新世纪初中数学能力训练与提高

六年级第一学期

SHUXUE

上海教育出版社

CHUZHONG

新世纪初中数学能力训练与提高

六年级第一学期

徐松柏　阮良能　徐　奕

上海世纪出版集团
上海教育出版社　出版

（上海永福路 123 号）

（邮政编码：200031）

上海新华书店发行　　上海长阳印刷厂印刷

开本 787×1092　1/16　印张 8　字数 185,000

2001 年 11 月第 1 版　2001 年 11 月第 1 次印刷

印数 1～5100 本

ISBN 7-5320-7539-7/G・7676　　定价：9.60 元

前　言

现今我国的教育模式正在由应试教育向全面素质教育转变，这就要求教育不再单纯运用以知识为中心的灌输式教学方法，而是提倡启发式教学，在传授知识的基础上，教会学生运用学到的知识去发现和解决新问题，注重考察学生的知识运用能力，加强培养学生的观察力、想象力和创造力．而近期教育部的减负精神更加要求提高教育教学质量，消除无效劳动，激发学生学习的兴趣．为配合这一教育的新趋势，我们将《新世纪初中数学能力训练与提高》奉献给广大读者．

如何提高数学学科的教学质量呢？我们认为掌握基本的数学知识与理论固然重要，但更重要的是掌握数学的基本技能，能运用基本的数学思想方法来解决各类数学问题．在学习数学的过程中，如果一味埋没在题海中，不能不断地总结数学方法，领悟数学思想，那么即使做再多的题目，学生的分析问题和解决问题的能力也不能得到提高．本书通过对例题的深入剖析，挖掘出其中的数学思想方法及所需的数学能力，希望能引导学生在解题过程中，提炼数学思想方法，提高数学能力，重视对知识的运用甚于对知识的记忆．

基于上述想法，我们对本套书的内容作了精心设计．

为便于读者阅读，本套书的编排与上海九年制义务教育数学教材相同步，每学期一册，共八册．每册书分章、分单元编写．每个单元设以下五个栏目：知识要点；典型问题；错在哪里；练习题和测试题．每章最后设：综合应用和本章测试卷．每册末还设有期中、期末考试卷．

知识要点　主要介绍本单元知识的重点和难点、各知识间联系和区别，从而让学生能加深对知识的理解，把握其实质．

典型问题　是通过选择一些有代表性的例题，从数学思想和方法的角度来帮助学生总结解题的规律，从而达到举一反三，触类旁通，掌握数学解题的通性通法．

错在哪里　主要是建立在笔者长期的教学经验基础上，总结出一些学生在解题过程中的常见错误，并加以分析，让读者了解出错的原因，从而帮助学生从反面加深对基础知识的理解和基本技能的掌握．

综合应用　旨在介绍如何运用以往和本章所学过的知识去解决一些数学综合性问题，从而进一步提高学生的分析和解决问题的能力．

练习题、测试题(卷)　本书所选择的习题都具有一定的典型性和思考性，大

多数习题具有中等以上的难度，可供学生在学完教材基本内容以后再进一步提高使用. 另外考虑到数学教育改革的新趋势，书中还加入了不少新的题型，如开放题、探索题、实际应用题.

本书所有的练习题和测试题(卷)都附有答案或提示，可供学生参考.

最后我们想说的是，尽管我们在编写的过程中作了很大的努力，作了精心的编选，但毕竟水平有限，编写时间较紧迫，因此难免会有不尽人意之处，恳请读者批评指正.

徐松柏等

目　录

第一章　分　　数

一　分数的意义和性质

【知识要点】

1. 分数与除法.

两个正整数相除,它们的商可以用分数来表示.反过来,一个分数也可以表示为两个正整数相除的形式.这种关系表示为:

$$\text{被除数}\div\text{除数}=\frac{\text{被除数}}{\text{除数}}.\begin{array}{l}\cdots\cdots\text{分数的分子}\\ \cdots\cdots\text{分数的分母}\end{array}$$

除法中的被除数相当于分数中的分子,除数相当于分数中的分母.

用字母表示这种关系是 $a\div b=\frac{a}{b}$(a、b 为正整数).

根据分数与除法的关系,在形如分数的$\frac{a}{b}$中,当横线看成除号的时候,它表示一个整式除法 $a\div b$;当横线看成分数线的时候,它是一个整体,表示一个数$\frac{a}{b}$.

