高等学校教材

互换性与测量技术

何　贡　主编

中国计量出版社

高等学校教材

互换性与测量技术

何贡　主编

中国计量出版社

图书在版编目(CIP)数据

互换性与测量技术/何贡主编 .—北京:中国计量出版社,2000　高等学校教材
ISBN 7-5026-1285-8

Ⅰ.互…　Ⅱ.何…　Ⅲ.①互换性-理论-高等学校-教材 ②技术测量-高等学校-教材　Ⅳ.TG8

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 28837 号

内　容　简　介

本书是高校机械类专业的技术基础课教材。全书共分七章,其主要内容为:结合“极限与配合”、“形位公差”和“表面粗糙度”三个重要基础标准阐述几何量的加工误差与公差的基本知识;零件几何精度设计的基础;以及齿轮、螺纹、花键、尺寸键以及检测技术基础等。

全书以精度设计为主线,削枝强干,有利于教学和自学。

本书适用于机械类专业与精密仪器仪表类专业师生使用,也可供有关技术人员参考。

中国计量出版社出版
北京和平里西街甲 2 号
邮政编码　100013
电话 (010)64275360
北京市迪鑫印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行

*
787mm×1092mm　16 开本　　印张 12.5　字数 298 千字
2000 年 7 月第 1 版　　2000 年 7 月第 1 次印刷
*
印数 1—4 000　　定价:18.00 元

前　言

本课程是机械类专业一门重要的技术基础课，它由互换性与测量技术两个联系密切的部分组成。我国解放后和前苏联（现各独联体国家）一样，在大专院校有关专业设置该课程；其他很多国家是将上述两部分内容分在两门（如“机械设计”和“测试技术”）或多门课程之内。我们虽历经多次教学改革，本课程几度变迁，但这两方面的知识，始终是有关专业的学生所必须掌握的。

50 年来，本课程的教材版本已逾 50 种，可谓百花齐放，各具特色；但体系大都是按典型零件及公差标准划分章次。近 20 年来，教材内容又多有宣贯标准的摘取和浓缩，致使内容多而学时少的矛盾突出，“学以致用”的原则受到一定影响。

这本教材是按以精度设计为主线，并突出重点的原则来编写的。全书共分七章：第一章为绪论。第二章集中介绍几何量的加工误差与公差的基本知识，并结合“极限与配合”、“形位公差”和“表面粗糙度”三个重要的基础标准进行阐述。

第三章介绍零件几何精度设计的基础内容，着重介绍尺寸公差与配合、形位公差及表面粗糙度的选用。这三方面（尺寸、形位、粗糙度）的内容，约占实际设计的零件图纸上精度标注的 90% 以上，是精度设计的基础，也是学生举一反三的基础。本章还列举一些示例，安排了综合性作业，以加强学生精度设计初步能力的锻炼。

至于典型零件的公差、配合与检测，我们只将内容较复杂、难度较大的圆柱齿轮列为第四章。第五章介绍螺纹、花键，这一章也可不在课堂讲授，学生在较好地掌握前面几章内容之后，自学第五章并不困难。

以上各章内容，覆盖了除“机械制图”之外的六项机械工业重要基础标准。

第六章是从精度设计的角度，讲解尺寸链的基本概念。第七章介绍检测技术的基础知识，这一章宜结合实验课来学习，实验指导书另行编写。

本书力求削枝强干，少而精，限于学时，书中对一些不很成熟和应用很少的内容，未作过多的介绍。

本书由河北工业大学冉多钢、刘卫胜、张爱军、何贡、顾励生（按姓氏笔画顺序）分工编写，并由何贡教授担任主编，顾励生副教授参加了统稿工作。由于水平所限，书中难免有不妥乃至错误之处，尚望大家批评指正。

编者

2000 年初春

第一章 绪 论

第一节 机械产品的几何精度要求

现代机械产品的质量，包括工作精度、耐用性、可靠性、效率等等，与产品的几何精度（尺寸、形状、相互位置等的精度）密切相关。在合理设计结构和正确选用材料的前提下，零、部件和整机的几何精度，就是产品质量的决定性因素。

