

工程力學

(靜力篇)

原著者 R. C. Hibbeler

譯著者 陳建宏

工程力學 (靜力篇)

R. C. Hibbeler 著

TB121

曉園出版社

TB121
/

工程力學

(靜 力 篇)

原著者 R. C. Hibbeler

譯著者 陳 建 宏

90W-680

01年增

1990.8.14

曉 園 出 版 社

版權所有・翻印必究

初版

1985年元月第一次印刷發行

1986年元月第二次雙色發行

工程力學(靜力篇)

精裝本定價：新臺幣 320 元

平裝本定價：新臺幣 270 元

原著者：R. C. Hibbeler

譯著者：陳 建 宏

發行人：黃 旭 政

發行所：曉 園 出 版 社

臺北市青田街7巷5號

電話：(02) 394-9931 三線

郵撥：0745333-7號

門市部(1)：臺北市新生南路三段96號之三

電話：3917012・3947375

門市部(2)：臺北市重慶南路一段61號地下樓

電話：三一四九五八〇

門市部(3)：臺北縣淡水鎮英專路71號

電話：六二一七八四〇

門市部(4)：臺中市西屯區文華路113號

電話：(04)251-2759・254-6663

印刷所：遠 大 印 刷 廠

臺北市武成街36巷16弄15號

出版登記：局版臺業字第 1244 號

著作執照：臺內著字第 號

原 序

本書的目標是在於提供學生對工程力學原理之理論與應用的清晰、完整的概念，我們所強調的重點則是在於提升學生分析問題的能力——這對任何一位工程師來說，都是最重要的。為達此目標，各章的內容都分成組織嚴密，條理分明的小節，每一節中，包含有各別的專題，一個「分析程序」（這提供我們一個應用各種原理的系統步驟），例題及習題。

在本書中，有許多習題是描述工程實務中實際的情形，我們希望這種實際的模擬能同時激發研習工程力學學生之興趣，及將實際之物理描述簡化成一力學可資運用之模式的能力。在本版中，許多的例題及習題都是新的題目，從前版中保留下來的題目，數字也都改變了。在全書中，我們同時採用英制及公制單位；此外，習題的安排是循序漸進，每隔四題即有一題有答案，這些在習題題號上皆標有星號，答案附在書內。

本書中的許多教材皆已重新改寫，而各節中所討論的內容也都安排成由粗體字標題所標示的小段。這樣做的目的是在於用結構性的方法，來引介新的定義或概念，並為往後的參詢或複習提供一方便找尋的工具。如前面所提，在本書的許多小節中，皆有「分析程序」，當學生在運用原理時，這些指南可提供他們一個合理、有序的循行之法；在這些程序中，第一個步驟往往是要畫一個圖，這樣一來可使學生養成一個習慣：在審察一個問題的物理特性及其有關的幾何性質時，能將所需的數據列表；如果此步驟能做得正確無誤，那有關力學方程式的運用就變得有點系統性了，因為，所需的數據可直接從圖中取用。如同在第二版中的情形，例題中的解法都是利用此一程序，以澄清其數值應用。

由於數學可提供我們一個使用力學原理的系統方法，因此，我們希望學生能先了解幾何、代數、三角學，並為了完整起見，還得懂一些微積分；我們將在最適當的地方介紹向量分析，它的使用往往可提供我們一個簡便的工具，將原理的導式精簡地表示出來；同時，可使許多複雜的三維問題

以一簡單而又有系統的方法來解。有時候，例題會以數種不同的分析法來解，以使學生們能提高運用數學工具的能力，而使用最直接有效的方式來解題。

內容 本書分成十一章；在各章中，所引介的原理，皆率先應用在簡單的情況下。精確地說，各原理都首先應用在質點上，而後是應用在受到共平面力系作用的剛體上，最後則是應用在受到一般三維力系作用的剛體上。