2. 真分数、假分数,带分数.

分数按照分子与分母的大小关系可以分为两类:分子比分母小的分数叫做真分数,真分数都小于 1;分子大于或者等于分母的分数叫做假分数,假分数大于 1 或者等于 1.

在假分数中,当分子能被分母整除时,可以得到一个整数;当分子不能被分母整除时,可以得到用一个整数与一个真分数相加而得的数,像这样的数叫做带分数,它是假分数的另一种表示形式.

$$\text{分数}\begin{cases}\text{真分数}\\ \text{假分数}\begin{cases}\text{整数}\\ \text{带分数}\end{cases}\end{cases}$$

这种把分数分成真分数与假分数,再把假分数分成整数和带分数,在数学中叫做分类.这是数学的一种重要的思想方法.分类必须有一定的标准,如前者按分子与分母的大小关系来分,后者按分子能否被分母整除来分.分类时所分的种类必须既不遗漏又不重复.如前者按分子与分母的大小关系,即分子小于分母,

分子等于、大于分母可以分为两类，后者按分子是否整除分母可以分为两类.

3. 分数的基本性质，约分、通分.

根据除法运算的商不变性质："在除法中，被除数与除数同时扩大或缩小同样的倍数后，所得的商不变"，以及分数与除法的关系，可以得到分数的基本性质：

分数的分子与分母都乘以或除以相同的数(零除外)，分数的大小不变.用字母表示，就是$\frac{a}{b}=\frac{am}{bm}$，$\frac{a}{b}=\frac{a\div m}{b\div m}(m\neq0)$.

把一个分数化成同它相等但是分子、分母都较小的分数，叫做约分.

分子与分母是互质数的分数，叫做最简分数.

一个分数可以通过约分化为最简分数.

把异分母分数分别化成与原来分数相等的同分母分数叫做通分.

约分和通分是一种基本技能，是分数四则运算的基础，必须熟练掌握.

约分和通分的依据是分数的基本性质.约分是把分子、分母同时缩小，通分是把分子、分母同时扩大.

4. 负分数.

两个整数相除(除数不为零)，它们的商仍可用分数表示.用字母表示，就是$a\div b=\frac{a}{b}$(a、b 都是整数，$b\neq0$).

根据同号相除得正，异号相除得负，正分数是表示同号两个整数的商，负分数是表示异号两个整数的商.

显然
$$\frac{-a}{b}=\frac{b}{-a}=-\frac{b}{a}.$$

分数的基本性质也适合于负分数，所以负分数的约分和通分，与正分数约分和通分一样处理.

在负分数中，不再分真分数、假分数，但当负号后面的正分数是假分数时，一般要先写成带分数，前面再放上负号.如$-\frac{24}{15}=-\frac{8}{5}=-1\frac{3}{5}$.

【典型问题】

例 1 (1) 用分数表示下列各式的商：

$7\div9=$______；$(-25)\div5=$______；$(-3)\div(-18)=$______.

(2) 把下列分数用除法表示：

$\frac{5}{12}=$______；$2\frac{3}{5}=$______；$-\frac{8}{7}=$______.

解 (1) $\frac{7}{9}$；$(-25)\div5=\frac{-25}{5}=-\frac{5}{1}$；$(-3)\div(-18)=3\div18=\frac{1}{6}$.

(2) $5\div12$；$2\frac{3}{5}=\frac{13}{5}=13\div5$；$-\frac{8}{7}=(-8)\div7=8\div(-7)=-8\div7$.

说明：第(1)题和第(2)题都是运用分数与除法的关系解决的，解题时要注意：

(1) 被除数相当于分子，除数相当于分母，不可颠倒；

(2) 带分数写成除法形式，要先将带分数化为假分数；

(3) 含有负数的除法，按同号得正，异号得负确定分数的符号；

(4) 除法运算时，如果不能整除，而结果又不要求表示成近似值，商就用分数表示.

例 2 在括号内填入适当的整数：

(1) $4=\frac{(\quad)}{5}=\frac{(\quad)}{12}$；　　(2) $2\frac{3}{5}=\frac{(\quad)}{5}=1\frac{(\quad)}{5}$；

(3) $\frac{15}{7}=1\frac{(\quad)}{7}=2\frac{(\quad)}{7}$.