当前，随着科学技术的发展和生产水平的提高，对产品几何精度的要求也越来越高。例如车间用的精度等级最低的 630mm×400mm 的划线平板，其平面度误差，即工作面不平的误差，不得超过 70μm，和一般人的头发直径差不多。而 0 级千分尺测砧测量面的平面度误差，要求不大于 0.6μm。又如作为尺寸传递媒介的量块（详见第七章），尺寸精度要求更高，尺寸为 10mm 的 00 级量块，其长度的极限偏差不得超过 ±0.06μm。体现现代科技水平的大规模集成电路，要在 $1mm^2$ 面积的硅片上集成数以万计的元件，其上的线条宽度约为 1μm，形状和位置误差要小于 0.05μm。

当两个或多个零件相互配合组装在一起时，要进一步考虑装配后的配合精度要求。例如一般磨床主轴与滑动轴承，装配后的间隙要求为几个微米，过小将旋转不灵活，润滑不充分，甚至烧伤卡死，损坏磨床；过大则旋转精度不能满足加工要求。

对传动件，如齿轮副、丝杠副等，还有运动准确性、平稳性、可靠性及承载能力等要求。高精度的丝杠，其螺距误差也只允许几个微米。

对部件和整机，也同样要有几何精度要求，如精度并不高的 CA6140 车床两顶尖的同轴度，即两顶尖轴线的重合程度，最大偏差不得超过 10μm；0～25mm 的 0 级千分尺两测砧测量面的平行度误差，要求不大于 1μm，否则不能满足加工精度和测量精度的要求。

第二节 影响机械产品质量的几何量误差

任何零件都是由若干个实际表面所形成的几何实体。因此，其几何量误差，不外单一表面尺寸大小的误差和表面的形状误差，还有表面之间的相互位置误差和相互关联的尺寸误差（如两孔之间的中心距误差等等）。在零件装配成部件或整机后，也有相互位置误差和关联尺寸的误差。上面所说的量块长度偏差属于尺寸误差，划线平板和千分尺测量面的平面度误差属于形状误差，而车床两顶尖的同轴度和千分尺两测量面的平行度误差，则属于位置误差。

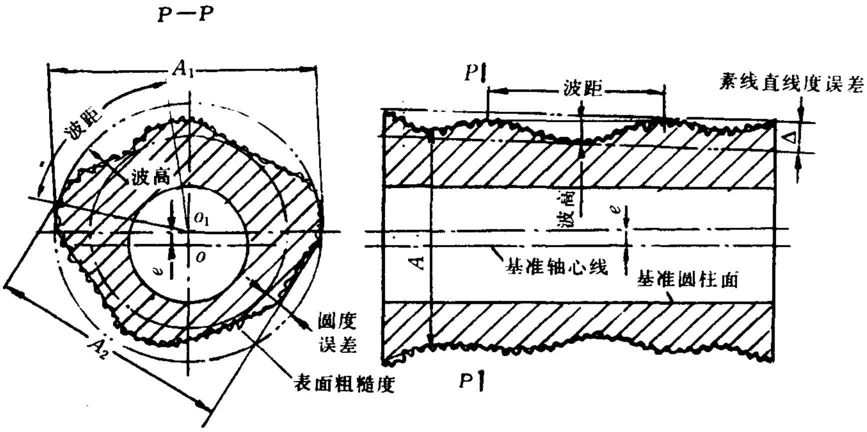
表面形状误差按产生的原因、表现形式和影响产品质量的不同，又分成（图 1—1）。

（1）微观形状误差　一般称为表面粗糙度（过去曾称为表面光洁度）。它是在机械加工中，因切削刀痕、表面撕裂、振动和摩擦等因素，在被加工表面上留下的间距较小的微小起伏不平。它影响零件的配合松紧性质、疲劳强度、耐磨性和抗腐蚀性及美观等性能。

(2) 中间形状误差　一般称表面波度。它有较明显的周期性的波距和波高，只是在高速切削条件下才有时呈现，常见于滚动轴承套圈等零件。表面波度的波距有资料认为是 1 ~ 10mm，小于 1mm 属表面粗糙度，大于 10mm 属宏观形状误差。