就各章而言，第一章介紹力學及單位；第二章引入向量的觀念，及共點力系的特點；第三章則將前章的理論應用在質點的平衡上；第四章討論集中力系及分佈力系的一般性質，及簡化力系的方法；第五章探討剛體平衡的原理；在第六章中，我們就將這些原理運用在桁架、框架及纜索的平衡上；並接著第七章，則應用在樑及纜索的內力上；第八章討論摩擦力的問題；第九章則探尋與形心及重心有關的課題，如果時間上許可的話，可深入討論標有星號的專題。在基礎課程中，第十章（面積慣性矩）及第十一章（虛功）的一些論題可刪略，但這些材料在較深入的課程中，可作為基本原理的參考。

教師在教材的選擇上，有些教材順序掉換並不會影響連貫性。例如，我們可先介紹第二章及 4-7 節中力的觀念，及所有必須的向量分析法，然後再討論第四章的其他內容（力與力矩系）、第三、五章的平衡方法。此外，第九章的探討也可緊接在 4-12 節（分布力系）之後，因為此部分教材與平衡法無涉。

感謝 我已盡全力來完成本書，以期能同時吸引學生及教師之注意。在寫這本書中，我得到了許多人的幫忙及鼓勵，有關此點，我得感謝下列數人對本書所提供的寶貴建議及批評：田納西大學的 T.G. Carley，佛羅里達理工學院的 M.K.Kurtz，阿本大學的 W.Liddell, Jr., 德州大學的 L.R. Mack 北卡州立大學的 V.C.Matzen，美國海軍學院的 J.P. Uldrick，以及瑪麗蘭大學的 William H. Walston。同時，我得感謝我所有的學生及提供我意見及評論的教師們，雖然這些名單太長了，而無法一一列出，我希望他們仍能接受這無名的感謝。最後，我應感謝我太太 conny 的協助，她一度是為我整理付梓手稿的得力助手。

Russell Charles Hibbeler.

譯 序

R.C. Hibbeler 所著的 Engineering Mechanics(第三版)是一九八三年出版的，算是一本相當新的書。

綜觀本書，最大的特點是：在詳盡而冗長的敘述之後，有一個簡明扼要的「分析程序」(Procedure for Analysis)，以提綱挈領的方式，對前面的說明作一結論，以使讀者有一相當清楚的概念，明瞭如何來分析一問題，進而解決問題。此外，並輔以相當多的例題，不厭其煩地反覆說明，以期讀者能建立一明確而又清晰的觀念。

原作者言之諄諄，相信讀者自能體會有加。

目 錄

第一章 通 論

1. 力學 1 / 2. 基本的理想化 3 / 3. 度量單位 3 / 4. 國際單位系統 5 / 5. 質量和重量 7 / 6. 因次量 8 / 7. 一般分析程序 9 / 習題 10

第二章 力量向量

1. 純量和向量 13 / 2. 向量加法 15 / 3. 向量與純量的乘除 16 / 4. 利用平行四邊形法則作力量的向量加法 16 / 習題 22 / 5. 矩形力量分量的加法 29 / 習題 36 / 6. 表成卡氏向量的力量 38 / 7. 數力的相加 41 / 習題 47 / 8. 位置相量 50 / 9. 沿一線之力量向量 53 / 習題 57 / 10. 點乘積 63 / 習題 67 / 複習題 69

第三章 質點的平衡

1. 質點平衡的條件 73 / 2. 自由體圖 73 / 3. 共平面力系 76 / 習題 81 / 4. 三維力系 87 / 習題 94 / 複習題 101

第四章 等值力系

1. 力的力矩—純量擬式法 105 / 2. 力偶的力矩—純量擬式法 112 / 習題 115 / 3. 傳遞原理 122 / 4. 將力分解

成力和力偶 123 /5. 共平面力系的簡化 128 /6. 共平面力系的更進一步簡化 131 /習題 136 /7. 叉乘積 141 /8. 力之力矩—向量擬式法 145 /9. 力量對指定軸之力矩 148 /習題 153 /10. 力偶力矩—向量擬式法 160 /11. 三維力系的簡化 163 /習題 170 /12. 簡單分布負荷之簡化 179 /習題 186 /複習題 191