解 (1) $4=\frac{4\times5}{5}=\frac{(20)}{5}$，$4=\frac{12\times4}{12}=\frac{(48)}{12}$.

(2) $2\frac{3}{5}=\frac{2\times5+3}{5}=\frac{(13)}{5}$，$2\frac{3}{5}=1\frac{1\times5+3}{5}=1\frac{(8)}{5}$.

(3) $\frac{15}{7}=1\frac{(8)}{7}=2\frac{(1)}{7}$.

说明：这组填空题是假分数、带分数及整数互化的问题.

(1) 把假分数化成整数或带分数，直接用分子除以分母. 如果不能整除，就化为带分数，其中除得的商是带分数的整数部分，余数是带分数分数部分的分子，而分母不变. 如$\frac{15}{7}=15\div7=2\cdots1$，$\frac{15}{7}=2\frac{1}{7}$.

(2) 把带分数化为假分数，用带分数的整数部分乘以分母的积再加上原来的分子作分子，原来的分母作分母即可. 如 $2\frac{3}{5}=\frac{2\times5+3}{5}=\frac{13}{5}$.

(3) 任何一个整数都可以化成分母是任意自然数的假分数. 把整数化为假分数，用整数乘以指定的分母的积作为分子，指定分母作分母即可.

例 3 填空题：

(1) 125 千克＝______吨；　　(2) 65 分钟＝______小时；

(3) 2 升 305 毫升＝______升；　(4) 375 平方分米＝______平方米.

分析：解决这类单位互化问题，首先要弄清同类的两个计量单位之间的进率. 吨与千克之间，升与毫升之间的进率都是 1000，小时与分钟之间的进率是 60，平方米与平方分米之间的进率是 100. 其次要注意求的是由较低级单位向较高级单位换算，还是由较高级单位向较低级单位换算. 由较低级单位向较高级单位换算时，要用除法.

解 （1） $125 \div 1000=\frac{125}{1000}=\frac{5}{8}$(吨).

（2） $65 \div 60=\frac{65}{60}=\frac{13}{12}=1\frac{1}{12}$(小时).

（3） $305 \div 1000=\frac{305}{1000}=\frac{61}{200}$，2 升 305 毫升 $=2\frac{61}{200}$ 升.

（4） $375 \div 100=\frac{375}{100}=3\frac{3}{4}$(平方米).

例 4 把下列分数化为小数：

（1） $\frac{7}{20}$；　　（2） $\frac{19}{6}$；　　（3） $3\frac{9}{15}$.

分析：把分数化为小数，一般用分子除以分母，直到除尽或出现循环小数为止. 如果题目要求将结果取近似值，则按要求进行四舍五入. 如 $\frac{16}{9}$ 保留三位小数，则 $\frac{16}{9}=1.7777\cdots \approx 1.778$.

解 （1） $\frac{7}{20}=7 \div 20=0.35$.

（2） $\frac{19}{6}=19 \div 6=3.16$.

（3） $3\frac{9}{15}=3+9 \div 15=3.6$.

例 5 把下列小数化为分数：

（1） 0.25；　　（2） 9.05；　　（3） 20.8.

解 （1） $0.25=\frac{25}{100}=\frac{3}{4}$.

（2） $9.05=9\frac{5}{100}=9\frac{1}{20}$.

（3） $20.8=20\frac{8}{10}=20\frac{4}{5}$.

说明：(1) 把有限小数化成分数，对纯小数，原来有几位小数就在 1 后面写上几个零作为分母，把原来的小数去掉小数点(包括去掉从左向右第一个不为零的数字左面的一些零)作为分子；对含有整数部分的小数，整数部分不变，小数部分按纯小数化分数方法进行，最后结果用带分数表示.

(2) 化为分数后，注意能约分的要约分，必须化为最简分数.

(3) 小数与分数互化是一种基本技能，在小数和分数的混合运算中常常用到，要熟练掌握. 为了提高分数与小数互化的速度，应该熟记下列常见的分数与小数的互化：

$\frac{1}{2}=0.5$； $\frac{1}{4}=0.25$，$\frac{3}{4}=0.75$； $\frac{1}{5}=0.2$，$\frac{2}{5}=0.4$，$\frac{3}{5}=0.6$，$\frac{4}{5}=0.8$；

$\frac{1}{8}=0.125$，$\frac{3}{8}=0.375$，$\frac{5}{8}=0.625$，$\frac{7}{8}=0.875$；

$\frac{1}{20}=0.05$；$\frac{1}{25}=0.04$；$\frac{1}{40}=0.025$；$\frac{1}{50}=0.02$；$\frac{1}{125}=0.008$ 等.