(3) 宏观形状误差　一般就简称形状误差。它产生的原因主要是加工机床和工夹具本身有形状和位置误差，还有加工中的力变形和热变形以及较大的振动等等。零件上的直线不直，平面不平，圆截面不圆，都属形状误差。

宏观形状误差和相互位置误差有许多相近之处，通常合称形位误差。它们影响零件的配合性质和密封性，加剧磨损，降低联结强度和接触刚度，直接影响整机的工作精度和寿命。



A、A_1、A_2—实际尺寸；e—偏心

图 1—1

综合上述，机械产品的几何量误差可归纳如下：

- 尺寸误差(最基本的误差形式)；
- 表面形状误差
  - 微观—表面粗糙度
  - 中间—表面波度(较少见)
  - 宏观—形状误差…　} 形位误差
- 相互位置误差……………………　} 形位误差

第三节　机械零件与产品的互换性

一、互换性的概念及其作用

现代化机械产品的生产，是建立在互换性原则基础之上的。所谓互换性，是指按规定的技术条件和要求(主要是几何精度要求)来分别制造机械产品的各组成部分和零件，使其在装配和更换时，不需任何挑选(对批量生产)、辅助加工和修配，就能顺利地装入整机中的预定位置，并能满足使用性能要求。例如汽车、拖拉机……以至人们日常使用的自行车、手表等等产品，都是按互换性要求生产的。如有零件损坏，修理时可很快地用同样规格的备件直接换上，并能恢复其使用性能。当然，这样的零部件都具有互换性。广义的互换性除几何参数外，还应包括

机械性能(如硬度、强度)及理化性能(如材质成分、电气性能)等等内容,但我们目前研究的主要是几何参数的互换性。

互换性的优越性可分述如下:

(1) 从生产的角度看　按互换性原则组织生产,可实行大规模的分工协作,尽可能多地采用标准化的刀、夹、量具和高效率的专用设备,组织专业化的流水生产线,从而大有利于提高产品质量和生产效率,并降低成本。装配时不用修配,效率和工艺性也明显提高和改善。

(2) 从设计的角度看　可大量采用按互换性原则设计的经过实用考验的标准零、部件,以大幅度减少设计工作量;可采用标准化的计算方法和程序,进行高效率的优化设计。

(3) 从使用角度看　不仅修配方便,而且有利于获得物美价廉的产品。在许多情况下,还有更明显的效益。如拖拉机等农用机械迅速更换易损零件,可保证不误农时;发电设备的立即修复,可保障连续供电;战场上武器弹药的互换性,可保证不贻误战机等等。

由上述可知,互换性是机械制造中的重要生产原则和效果显著的技术经济措施。

互换性是伴随近代大规模生产特别是军火生产而出现的,但互换性原则并不是限用于大批量生产。近年发展起来的被称为机械工业生产重大改革阶段的柔性生产系统(F·M·S)和计算机集成生产系统(CIMS),可迅速在生产线上改变产品的规格和品种,以适应高精度、高效率、小批量的多品种生产。但它对产品零、部件以及生产线本身的互换性和标准化程度,要求更高。

二、保证互换性生产的基本技术措施

为使零件具有互换性,最理想的是使同一规格的零件的功能参数(包括几何参数及材质等等)完全相同。但这是办不到的,也无必要这样要求。实际生产中,是将零件的有关参数(主要是几何参数)的量值,限制在一定的能满足使用性能要求的范围之内,这个允许参数量值的变动范围,就叫做“公差”。

公差的大小,主要应按产品和零件的使用性能要求来设计规定。如前面讲到的磨床主轴与滑动轴承装配后的间隙,有的要求为 $4\sim5\mu m$,它决定于主轴和轴承直径的尺寸公差及相应的工艺措施。0 级千分尺测量面的平面度误差要求不大于 $0.6\mu m$,这就是它的形状公差;装配后两测量面的平行度误差不大于 $1\mu m$,是它的位置公差。

规定公差,是保证互换性生产的一项基本技术措施。在设计机械产品时,合理地规定公差十分重要。公差过大,不能保证产品质量;公差过小,加工困难,且成本增加。所以在精度设计规定公差时,要力求获得技术——经济的最佳综合效益。