第 五 章 剛體的平衡

1. 支撐反力與自由體圖 197 /習題 204 /2. 平衡方程式 209 /3. 偶力桿件及三力桿件 220 /習題 223 /4. 支點反作用力 233 /5. 平衡方程式 236 /6. 平衡的充分條件 238 /習題 248 /複習題 255

第 六 章 結構分析

1. 簡單桁架 261 /2. 節點法 264 /3. 零力桿件 272 /習題 274 /4. 截面法 280 /習題 284 /5. 空間桁架 290 /習題 293 /6. 框架和機器 296 /習題 312 /複習題 322

第 七 章 內 力

1. 結構桿件內的內力 325 /習題 334 /2. 樑的剪力圖和彎矩圖 339 /習題 345 /3. 分布負荷、剪力與剪彎矩間的關係 348 /習題 354 /4. 纜索 356 /習題 366

第 八 章 摩 擦

1. 乾摩擦的特性 373 /2. 乾摩擦問題 378 /習題 389 /3. 螺絲上的摩擦力 399 /4. 套管軸承、樞紐軸承與圓碟上

的摩擦力 403 / 5. 軸頸軸承上的摩擦力 406 / 習題 409
/ 6. 平皮帶上的摩擦力 415 / 7. 滾動阻力 419 / 習題
421 / 複習題 426

第九章 重心與形心

1. 質點系統的重心與質心 429 / 2. 重心與形心 431 /
習題 441 / 3. 複合物體 448 / 習題 451 / 4. 斐巴斯
與古德勞斯定理 459 / 習題 462 / 5. 作用在浸沒表面上
的流體壓力 465 / 習題 474 / 複習題 479

第十章 面積慣性矩

1. 面積慣性矩的定義 481 / 2. 面積平行軸定理 483 /
3. 面積迴轉半徑 484 / 4. 由積分求面積慣性矩 484 /
習題 489 / 5. 複合面積的慣性矩 492 / 習題 495 /
6. 面積慣性積 501 / 7. 對傾斜軸的面積慣性矩 505 /
8. 慣性矩的莫氏圖 509 / 習題 513 / 複習題 519

第十一章 虛功

1. 功和虛功的定義 521 / 2. 質點與剛體的虛功原理 523
/ 3. 連接剛體系統的虛功原理 524 / 習題 533 / 4. 保守
力 541 / 5. 位能 543 / 6. 平衡的位能準則 544 / 7.
平衡穩定性 545 / 習題 553 / 複習題 558

數學式 563

答案 565

索引 573

第一章

通論

1.1 力學

力學 (Mechanics) 為探討有關物體在運動或靜止狀態下受力作用的物理科學的一支。在研習結構工程、機械設計、流體流動、電儀表，乃至於元件的分子和原子之行爲時，我們必須對本科有充分的了解。

一般而言，力學可分為三支：剛體力學 (rigid-body mechanics)、可變形物體力學 (deformable-body mechanics) 及流體力學 (fluid mechanics)。在本書中，我們將只探討剛體力學，因為此可提供我們對許多工程問題的設計與分析的適當基礎，以及研讀可變形物體力學及流體力學的必要經驗。

剛體力學可區分為二部分：靜力學和動力學。靜力學 (statics) 處理物體平衡的問題，也就是說，有關物體在靜止狀態或等速移動狀況下的問題；而動力學 (dynamics) 則是和物體的加速運動有關。雖然靜力學可視為動力學的一個特例，即加速度等於零的情況，但在工程教育中，靜力學是值得提出來作個別探討的，因為我們所要設計的結構大部分都是處於平衡狀態。