例 6 在括号内填入适当的数，使下列等式成立：

(1) $\frac{9}{24}=\frac{18}{24\times(\quad)}=\frac{(\quad)}{8}$；　　(2) $\frac{6}{9}=\frac{6+(\quad)}{9+18}=\frac{6-4}{9-(\quad)}$.

分析：这两道题可以运用分数的基本性质加以解决，主要找出已知分数与未知分数间分子与分母的倍数关系.

题(1)的分子从 9 变为 18 扩大 2 倍，所以分母也应扩大 2 倍，故括号内填 2；同理分母从 24 变为 8，缩小 3 倍，分子也应缩小 3 倍，故括号内填 3.

题(2)的分母从 9 变为 $9+18=27$，扩大 3 倍，所以分子 6 也应扩大 3 倍，得 18，由 $6+(\quad)=18$，括号内填 12.

同理分子从 6 变为 $6-4=2$，缩小 3 倍，所以分母 9 也应缩小 3 倍，得 3，由 $9-(\quad)=3$，括号内填 6.

解 (1) $\frac{9}{24}=\frac{18}{24\times(2)}=\frac{(3)}{8}$.

(2) $\frac{6}{9}=\frac{6+(12)}{9+18}=\frac{6-4}{9-(6)}$.

说明：运用分数的基本性质解题时必须注意：

(1) 分子、分母只能同乘以或同除以一个数，不能同加上或同减去一个数；

(2) 同乘以或同除以的只能是相同的数，不能是不同的数；

(3) 同乘以或同除以的这个数不能为零.

所以题(2)必须把加或减转化为乘以或除以，即扩大或缩小几倍来处理，否则会产生错误. 如 $\frac{6}{9}\neq\frac{6+(18)}{9+(18)}=\frac{24}{27}$，$\frac{6}{9}\neq\frac{6-4}{9-4}=\frac{2}{5}$.

例 7 把下列分数化为最简分数：

(1) $\frac{14}{21}$；　　(2) $\frac{100}{40}$；　　(3) $1\frac{52}{78}$.

分析：最简分数是指分数的分子与分母没有除 1 以外的公约数. 将一个分数化为最简分数，关键是找出分子与分母的最大公约数，用它去同除分子与分母，使分子与分母互质，这个过程叫一次约分. 如果一下子找不到分子与分母的最大公约数，也可以采用逐次约分，一步一步约成最简分数.

第(1)题，分子、分母的最大公约数是 7.

第(2)题，分子、分母的最大公约数是 20.

第(3)题，采用逐次约分，分子、分母先同除以 2，得 $1\frac{26}{39}$；分子、分母再同除

以 13，得 $1\frac{2}{3}$.

解 (1) $\frac{14}{26}=\frac{2}{3}$.

(2) $\frac{100}{40}=\frac{5}{2}=2\frac{1}{2}$.

(3) $1\frac{52}{78}=1\frac{26}{39}=1\frac{2}{3}$.

说明：假分数化成最简分数后，一般还要化成带分数，如题(2). 把带分数化成最简分数，只需把分数部分化成最简分数即可，整数部分不变.

例 8 通分：

(1) $\frac{4}{15}$和$\frac{2}{3}$；　(2) $1\frac{5}{6}$和$\frac{1}{7}$；　(3) $-\frac{3}{10}$，$3\frac{5}{9}$，$-1\frac{4}{15}$.

分析：分数通分的关键是找出几个分母的最小公倍数作公分母. 几个分数的分母中，

(1) 如果较大分母是其他分母的倍数，较大分母就是它们的公分母. 如第(1)题，较大分母 15 就是题中几个分数的公分母.

(2) 如果几个分数的分母互质，这几个分母的积就是它们的公分母. 如第(2)题，$6\times7=42$ 就是题中几个分数的公分母.