至于生产出来的零件和产品是否都满足公差要求,那就要靠正确的测量和检验来保证,所以测量检验是保证互换性生产的又一基本技术措施。

实现互换性生产,还要求广泛的标准化。产品的品种规格要标准化、系列化;各种尺寸、参数要标准化;各种零件的公差与配合以及一些检测方式方法也都要标准化。在满足广泛使用要求的前提下,产品的规格、品种、参数以及公差与配合的种类,应尽可能减少,以利于互换性生产。

由以上可知,合理规定公差,正确的测量和检验,广泛的标准化,都是保证互换性生产的基本技术措施。

第四节　标准化与优先数系

一、标准化

从概念上讲,标准化是指制定和贯彻技术标准,以促进经济发展的整个过程。而技术标准(简称标准)是从事生产、建设以及商品流通等等活动的一种共同技术依据。它是以生产实践、科学试验及理论分析为基础而制定的,经一定程序批准后发布,作为共同遵守的准则和依据,在一定范围内具有强制性或推荐性的约束力。

标准按适用的范围有国际标准、国家标准、行业标准(如机电、化工标准)和企业标准等级别。国际标准化组织(ISO),是制定各种国际标准的主要组织,我国是正式成员国。我国的许多国家标准(GB),都是在结合我国生产实践的基础上,参照或参考 ISO 标准制定或更新的。标准的国际化,是当前标准化发展的重要特点。

按标准化对象的特性,技术标准又可分为以下四类:

(1) 基础标准　基础标准是针对生产中最一般的共性问题,依据普遍的规律性而制定的,它具有广泛的指导意义,通用性很广泛。例如各种公差与配合标准、制图标准、优先数与优先数系、标准长度和直径等等,都是基础标准。

(2) 产品标准　产品标准是对产品规格和质量所作的统一规定,它又分产品系列标准和产品质量标准两类。

(3) 方法标准　方法标准是对设计、生产、验收过程中的重要程序、规则和方法等所作的规定。

(4) 安全和环境保护标准　以安全和保护环境为目的而制定的标准。

在实际应用中,标准还有许多分类方法。如生产中除产品标准外,还有零件部件标准、原材料标准、工艺及工装标准等等。有的部门标准还称为规程或规范,如各种计量器具的检定规程。

总之标准化的范围很广泛,作用很重要,它涉及社会生产和生活的各个领域,而互换性生产更是和标准化分不开的。

二、优先数与优先数系

标准化要求各种参数系列化和简化,需将参数值(如公差值等等)合理地分级分档,使其有恰当的间隔,以便应用。优先数系是国际上统一的数值分级制度,我国也采用这种制度。它有许多优点,应用广泛。

常用的数系有等差级数和等比级数。如参数值按等差级数分档,虽其相邻项的绝对差相等,但相对差不等。如 1,2,3,…10,11,12…100,101,102…,1 与 2 相对差为 100%,而 100 与 101 为 1%,这样先疏后密,当然不好,而采用等比级数,则无此弊。

优先数系是一种十进制的等比级数,在现行标准中,规定了 5 个公比数系,用 $R5$, $R10$, $R20$, $R40$ 和 $R80$ 表示($R80$ 为补充系列,余为基本系列),其公比如下:

$R5$ 为 $\sqrt[5]{10} \approx 1.6$; $R10$ 为 $\sqrt[10]{10} \approx 1.25$; $R20$ 为 $\sqrt[20]{10} \approx 1.12$; $R40$ 为 $\sqrt[40]{10} \approx 1.06$; $R80$ 为 $\sqrt[20]{10} = 1.03$。

在 1～10 之间，$R5$ 系列有 5 个优先数，即 1(不计)，1.6，2.5，4，6.3，10；$R10$ 系列有 10 个优先数，即在 $R5$ 的上列 5 个优先数中再插入 1.25，2，3.15，5，8 五个数(均为比例中项)，余类推。项值可从 1 开始向大于 1 和小于 1 两边延伸。理论优先数位数很多或为无理数，需予圆整，圆整后见表 1—1。另外，由于生产需要，优先数还有派生系列和复合系列，具体内容可参阅国家标准《优先数和优先数系》(GB321—80)。