歷史沿革 由於靜力學所包含的原理僅由幾何及力量的衡量即可擬式，因之，在相當早的時代，本科就已有所發展。舉例來說，在阿基米德 (Archimedes 287-212 B.C.) 的著作中，對槓桿的平衡就有所說明；在古代的著述中，對滑輪、斜面、扳手的研習也早有記錄。

由於動力學原理有賴於對時間的精確衡量，因此發展得較晚。伽利略 (Galileo Galilei, 1564-1642) 為第一個對此領域的貢獻者，其成就包括利用鐘擺和落體所作的實驗；然而，對動力學最有貢獻的當首推牛頓 (Isaac Newton, 1642-1727)，他以其推導出之三大基本運動定律和萬有

2 第一章 通 論

引力定律著稱；而在這些定律推出不久，尤拉（Euler）、達朗白（D'Alembert）、拉格朗日（Lagrange）等人就發展出有關其應用的重要技術。

牛頓三大運動定律 整個剛體力學的主題是植基在牛頓三大運動定律下發展出來的，這些適用於粒子運動的定律可簡述如下：

第一定律 一原先靜止或是以等速作直線運動的物體，在沒有不平衡力的作用下，將保持其狀態。

第二定律 一受到一不平衡力 $\mathbf{F}$ 作用的物體將有一加速度 $\mathbf{a}$ ，其方向和作用力同向、大小和作用力成比例。^{*} 如果 $\mathbf{F}$ 係作用在一質量為 m 的質點上，則此定律可以數學式表示成

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} \quad (1-1)$$

第三定律 對任一作用在一質點上的力，此質點將產生一大小相等，方向相反的共線反作用力。

牛頓重力引力定律 牛頓在擬出其三大運動定律不久，即提出控制任兩質點間重力引力的定律，此定律可以數學式表示

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (1-2)$$

式中 F = 兩質點間的重力

G = 萬有引力常數，根據實驗顯示， $G = 6.673(10^{-11}) \text{ m}^3 / (\text{kg} \cdot \text{s}^2)$

m_1, m_2 = 兩質點的個別質量

r = 兩質點質心間之距離

任兩質點或物體有一相互作用的（重）力量作用在其上；但若一質點坐落在或接近地表面，唯一有較大值的吸引力即是地球的重力；因此，我們將只考慮此被稱作重量（weight）的力量為唯一的重力。

^{*} 我們可另表成：作用在質點上的不平衡力與質點之線性動量的時間變化率成比例。

1.2 基本的理想化

在力學中，我們利用模型或理想化來簡化定理的應用；在此，我們擬定義一些較重要的理想化的觀念，其他的則將在必需時，再加以討論。

質點 一質點 (particle) 有其質量，但基本上是沒有體積或形狀的。當一物體理想化成一質點時，力學的原理就簡化成一相當簡化的形式，因為在分析此問題時，就不用考慮物體的幾何形狀。

剛體 一剛體 (rigid body) 可視為是許多質點的組合，而質點間的距離在負荷加上之前後是保持不變的。有了這個理想化，我們就不用再作任何實驗，因為沒有變形發生，在分析作用在物體上的力量時，也就不再考慮物質特性。在大部分的情況中，結構、機械、機構及類似設施所生之變形都相當的小，故對分析來說，作此一假設是合理的。

集中力 集中力 (concentrated force) 係表示假設負荷作用在一物體的一點上；只要負荷所作用的面積和整個物體面積相較之下，不大的話，通常我們可將此負荷的效應以一集中力來代表。

1.3 度量單位

基本量 在力學中，常用的四個基本量是長度、時間、質量和力量。一般而言，每一量的大小可用任選的單位 (unit) 或“標準”來定義。

長度 當我們要定出一點在空間中的位置時，就必須用到長度 (length) 的觀念，並可藉以描述一物理系統的大小。長度量度的標準單位是米 (meter, m)，此單位係由氫 86 光譜中的橘紅光波長的 1,650,763.73 倍所定義的。其他的長度單位皆係由此一標準定義出來的，如 1 呎 (ft) 等於 0.3048 米。