(3) 如果几个分母是其他一般关系，可用短除法求得它们的最小公倍数，作公分母. 如第(3)题，

$$\begin{array}{r|lll} 5 & 10 & 9 & 15 \\ \hline 3 & 2 & 9 & 3 \\ \hline & 2 & 3 & 1 \end{array}$$

$5\times3\times2\times3\times1=90$，90 是它们的公分母.

解 (1) $\frac{4}{15}=\frac{4}{15}$，$\frac{2}{3}=\frac{2\times5}{3\times5}=\frac{10}{15}$.

(2) $1\frac{5}{6}=1\frac{5\times7}{6\times7}=1\frac{35}{42}$，$\frac{1}{7}=\frac{1\times6}{7\times6}=\frac{1}{42}$.

(3) $-\frac{3}{10}=-\frac{3\times9}{10\times9}=-\frac{27}{90}$，$3\frac{5}{9}=3\frac{5\times10}{9\times10}=3\frac{50}{90}$，$-1\frac{4}{15}=-1\frac{4\times6}{15\times6}=-1\frac{24}{90}$.

说明：(1) 带分数通分，只要把分数部分通分，而整数部分不变，通分后仍是一个带分数. 负分数通分，不管前面的“－”号，对后面正分数通分，通分后仍是一个负分数.

(2) 通分前，不是最简分数的分数一般应化为最简分数，避免通分时公分母太大. 例如通分 $1\frac{6}{18}$和 $2\frac{1}{4}$，如果 $1\frac{6}{18}$不约分，公分母就为 36；如果先把 $1\frac{6}{18}$约

为 $1\frac{1}{3}$，公分母就为 12.

例 9 下列分数中，哪些可以化为有限小数？

$\frac{8}{17}$，$-\frac{3}{36}$，$\frac{16}{25}$，$-1\frac{3}{4}$，$3\frac{22}{55}$.

分析：一个最简分数，如果分母中仅含 2 或 5 的约数，那么它能化为有限小数；如果分母中含有 2 或 5 以外的质因数，那么它就不能化成有限小数. 判断一个分数能否化为有限小数，首先要将分数化为最简分数，然后将分母分解质因数，观察分母中含有 2、5 以及其他质因数的情况.

解 $\frac{8}{17}$，$\frac{16}{25}$，$-1\frac{3}{4}$都是最简分数，其中分母 17 是质数，$25=5\times5$，$14=2\times7$.

$-\frac{3}{36}$，$3\frac{22}{55}$先要化为最简分数：

$-\frac{3}{36}=-\frac{1}{12}$，$3\frac{22}{55}=3\frac{2}{5}$. 其中分母 $12=3\times2\times2$.

由此可得，分数$\frac{16}{25}$，$3\frac{22}{55}$可以化为有限小数.

例 10 比较下列各组分数的大小，并用“<”号连接起来：

(1) $\frac{17}{48}$和$\frac{5}{16}$； (2) $2\frac{3}{12}$和 $2\frac{7}{15}$；

(3) $\frac{8}{155}$，$\frac{3}{20}$，$\frac{24}{151}$，$\frac{6}{41}$； (4) $\frac{2}{7}$，0.45，$\frac{7}{2}$，$1\frac{5}{18}$.

分析：比较两个分数的大小，根据“同分母的两个分数，分子大的分数比较大；同分子的两个分数，分母小的分数比较大”，一般常用两种方法：(1)化成同分母，比较分子的大小；(2)化为同分子，比较分母的大小.

比较两个带分数的大小，应先比较它们的整数部分的大小，若整数部分相等，再比较真分数部分的大小.

题(1)中两个分数的分母 48 和 16 是倍数关系，可化为同分母分数比较大小. $\frac{5}{16}=\frac{5\times3}{16\times3}=\frac{15}{48}$，$\because$ $\frac{15}{48}<\frac{17}{48}$，$\therefore$ $\frac{5}{16}<\frac{17}{48}$.

题(2)中两个带分数的整数部分都是 2，需比较分数部分$\frac{3}{12}$、$\frac{7}{15}$的大小. 两个分子 3、7 较小，可化为同分子分数比较大小.

$\because$ $\frac{3}{12}=\frac{3\times7}{12\times7}=\frac{21}{84}$，$\frac{7}{15}=\frac{7\times3}{15\times3}=\frac{21}{45}$，$\frac{21}{84}<\frac{21}{45}$，

$\therefore$ $2\frac{3}{12}<2\frac{7}{15}$.