表 1—1　　　　优 先 数 系

$R5$	$R10$	$R20$	$R40$	$R5$	$R10$	$R20$	$R40$	$R5$	$R10$	$R20$	$R40$
1.00	1.00	1.00	1.00			2.24	2.24		5.00	5.00	5.00
			1.06				2.36				5.30
		1.12	1.12	2.50	2.50	2.50	2.50			5.60	5.60
			1.18				2.65				6.00
	1.25	1.25	1.25			2.80	2.80	6.30	6.30	6.30	6.30
			1.32				3.00				6.70
		1.40	1.40		3.15	3.15	3.15			7.10	7.10
			1.50				3.35				7.50
1.60	1.60	1.60	1.60			3.55	3.55		8.00	8.00	8.00
			1.70				3.75				8.50
		1.80	1.80	4.00	4.00	4.00	4.00			9.00	9.00
			1.90				4.25				9.50
	2.00	2.00	2.00			4.50	4.50	10.0	10.0	10.0	10.0
			2.12				4.75				

优先数系的主要优点如下：

(1) 各种相邻项的相对差相等，分档合理，疏密恰当，简单易记，有利于简化统一。

(2) 便于插入和延伸　如在 $R5$ 系列中插入比例中项，即得 $R10$ 系列，在 $R10$ 系列中插入比例中项，即得 $R20$ 系列，余类推。数系两端都可按公比任意延伸。

(3) 计算方便　理论优先数(未经近似圆整)的积、商、整数乘方仍为优先数，其对数为等差数列，这对数值的传播有利。工程中一些常数也近似为优先数，如 $\pi \approx 3.15$；$\pi/4 \approx 0.8$；$\pi^2 \approx 10$；$\sqrt{2} \approx 1.4$；$\sqrt[3]{2} \approx 1.25$ 等等。例如直径采用优先数，则传播到圆面积 $A = \pi D^2/4$ 仍为优先数。

第五节　几何量检测及其技术发展概况

前面讲到，正确的测量和检验，是保证互换性生产的基本措施之一。对机械产品的检测，几何量检测是占比重最大和最重要的部分。从机械发展的历程来看，几何量检测技术的发展是和机械加工精度的提高相辅相成的。加工精度的提高，一方面要求并促进测量器具的测量

精度也跟随提高；另一方面，加工精度本身也要通过精确的测量来体现和验证。

19 世纪中叶出现了游标卡尺，当时机械加工精度可达 0.1mm。20 世纪初，加工精度达到 0.01mm，可用千分尺测量。30 年代开始成批生产光学比较仪、测长仪、光波干涉仪和万能工具显微镜等当前仍在生产中广泛使用的光学精密量仪。当时相应的机械加工精度提高到了 $1\mu m$ 左右及更小，近半个世纪精密机械加工的水平有了很大的提高，近年高精密机床主轴的跳动误差要求不超过 $0.01\mu m$，导轨直线度要求 $0.3\mu m/m$，空气轴承的回转精度在径向和轴向都要求 $0.02\mu m$。这些参数的测量要用高精度的仪器和新的测量方法。几何量测量技术的发展，不仅促进了机械工业的发展，而且对其他工业部门，对科学技术，对内外贸易乃至现代社会生活的许多方面，都起着重要的推动作用。美国阿波罗登月计划，各种测试费用约占总开支的 40%；我国最近发射可载人的宇宙飞船，所用测试设备数以万计，用以检测包括几何量在内的各种物理量。由此可见测试技术对发展高科技的重要作用。

我国有光辉灿烂的古代文明，检测技术就是这个文明的重要组成部分，早在商代我国即开始有象牙尺。秦始皇统一度量衡制，已有互换性加工的萌芽，这从西安秦兵马俑中出土的箭簇和弩机(一种远射箭头的扳机)已得到证实。

解放后，经过 50 年的努力，我们已走过西方发达国家 100 余年的科技发展历程，取得了很大成就。拿几何量计量测试技术来说，主要的基准、标准(包括“米”定义的复现)已经建立，经国际对比，达到一般国际水平，个别项目还处于先进行列。全国建立了比较完善的计量机构，有统一的量值传递网。我国不仅可生产一般的精密量仪，还研制成功了许多先进的高科技仪器。近年各工矿企业的计量测试工作也发展迅速，解决了生产中的许多重大难题，取得了很好的经济效益。我国还颁布有《中华人民共和国标准化法》和《中华人民共和国计量法》，使标准化与计量工作走上了法制轨道。