時間 時間 (time) 的觀念是由事件的連續性來的；其標準的衡量單位是秒 (second, s)，這是根據銨 133 同位素振盪 9,192,631,770 次所需的時段所定義出來的。

質量 一物體的質量 (mass) 可視為一改變物體運動速度之阻力的物質

第一章 通 論

數量性質，其標準之單位是公斤 (kilogram, kg)，係由一保存在法國國際度量衡標準局的一鉑銥合金棒所定義。

力 一般而言，力 (force) 可視成一物體作用在另一物體上的「推」或「拉」，此一交互作用可能發生在接觸的物體上，如人推牆，也可能發生在物理上是相隔一段距離的物體上，其型式包括重力、電力和磁力；但不論是何情況，要詳盡地描述一力須包括其大小、方向及作用點。工程師最常用牛頓 (newton, N) 或磅 (pound, lb) 來定義力的單位。

單位系統 長度、時間、質量和力並非是四個獨立的基本量，事實上，這些量可由牛頓第二運動定律 $F = ma$ 啣接起來；因此，用以定義力、質量、長度和時間的單位不能完全隨心所欲地選擇，等式 $F = ma$ 只有在下面的情況下才成立：四個單位中的任三個可隨意定義，稱作基本單位 (base unit)，而第四個單位係由此方程式導出。

表 1-1 單位系統

名稱	長度	時間	質量	力
國際單位系統 (SI)	米 (m)	秒 (s)	公斤 (kg)	牛頓* (N) $\left(\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}\right)$
美國慣用系統 (FPS)	呎 (ft)	秒 (s)	斯勒格* $\left(\frac{\text{lb} \cdot \text{s}^2}{\text{ft}}\right)$	磅 (lb)

* 導出單位

SI 單位 國際單位系統簡稱 SI，係由法國的「國際單位系統」(Système International d'Unités) 來的，乃一獲得國際認同的現代米制系統。如表 1-1 所示，SI 系統以米 (m) 為長度單位，秒 (s) 為時間單位，公斤 (kg) 為質量單位，而力的單位係由 $F = ma$ 導出，稱為牛頓 (N)，所以 1 牛頓等於使 1 公斤的物體產生 1 m/s^2 加速度所需的力 ($N = \text{kg} \cdot \text{m/s}^2$)。

美國慣用系統 在美國慣用單位系統 (FPS) 中，如表 1-1 以呎 (ft) 為長度單位，以秒 (s) 為時間單位，以磅 (lb) 為力的單位，而質量的單

位係由 $F = ma$ 導出，稱為斯勒格 (slug)，所以 1 斯勒格等於使 1 磅的力產生 1 ft/s^2 加速度的物質的數量 ($\text{slug} = \text{lb} \cdot \text{s}^2 / \text{ft}$)。

1.4 國際單位系統

由於 SI 系統終將成為國際度量標準，因此，在本書中將採用此系統；所以，我們擬在此說明一些使用規則及與力學有相關的術語。

字首 單一數值量很大或很小時，用以定義其大小的單位可利用一字首來修正，表 1-2 列了一些用於 SI 系統的字首，每一個皆代表一單位的倍數或約數，當依序使用時，每次移動小數點三位^{*}，舉例來說，如 $4,000,000 \text{ N} = 4,000 \text{ kN}$ (kilo-newton) $= 4 \text{ MN}$ (mega-newton)，或如 $0.0005 \text{ m} = 5 \text{ mm}$ (milli-meter)。請注意：SI 系統並不包括十倍 (deca) 的倍數和 0.01 倍 (centi) 的百分約數，這是屬於老式的米制系統，除了在體積和面積的衡量上，在科學及工程式宜避免使用此二字首。