比较三个或三个以上分数的大小较难，要仔细审题，灵活选择比较方法，较快地得出比较结果.

题(3)中四个分数的分母较大，而分子的最小公倍数 24 并不大，可化为同分子的分数比较大小.

$\because \quad \frac{8}{155}=\frac{24}{465}, \frac{3}{20}=\frac{24}{160}, \frac{6}{41}=\frac{24}{164}$,

又 $465>164>160>151$，$\therefore \quad \frac{8}{155}<\frac{6}{41}<\frac{3}{20}<\frac{24}{151}$.

题(4)中 $\frac{2}{7}$ 和 0.45 是真分数，$\frac{7}{2}$ 和 $1\frac{5}{18}$ 是假分数，先分别比较这两对分数的大小.

在 $\frac{2}{7}$ 和 0.45 中，$0.45=\frac{9}{20}=\frac{18}{40}, \frac{2}{7}=\frac{18}{63}$,

$\because \quad \frac{18}{63}<\frac{18}{40}$，$\therefore \quad \frac{2}{7}<0.45$.

在 $\frac{7}{2}$ 和 $1\frac{5}{18}$ 中，$\frac{7}{2}=3\frac{1}{2}$，显然 $3\frac{1}{2}>1\frac{5}{18}$，$\therefore \quad 1\frac{5}{18}<\frac{7}{2}$.

根据假分数大于真分数，可得[*] $\frac{2}{7}<0.45<1\frac{5}{18}<\frac{7}{2}$.

说明：比较两个分数的大小，除了采用上面介绍的两种方法外，还可采用交叉(或对角)相乘法：把两个正分数的分子、分母交叉相乘，即分别用每一个分数的分子去乘另一个分数的分母，哪个分子乘得的积大，这个分数就大.

如题(1)，$\frac{17}{48}\times\frac{5}{16}$，得 $17\times16=272, 5\times48=240$.

$\because \quad 272>240$，$\therefore \quad \frac{17}{48}>\frac{5}{16}$.

又如题(2)，$\frac{3}{12}\times\frac{7}{15}$，得 $3\times15=45, 7\times12=84$.

$\because \quad 45<84$，$\therefore \quad 2\frac{3}{12}<2\frac{7}{15}$.

例 11 (1) 指出如图 1-1 所示数轴上的点 A、B、C、D 分别表示什么数，并把这些点所表示的数按由小到大的顺序用“<”号连接起来.

(2) 在数轴上画出表示下列各数以及它们的相反数的点：

$-1\frac{2}{3}$，0，$\frac{1}{2}$，$3\frac{3}{4}$.

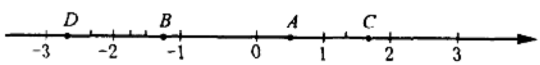

图 1-1

分析：分数用数轴上的点来表示，是整数用数轴上的点来表示的延续. 这是学习上的难点.

第(1)题是由数轴上的点指出所表示的数，应该先看点介于哪两个整数点之

---

* 在本书中，如果分析比较详细，已包含了解的过程，为节省篇幅，就不再写出解这部分内容.

间，写出带分数的整数部分；然后看两个整数点之间分成几等分，这个“几”就作为分数部分的分母；最后看点在向右(正分数)或向左(负分数)第几个分点上，这个“几”就作为分数部分的分子.

点 A 介于 0 和 1 点之间，其间分为 2 等分，A 落在从 0 起向右的第 1 个分点上，故它表示$\frac{1}{2}$.

点 B 介于 -1 和 -2 点之间，其间分为 4 等分，B 落在从 -1 起向左的第 1 个分点上，故它表示 $-1\frac{1}{4}$.

点 C 介于 1 和 2 点之间，其间分为 3 等分，C 落在从 1 起向右的第 2 个分点上，故它表示 $1\frac{2}{3}$.

点 D 介于 -2 和 -3 点之间，其间分为 3 等分，D 落在从 -2 起向左的第 2 个分点上，故它表示 $-2\frac{2}{3}$.

根据数轴上右边的点所表示的数比左边的点所表示的数大，可知 $-2\frac{2}{3}<-1\frac{1}{4}<\frac{1}{2}<1\frac{2}{3}$.

第(2)题是在数轴上画出表示数的点，可先看所表示的数介于哪两个整数之间，然后根据分母是“几”把这两个整数点之间分为“几”等分，最后根据分子是“几”，向右(正分数)或向左(负分数)取第几个分点.