第六节　本课程的特点

本课程由互换性与测量技术两个联系密切的部分组成，是一门技术基础课。目前，涉及的范围，还只限于几何参数的互换性和检测。前者主要是学习研究公差与配合的标准化及其初步应用，是从精度的观点去分析研究机械零件及其结构的几何参数，属精度设计的范畴；后者是学习测量技术的基本知识与技能，属计量学的范围，许多内容要通过实验课来学习。很多国家的高等院校，是将这两部分内容分设于两门或多门课程之内。总之，这两方面的知识，都是机械类和仪器仪表类专业的学生必须掌握的。

与本课程密切有关的前导课程有“机械制图”、“金属工艺学”、“机械原理”等，后续课程有“机械设计”及有关专业的设计课和工艺课。特别是公差与配合的选用这一部分内容，更有待后续课程和课程设计及毕业设计去实践提高。

第二章　几何量的加工误差与公差

第一节　误差的基本概念

任何加工和测量都不可避免有误差存在。所谓精度很高，也只是误差较小而已。

尺寸的加工误差是加工后得到的尺寸与设计要求的理想尺寸之差。关于理想尺寸，迄今还没有法定的定义，但人们一般是理解为位于公差带中点的尺寸(公差带概念本章第二节要介绍)。关于测量误差，是测量结果与被测的量的真值之差，本书第七章有详细的说明。

误差按性质可分为以下三类：

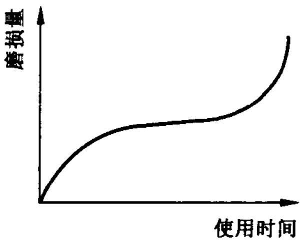


图　2—1

一、系统误差

在一定的加工或测量条件下，数值和正负号都恒定不变或按一定可知规律变化的误差，叫作系统误差。如用钻头加工孔，若钻头直径比要求的大 0.05mm，则所加工的孔因该因素影响将都有 +0.05mm 的定值系统误差。若此钻头在加工孔的过程中有磨损，且磨损量有以图 2—1 所示之规律，则所加工的一批孔，其直径误差也有按此规律变化的变值系统误差。再如用游标卡尺测量尺寸，如游标卡尺有“-0.01”mm 的对零误差，则所测尺寸都将因此而比正确结果小 0.01mm，这是测量的系统误差。

对待系统误差，应仔细查找其大小和规律，并从测量结果中修正或尽可能从根源上消除。

二、随机误差

在一定的加工或测量条件下，误差的数值和正负号都以不可预知的方式变化，即数值在一定范围内可大可小、符号可正可负的误差，叫作随机误差。如加工时因材料性能不均匀，温度的波动变化，以及“机床—刀具—工件”系统不规则的振动等等因素引起的工件尺寸误差。由于这种误差具有随机性，故无法修正或完全消除。对待这种误差，除查找根源并尽可能部分消除或减弱外，还要用数理统计的方法作理论分析及通过实验估计出误差分布的大小范围和规律，以便心中有数，妥善处理。

三、粗大误差

粗大误差是由于加工或测量人员的失误，或环境条件的突变(如较大的冲击、振动，来自电源的突变干扰等等)或其他不正常因素造成的，其误差值也较大，故称粗大误差。

粗大误差应尽量避免，对混在一系列统计数据中数值虽较大(或较小)但不明显的可疑数据，可按基于统计原理的一些准则来判断，如发现含有粗大误差，该数据应予以剔除。

前已述及，几何量误差按其特征可分为：尺寸误差、形状误差和位置误差。形状误差还有宏观形状误差、表面粗糙度（微观）和波度（中间）之分，这是我们讨论的主要对象，下面将分别予以介绍。