表 1-2 字 首

	乘冪式	字 首	SI 符號
倍數			
1 000 000 000	10^9	giga	G
1 000 000	10^6	mega	M
1 000	10^3	kilo	k
約數			
0.001	10^{-3}	milli	m
0.000 001	10^{-6}	micro	μ
0.000 000 001	10^{-9}	nano	n

加上一字首事實上就相當是創造一新的單位，因此，當一倍數或約數用於一乘方時，新單位也須加上乘方，而非僅將乘方加在無倍數或約數的單位上，例如 $(2 \text{ km})^2 = (2)^2 (\text{km})^2$ ，而以符號表成 4 km^2 。同理， 1 mm^2 係表示 $1 (\text{mm})^2$ ，而非 $1 \text{ m} (\text{m}^2)$ 。

* 千克是用字首定義的唯一基本單位。

使用規則 下面所列舉的是適當使用 SI 符號的規則：

1. 一符號絕不加上複數形式的 s，以免和秒的單位 (s) 攪混。
2. 符號都用小寫字母，只有兩個例外：一是表 1-2 中的兩個最大的符號 giga 和 mega 分別大寫成 G 和 M；另一是由人名命名的符號也要大寫，如 N。
3. 由數個單位相乘所定義的量應以點乘號 (dot) 分開，以避免和字首符號混淆，如 $N = \text{kg} \cdot \text{m} / \text{s}^2 = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ ； $\text{m} \cdot \text{s}$ 表示米·秒，而 ms 則表示千分之一秒。
4. 在小數點左右方具有數位數字的物理常數和數值每隔三位須以空格 (space) 分開，而不用逗點，如 73 569.213 427；但若在小數點的任一方只有四個數字，則空格可省略，如 8537 或 8 537。另外，用小數，不要用分數，如 15.25，不要寫成 $15\frac{1}{4}$ 。
5. 在作運算時，把所有字首化成 10 的乘幂，而以基本單位或導出單位 (derived unit) 表示數值，而其最終結果須以單一字首表示；同時，在計算完後，最好使數值介於 0.1 和 1000 之間，不然的話，宜選用一適當的字首加上，如

$$\begin{aligned} (50 \text{ kN})(60 \text{ nm}) &= [50(10^3) \text{ N}][60(10^{-9}) \text{ m}] \\ &= 3000(10^{-6}) \text{ N} \cdot \text{m} = 3 \text{ mN} \cdot \text{m} \end{aligned}$$
6. 不要用複合字首，如 $\text{k}\mu\text{s}$ (千百萬分之一秒)，而應表示 ms (千分之一秒)，因 $1 \text{ k}\mu\text{s} = 1(10^3)(10^{-6})\text{s} = (10^{-3})\text{s} = 1 \text{ ms}$ 。
7. 除了「公斤」這個基本單位外，在一複合單位的分母中一般要避免使用字首，不要寫成 N/mm，而應寫成 kN/m。
8. 雖然分、小時等不能表示成 10 的乘幂，但可保留而用於實際用途中，作為秒的倍數。另外，平面的角量度是用徑 (rad)。在本書中，有時會用度，其中 $180^\circ = \pi$ 徑。度的分數應以小數表示，而不化成秒，如 10.4° ，而不用 $10^\circ 24'$ 。

在學習使用 SI 單位時，我們不應以兩系統間的轉換因子來思考，而最好只用 SI 單位來想，此種對這種單位的感覺只有在有所經驗時才能獲得。為有助於記憶，可想想一標準手電筒電池或一小蘋果重約 1 牛頓，你

的身體可作為短距離量測的適當參考標準。例如，圖 1-1 中的毫米尺，可用以量測三或四根手指併在一起的寬度，約 50 mm；或小手指甲的寬度約 10 mm；對大部分的人而言，一伸張開來的步代大約是 1 米長。