$-1\frac{2}{3}$，在数轴上先找出 -1 和 -2 点，把 -1 与 -2 之间 3 等分，由 -1 起向左取第 2 个分点，即表示 $-1\frac{2}{3}$，记作 A.

0 在数轴上表示的是原点，记作 B.

$\frac{1}{2}$，在数轴上先找出 0 和 1 点，把 0 与 1 之间 2 等分，由 0 起向右取第 1 个分点，即表示$\frac{1}{2}$，记作 C.

$3\frac{3}{4}$，在数轴上先找出 3 和 4 点，把 3 与 4 之间 4 等分，由 3 起向右取第 3 个分点，即表示 $3\frac{3}{4}$，记作 D.

用同样方法，在数轴上表示 $-1\frac{2}{3}$，$\frac{1}{2}$，$3\frac{3}{4}$的相反数 $1\frac{2}{3}$，$-\frac{1}{2}$，$-3\frac{3}{4}$的点，分别记作 E、F、G. 而 0 的相反数是 0，它们表示的点重合(图 1-2).

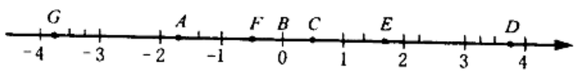

图 1-2

说明：(1) 数轴是一条规定了原点、正方向、单位长度的直线，画数轴时缺一不可，即在直线上要标明原点、正方向(用箭头表示)和单位长度(用刻度表示)．如果点不在整数点上，读的时候注意不要读反了．如题(1)B点表示$-1\frac{1}{4}$，不要读成$-2\frac{3}{4}$．原点左边的点表示负数，“$-$”号不可漏掉．

(2) 由题(2)可知，互为相反数的两个数在数轴上表示的两点离开原点的距离相等．已知数轴上表示一个数的点，在原点的另一侧离开原点的距离相等的点表示的数，就是这个数的相反数．

例 12 (1) 华中商店出售的某型号彩电，原价每台 1900 元，现在降价 200 元，那么现价是原价的几分之几？

(2) 内环线高架道路宽 18 米，平均分成四条车道，每道车道占整个路面宽的几分之几？每道车道平均宽多少米？

分析：求一个数是另一个数的几分之几，与求一个数是另一个数的几倍一样用除法，即“一个数”÷“另一个数”$=\frac{\text{一个数}}{\text{另一个数}}$．这里后面的“另一个数”是标准量，作除数；前面的“一个数”是比较量，作被除数．审题时要搞清比较的“标准”，谁是“标准”，谁就是除数．

题(1)求现价是原价的几分之几，其中现价是比较量，现价为$1900-200=1700$(元)；原价是标准量，原价为 1900 元．

$\frac{1700}{1900}=\frac{17}{19}$．因此现价是原价的$\frac{17}{19}$．

题(2)求每道车道占整个路面宽的几分之几，是求一个数是另一个数的几分之几问题．整个路面平均分成 4 份，这里 4 是标准量，而每条的 1 是比较量，因此每条车道占整个路面宽的$\frac{1}{4}$．

求每道车道平均宽多少米，是求具体的宽度，是已知总量与份数求每份数，与前面的问题不同．

$18\div4=\frac{18}{4}=4\frac{1}{2}$(米)．因此每条车道宽$4\frac{1}{2}$米．

【错在哪里】

以下各题的错解都是有代表性的，请你好好阅读、思考，然后找出错在何处，为什么会解错？并把错解改正过来．

例 1 填空题：

(1) 用 1、3、5、7、9 五个数字中的一个作分子，分母是 5 的假分数是______．

(2) $\frac{3}{8}$的分母增加 6,要使分数的值不变,分子应______.

(3) 把分数化为小数:$\frac{5}{3}=$______;把小数化为分数:$4.03=$______.

(4) 用最简分数表示:1 小时 45 分钟=______小时.

(5) 若 a 比 b 多$\frac{1}{4}$,则 b 比 a 少______.

错解:(1) $\frac{7}{5},\frac{9}{5}$.　　(2) 增加 6.　　(3) $1.67,4\frac{3}{10}$.

(4) $1\frac{9}{20}$.　　(5) $\frac{1}{4}$.