第二节　尺寸误差与公差

一、常用的术语概念

下面介绍几个最基本的术语，这些术语经常要用到。

(1) 基本尺寸　设计时经过计算或根据经验给定的尺寸。基本尺寸宜按标准取值。图2—2中$\phi20$，$\phi10$，$\phi15$，25及40mm等尺寸都是基本尺寸。基本尺寸的代号：孔用D表示，轴用d表示，一般长度可用L等字母表示。

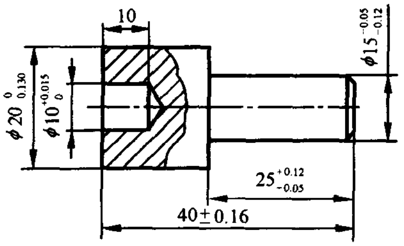


图　2—2

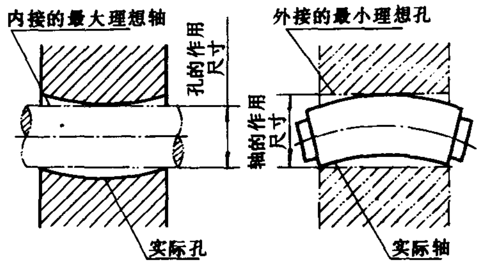


图　2—3

(2) 实际尺寸　通过测量所得到的尺寸，又称测得尺寸。由于任何测量都有误差存在，所以实际尺寸并非真实尺寸。而且不同人员、不同时间、不同环境或用不同的测量器具测得的尺寸往往不相同。

我们把任意两相对点之间测得的尺寸，如孔或轴任意横截面中任一位置的直径或弦，称为“局部实际尺寸”（或“实际局部尺寸”）。通常所谓实际尺寸，即用两点法测得的局部实际尺寸。

(3) 极限尺寸　允许尺寸变化的两个极端值。其中较大的一个称为最大极限尺寸，较小的一个称为最小极限尺寸。根据设计要求，极限尺寸可能大于、等于或小于基本尺寸。如图2—2中小端轴径的最大、最小极限尺寸分别为$\phi14.95$mm和$\phi14.88$mm。零件尺寸合格的理论标志是：

最大极限尺寸$\geqslant$真实尺寸$\geqslant$最小极限尺寸。

最大极限尺寸的代号：孔用D_{max}表示，轴用d_{max}表示；最小极限尺寸的代号：孔用D_{min}表示，轴用d_{min}表示。

(4) 最大与最小实体尺寸　两极限尺寸中零件上材料实体最多的那个极限尺寸叫作最大实体尺寸（MMS——maximum material size），对孔是最小极限尺寸D_{min}，对轴是最大极限尺寸d_{max}；两极限尺寸中零件上材料实体最少的那个极限尺寸叫做最小实体尺寸（LMS——least material size），对孔是最大极限尺寸D_{max}，对轴是最小极限尺寸d_{min}。

上述零件上材料实体最多和最少的状态，分别为最大实体状态和最小实体状态。最大实体状态是装配最不利的状态（如轴装入孔内），即获得最紧的装配结果，但也是工件强度最高的状态。最小实体状态则相反。

(5) 作用尺寸(亦称体外作用尺寸)　孔与轴配合时,在配合面的全长上,与实际孔内接的最大理想轴的尺寸(直径),称为孔的作用尺寸。与实际轴外接的最小理想孔的尺寸(直径),称为轴的作用尺寸,如图 2—3 所示(对特殊的非圆柱配合件,如方孔方轴,作用尺寸体现为宽度尺寸)。由于实际孔、轴都有形状误差,故孔与轴配合时,孔径显得变小,轴径显得变大。作用尺寸即孔与轴配合时实际起作用的尺寸,是一个很重要的概念。

(6) 尺寸的极限偏差　极限尺寸减基本尺寸的代数差称为尺寸的极限偏差,简称极限偏差。极限偏差有两个:最大极限尺寸减其基本尺寸的代数差称为上偏差,其代号:孔用 ES、轴用 es 表示;最小极限尺寸减基本尺寸的代数差称为下偏差,其代号:孔用 EI、轴用 ei 表示。图纸标注孔为 $\phi D_{\mathrm{EI}}^{\mathrm{ES}}$,轴为 $\phi d_{\mathrm{ei}}^{\mathrm{es}}$。

