合 $M=\{x|x<5\}$，$N=\{x|x>3\}$，那么"$x\in M$ 或 $x\in N$"是"$x\in M\cap N$"的________条件.

10. 满足关系式 $\{1\}\subset Z\subseteq\{1,2,3,4\}$ 的集合 Z 共有______个.

11. 已知 $\{2,a^2\}\cap\{2a-4,1,2,6\}=\{6a-a^2-6\}$，那么 $a=$________.

三、解答题

12. 设集合 $A=\{a^2,a+1,-3\}$，$B=\{a-3,2a-1,a^2+1\}$，若 $A\cap B=\{-3\}$，求实数 a 的值.

13. 已知集合 $A=\{y|y=x^2-4x+3,\ x\in R\}$，$B=\{y|y=-x^2-2x+2,\ x\in R\}$，求 $A\cap B,A\cup B$.

*14. 已知全集 $I=R$，集合 $A=\{x^2+px+12=0,\ x\in N\}$，$B=\{x|x^2-5x+q=0,\ x\in N\}$，且 $\overline{A}\cap B=\{2\}$，$A\cap\overline{B}=\{4\}$，p、$q\in Z$，求 $p+q$.

**15. 已知集合 $A=\{x|x\geqslant|x^2-2x|\}$，$B=\{x|\frac{x}{1-x}\geqslant|\frac{x}{1-x}|\}$，$C=\{x|ax^2+x+b<0\}$，若 $(A\cup B)\cap C=\varnothing$ 且 $A\cup B\cup C=R$，求实数 a、b 的值

§1.4 四种命题与充要条件

【复习指导】

[复习目标]

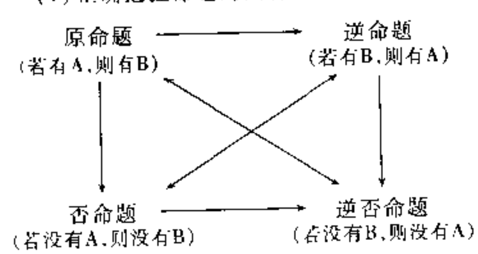
了解命题的概念，会区分命题的条件(题设)和结论；理解命题的四种形式，会写出一个命题(原命题)的逆命题、否命题、逆否命题，并掌握一个命题的四种形式间的关系；正确理解充分条件、必要条件和充要条件三个概念，并能在论证中正确地运用.

[命题导向]

高考命题已逐步由以知识命题转向以能力命题，而四种命题与充要条件正好是逻辑思维能力的具体体现."充要条件"是每年高考必考内容之一，常常以选择题形式出现，也可能在各档大题中出现.以其为载体可涉及代数、几何等多方面的知识.

[复习要点]

(1)正确把握命题的四种形式间的关系：



互为逆否命题的两个命题是等价的.当一个命题不容易判断其真假时，常转化为其逆否命题.

(2)充要条件讨论命题的条件与结论的关系：

命题(M)：条件(A)，结论(B).

如果 A 成立，那么 B 成立，即 $A\Rightarrow B$，就说条件 A 是结论 B 成立的充分条件(为使 B 成立，具备条件 A 就足够了).

如果 B 成立，那么 A 成立，即 $B\Rightarrow A$，就说条件 A 是结论 B 成立的必要条件(为使 B 成立，A 就必须成立).

如果 A 既是 B 成立的充分条件，又是 B 成立的必要条件，就说 A 是 B 成立的充分且必要的条件，简称充要条件.

【典型例题】

例 1 三个数 $\lg x$、$\lg y$、$\lg z$ 成等差数列是 $y^2=xz$ 成立的 ( )

A. 充分但不必要条件

B. 必要但不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

思路分析：$\lg x$、$\lg y$、$\lg z$ 成等差数列 $\Rightarrow 2\lg y=\lg x+\lg z\Rightarrow \lg y^2=\lg xz\Rightarrow y^2=xz$，但 $y^2=xz$ 中有 $x=0$ 且 $y=0$ 且 $z=0$，故 $y^2=xz\nRightarrow \lg x$、$\lg y$、$\lg z$ 成等差数列.

从而得知三个数 $\lg x$、$\lg y$、$\lg z$ 成等差数列是 $y^2=xz$ 成立的充分但不必要条件.正确答案为 A.