辨析 (1) 假分数有两种情况:一种是分子大于分母,另一种是分子等于分母.错解者忽视后一种,漏掉了$\frac{5}{5}$.

(2) 错解者受分数基本性质的影响,误认为一个分数的分子与分母都加上相同的非零的数,分数值的大小不变.事实上,$\frac{3}{8}\neq\frac{3+6}{8+6}=\frac{9}{14}$.分子增加的数应根据$\frac{3}{8}=\frac{3+6}{8+(\quad)}=\frac{9}{24}$推得.

(3) 1.67 是$\frac{5}{3}$的近似值,把分数化为小数,除不尽时应该用循环节表示,所以应填 $1.\dot{6}$.

$4\frac{3}{10}=4.3\neq4.03$,应填 $4.03=4\frac{3}{100}$.

(4) 错解者把进率搞错了,1 小时=60 分! 45 分应化为$\frac{45}{60}=\frac{3}{4}$(小时).

(5) 求一个数比另一个数多(少)几分之几,就是求一个数与另一数的差占另一个数的几分之几,解这类问题先要搞清比较"标准".a 比 b 多$\frac{1}{4}$,比较"标准"是 b;b 比 a 少,比较"标准"是 a,标准不同,所得出来的几分之几也不同.画出如图 1-3 所示线段图,容易得到 b 比 a 少$\frac{1}{5}$.

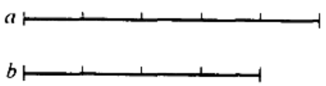

图 1-3

正解 (1) $\frac{5}{5},\frac{7}{5},\frac{9}{5}$.　　(2) 16.　　(3) $1.\dot{6},4\frac{3}{100}$.

(4) $1\frac{3}{4}$.　　(5) $\frac{1}{5}$.

例 2 说出如图 1-4 所示数轴上的点所表示的数:

错解:A 点表示$\frac{1}{2}$,B 点表示$\frac{1}{3}$,C 点表示$-3\frac{1}{3}$.

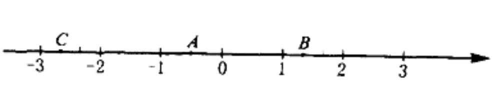

图 1-4

辨析　A 点在原点的左边，表示的数为负数，应为$-\frac{1}{2}$.

B 点在 1 和 2 点之间，表示的数比 1 大而比 2 小，应为$1\frac{1}{3}$.

C 点在-3和-2点之间，表示的数比-3大而比-2小，应为$-2\frac{2}{3}$.

读在原点左边的点表示的数时要细心.

正解　A 点表示$-\frac{1}{2}$，B 点表示$1\frac{1}{3}$，C 点表示$-2\frac{2}{3}$.

【练习题】

一、判断题：

1. 正真分数都不大于 1.　(　　)
2. $3\frac{5}{4}$是带分数.　(　　)
3. 分数的分子与分母同时都乘以或除以一个数，分数的大小不变.　(　　)
4. 把异分母化为同分母叫做通分.　(　　)
5. 分子、分母是相邻自然数的分数一定是最简分数.　(　　)
6. 分子、分母都是质数的分数一定是最简分数.　(　　)
7. 一个分数如果不能化成有限小数，那么一定能化成循环小数.　(　　)
8. 两个负整数相除所得的商可以用分数表示，而且这个分数一定是正分数.　(　　)
9. 如果甲数大于乙数，那么甲数的相反数也大于乙数的相反数.　(　　)
10. 在数轴上，任何一个负分数表示的点一定在任何一个正分数表示的点的左边.　(　　)

二、填空题：

1. 用分数表示商：$-15\div13=$______，$(-7)\div(-9)=$______.
2. 将分数写成除法形式：$\frac{17}{5}=$__________，$2\frac{1}{3}=$__________.
3. $\frac{1}{2}$里有______个$\frac{1}{24}$，$1\frac{1}{4}$里有______个$\frac{1}{16}$.
4. $2\frac{2}{3}=2\frac{(\quad)}{21}=2\frac{8}{(\quad)}$.
5. $\frac{8}{20}=\frac{8-4}{20-(\quad)}=\frac{8+16}{20+(\quad)}$.
6. 如果$\frac{m}{5}$是真分数，m 可取的自然数为__________；

如果$\frac{5}{m}$是假分数，m 可取的自然数为__________.