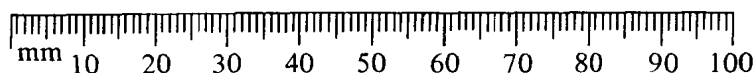


圖 1-1 毫米尺度

1.5 質量和重量

一物體的質量是一個絕對量，因其測量可在任何地點實施；然而一物體的重量 (weight) 就不是絕對的了，因其係在一重力場中測得的，故須視所測試之地點而定。

一物體的質量和重量在 SI 和 FPS 系統中的衡量方式是有所不同的，其單位之定義方式也應完全弄懂。

SI 單位系統 在 SI 系統中，物體的質量以公斤 (kg) 表示，而其重量則必須由方程式 $F = ma$ 來計算；因此，如果一物體具有一質量 m (kg)，並且放置在一重力加速度為 g (m/s^2) 的點上，則其重量可以牛頓為單位表成 $W = mg$ (N)。若物體是特別地安置於地球海平面 45° 緯度處（此視為「標準地點」）的話，則重力所引起的加速度為 $g = 9.806\,65\, \text{m/s}^2$ ，對於計算，我們採用 $g = 9.81\, \text{m/s}^2$ ，所以

$$W = mg \text{ (N)} \quad (g = 9.81\, \text{m/s}^2) \quad (1-3)$$

因此，一質量為 1 kg 的物體重量為 9.81 N，而 2 kg 的物體重 19.62 N，餘此類推。

FPS 單位系統 在 FPS 系統中，物體的重量以磅 (lb) 表示，而質量須由 $F = ma$ 計算；因此，一重 W (lb) 的物體，置於一重力加速度為 g (ft/s^2) 的點上時，其質量可以斯勒格 (slug) 為單位表成 $m = W/g$ (slug)。

由於在標準地點的重力加速度約為 $32.2 \text{ ft/s}^2 (= 9.81 \text{ m/s}^2)$ ，以斯勒格衡量的物體質量為

$$m = \frac{W}{g}(\text{slug}) \quad (g = 32.2 \text{ ft/s}^2) \tag{1-4}$$

因此，一重 32.2 lb 的物體具有 1 slug 的質量；而 64.4 lb 的物體，質量為 2 slug ，餘可類推。

1.6 因次量

因次齊次性 用以描述一物理過程的方程式中的各項必須是因次齊次的 (dimensionally homogeneous)，也就是說，每一項必須以相同的單位表示。如果是因次齊次的話，那麼當變數代以數值時，一方程式的每一項都可加以合併。如考慮方程式 $s = vt + \frac{1}{2}at^2$ ，若用 SI 單位，式中 s 是位置，以米 (m) 表示， t 是時間，以秒 (s) 表示， v 是速度，以 m/s 表示， a 是加速度，以 m/s^2 表示。不論該方程式是如何求值的，其必保持因次的齊次性，三項中的任一項皆以米表示 $[m, (m/s) s, (m/s^2) s^2]$ ；或者，我們解 $a = 2s/t^2 - 2v/t$ ，每一項皆是以 m/s^2 為單位 $[m/s^2, m/s^2, (m/s)1/s]$ 。

由於力學問題包含因次齊次方程式之解，因此，我們可利用各項的單位一致性的事實，來檢驗一方程式的代數運算。

單位轉換 在某些情況中，我們可能必須作單位系統轉換，關於此點，表 1-3 列舉了一組 FPS 及 SI 單位之基本量的轉換因子。同樣的，在 FPS 系統中， $1 \text{ ft} = 12 \text{ in}$ (吋)， $5280 \text{ ft} = 1 \text{ mi}$ (哩)， $1000 \text{ lb} = 1 \text{ kip}$ (千磅)， $2000 \text{ lb} = 1 \text{ ton}$ 。

表 1-3 轉換因子

數量	衡量單位 (FPS)	等於	衡量單位 (SI)
力	lb		4.4482 N
質量	slug		14.5938 kg
長度	ft		0.3048 m