例 2 已知函数 $f(x)=-2x+1$，对于任意正数 p，使得 $|f(x_1)-f(x_2)|<p\ (x_1,x_2\in R)$ 成立的一个充分但不必要条件是 ( )

A. $|x_1-x_2|<p$ B. $|x_1-x_2|<\frac{p}{2}$

C. $|x_1-x_2|<\frac{p}{4}$　D. $|x_1-x_2|>\frac{p}{2}$

思路分析：∵ $|f(x_1)-f(x_2)|=|(-2x_1+1)-(-2x_2+1)|=|2x_2-2x_1|=2|x_1-x_2|$.

从而$|f(x_1)-f(x_2)|<p$等价转化为$|x_1-x_2|<\frac{p}{2}$.

因 $|x_1-x_2|<\frac{p}{4}\Rightarrow|x_1-x_2|<\frac{p}{2}$. 但$|x_1-x_2|<\frac{p}{2}\nRightarrow|x_1-x_2|<\frac{p}{2}$.

故正确答案为C.

例3　在$\triangle ABC$中，条件$A>B$是条件$\cos^2A<\cos^2B$的　(　　)

A. 充要条件

B. 充分不必要条件

C. 必要不充分条件

D. 既不充分又不必要条件

思路分析：$\cos^2A<\cos^2B\Leftrightarrow1+\cos2A<1+\cos2B\Leftrightarrow\cos2A-\cos2B<0\Leftrightarrow-2\sin(A+B)\sin(A-B)<0\Leftrightarrow\sin(A+B)\sin(A-B)>0\Leftrightarrow\sin(A-B)>0$.

若A、B均为锐角，$0<A-B<\frac{\pi}{2}$，$A>B\Leftrightarrow\sin(A-B)>0$.

若A为钝角，B为锐角$0<A-B<\pi$，$A>B\Leftrightarrow\sin(A-B)>0$.

正确答案为A.

例4　已知A是B的充分条件，而B是C的必要条件，且B是D的充分条件，C是D的必要条件. 试判断：(1)D是A的什么条件？(2)A是C的什么条件？(3)其中哪几对条件互为充要条件？

解：由题意知$A\Rightarrow B$，$C\Rightarrow B$，$B\Rightarrow D$，$D\Rightarrow C$. 所以$A\Rightarrow B\Rightarrow D\Rightarrow C\Rightarrow B$.

(1)D是A的必要条件；

(2)A是C的充分条件；

(3)其中B与D、B与C、D与C互为充要条件.

例5　两个数列$\{a_n\}$、$\{b_n\}$满足$b_n=\frac{a_1+2a_2+\cdots+na_n}{1+2+\cdots+n}$.

求证：$\{a_n\}$为等差数列的充要条件是$\{b_n\}$为等差数列(先证必要性).

证明：(必要性)若$\{a_n\}$为等差数列，且$a_n=a_1+(n-1)d$，则：

$$\begin{aligned}a_1+2a_2+\cdots+a_n&=\sum_{k=1}^{n}ka_k\\&=\sum_{k=1}^{n}[ka_1+k(k-1)d]\\&=\frac{n(n+1)}{2}a_1+\left[\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)-\frac{1}{2}n(n+1)\right]d\\&=\frac{n(n+1)}{2}\left[a_1+\frac{2}{3}(n-1)\right]d.\end{aligned}$$

∴　$b_n=a_1+(n-1)\frac{2}{3}d$. 即$\{b_n\}$表示以$a_1$为首项，$\frac{2}{3}d$为公差的等差数列.

(充分性)若$\{b_n\}$为等差数列，设$b_n=b_1+(n-1)d'$，由$b_n=\frac{a_1+2a_2+\cdots+na_n}{1+2+\cdots+n}$得

$$\frac{1}{2}n(n+1)b_n=a_1+2a_2+\cdots+na_n$$

及$\frac{1}{2}n(n-1)b_n=a_1+2a_2+\cdots+(n-1)a_{n-1}(n\geqslant2)$.

两式相减，得

$$na_n=\frac{1}{2}n(n+1)b_n-\frac{1}{2}n(n-1)b_{n-1}=n\left[b_1+(n-1)\frac{3}{2}d'\right]$$

∴　$a_n=b_1+(n-1)\frac{3}{2}d'$. 即$\{a_n\}$表示以$b_1$为首项，$\frac{3}{2}d'$为公差的等差数列.

例6　已知集合$A=\{(x,y)|ax+y=1\}$，$B=\{(x,y)|x+ay=1\}$，$C=\{(x,y)|x^2+y^2=1\}$.

当a取何值时，$(A\cup B)\cap C$含有三个元素.

解：直线$ax+y=1$过单位圆$x^2+y^2=1$上定点$(0,1)$，直线$x+ay=1$过单位圆$x^2+y^2=1$上定点$(1,0)$. 当且仅当两直线的交点在单位圆上时，$(A\cup B)\cap C$含有三个元素.

由$\begin{cases}ax+y=1\\x+ay=1\end{cases}$解得$\begin{cases}x=\frac{1}{a+1}\\y=\frac{1}{a+1}\end{cases}$

$$\therefore\quad\left(\frac{1}{a+1}\right)^2+\left(\frac{1}{a+1}\right)^2=1$$

解得 $a=\pm\sqrt{2}-1$.

所以当 $a=\pm\sqrt{2}-1$ 时，$(A\cup B)\cap C$ 含有三个元素.

【归纳小结】

1. 在判定命题的条件(A)与结论(B)的关系时，应从两方面进行：是否有 $A\Rightarrow B$? 是否有 $B\Rightarrow A$?

2. 有关充要条件的证明，一般分必要性、充分性两步证明，注意不能证颠倒了.

3. 寻找使结论成立的条件，要分清其充分性、必要性、充要性；命题转化要注意其等价性，即寻找充要条件.

【巩固练习】

一、选择题

1. $x>1$ 是 $\frac{1}{x}<1$ 成立的 ( )

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分又不必要条件

2. $a=0$ 是复数 $a+bi(a、b\in R)$ 为纯虚数的 ( )

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分又不必要条件

3. 函数 $f(x)=\cos(3x+\varphi)$ 的图象关于原点对称的充要条件是 ( )

A. $\varphi=\frac{\pi}{2}$　　B. $\varphi=k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in Z)$

C. $\varphi=k\pi(k\in Z)$　　D. $2k\pi-\frac{\pi}{2}(k\in Z)$

4. 对于直线 $m、n$ 和平面 $\alpha、\beta$，则 $\alpha\perp\beta$ 的一个充分条件是 ( )

A. $m\perp n,m/\!/\alpha,n/\!/\beta$

B. $m\perp n,\alpha\cap\beta=m,n\subset\alpha$

C. $m/\!/n,m\subset\alpha,n\perp\beta$

D. $m/\!/n,m\perp\alpha,n\perp\beta$

5. 若 $a、b\in R$，使 $|a|+|b|>1$ 成立的一个充分不必要条件是 ( )

A. $|a+b|\geqslant1$　　B. $a\geqslant1$

C. $|a|\geqslant\frac{1}{2}$ 且 $|b|\geqslant\frac{1}{2}$　　D. $b<-1$

6、已知直线 $l_1:A_1x+B_1y+C_1=0$，$l_2:A_2x+B_2y+C_2=0$，则 $A_1B_2-A_2B_1=0$ 是 $l_1/\!/l_2$ 的 ( )

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分又不必要条件

7. 设 $a、b、c$ 都是复数，那么 $a^2+b^2>c^2$ 是 $a^2+b^2-c^2>0$ 的 ( )

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分又不必要条件

二、填空题

8. 在△ABC 中，$A=B$ 是 $\sin A=\sin B$ 的______条件.

9. 若 $E、F、G、H$ 分别是三棱锥 $A-BCD$ 的 AB、BC、CD、DA 棱的中点，则三棱锥 $A-BCD$ 满足条件______时，四边形 $EFGH$ 是矩形.(注：填上你认为正确的一种条件即可)

10、若 A 是 D 的必要条件，C 是 D 的充要条件，B 是 C 的充分条件，那么 A 是 B 成立的______条件，$\overline{A}$ 是 $\overline{C}$ 成立的______条件.

11. 下列命题：

①$\alpha=\beta$ 是 $\operatorname{tg}\alpha=\operatorname{tg}\beta$ 的充分非必要条件；

②$x\neq2$ 或 $y\neq3$ 是 $x+y\neq5$ 的必要不充分条件；

③在平面直角坐标系中，不重合的两条直线斜率相等的充要条件是这两条直线平行；

④一条直线与一个平面内任意直线垂直的充要条件是这条直线与这个平面垂直.

其中不正确命题的序号是______.(把你认为不正确命题的序号都填上)

三、解答题

12. 已知角 $\alpha、\beta$，试问：(1) $\alpha>\beta$ 是 $\sin\alpha>\sin\beta$ 成立的什么条件？(2)若 $\alpha、\beta$ 为△ABC 两内角呢？