为方便起见,在图样上标注极限偏差而不标注极限尺寸。如图 2—2 相应于(1)中所列基本尺寸的偏差 0, +0.015, -0.05, +0.120 及 +0.160mm 都是上偏差; -0.130,0, -0.120, +0.050 及 -0.160mm 都是下偏差。

极限偏差值可为正、负或零,但上、下偏差不能同时为零。

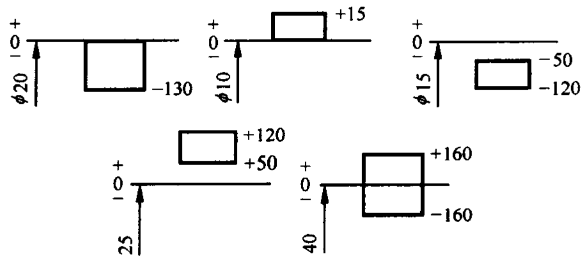


图　2—4

(7) 尺寸公差　允许尺寸的变动量,称为尺寸公差。它等于最大与最小极限尺寸之差,或上、下偏差之差。公差为一没有正负号区别的绝对值,其代号用 T 表示。

公差可用公差带图来表示。图 2—4 所示即为图 2—2 中各尺寸的公差带图。图中横线为零线,代表基本尺寸的位置,方框为公差带,其纵向宽度代表公差值,上、下偏差以 μm 为单位注值(也可以 mm 为单位注值)。公差带图可简便清楚地表示出尺寸极限偏差相对于基本尺寸的位置,这在表示和分析配合关系时非常有用。

二、尺寸加工误差的统计分布

在正常的尺寸加工中,明显的系统误差应予消除,粗大误差应予剔除。这里讨论尺寸误差的统计分布,主要是对随机误差而言。

1. 正态分布规律

我们先看一个实例:加工 150 个 ϕ50mm 的轴件,其尺寸都在 ϕ50.305 ~ ϕ50.415mm 之间。这种分散是因随机误差造成的。现将零件按尺寸等分为 11 组,并统计列于表 2—1。

尺寸的平均值 $\bar{x}$ 为:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{150} x_i}{150} \approx \frac{\sum_{i=1}^{11} m_i x'_i}{150} = 50.360\mathrm{mm}$$

式中 m_i 为各组尺寸出现的次数，x'_i 为分组中间值。

按表中数据划出如图 2—5 之直方图，即频率分布图。图中横坐标按等距 Δx 分段，各直条方块面积之间的比例，即代表表 2—1 中各 m_i 值或 $\frac{m_i}{n}$(%)之间的比例，而全部直方面积之总和 $A_{总}$ 则为频率之总和，即

$$A_{总} = \sum_{i=1}^{11} \frac{m_i}{n}(100\%) = 1(n\ 为工件总数)$$

下面对随机误差进行估算时，要计算分布曲线下方的面积。所以，这里面积代表频率的概念很重要。

概率论的理论分析和实践都证明，当工件数目越多，以至趋于无穷多($n \to \infty$)，而分组间隔越小($\Delta x \to 0$)时，则图 2—5 中之实测统计折线，将趋近于图 2—6 之正态分布曲线。此时，表示频率的长条方块将越来越窄，其用百分比值表示的面积大小将各趋向某一定值，此时频率分布即转化为概率分布。频率分布只反映某一具体的实际统计规律，而概率分布规律则是一般实际统计的抽象概括，它可用于分析研究随机误差的一般特性和估算随机误差的大小范围。关于概率，数学上另有严格的定义。一般情况下，大批量工件的加工和测量(表 2—1)，随机误差多为正态分布，但还有其他形式的概率分布(如均匀分布、t—分布、瑞利分布等等)。

表 2—1　　　　大批工件尺寸统计表

分组顺序	尺寸分组范围	分组中间值 x'_i	尺寸出现次数(频数) m_i	尺寸出现频率 m_i/n(%)
1	50.305 ~ 50.315	50.31	1	0.7
2	>50.315 ~ 50.325	50.32	3	2.0
3	>50.325 ~ 50.335	50.33	8	5.3
4	>50.335 ~ 50.345	50.34	18	12.0
5	>50.345 ~ 50.355	50.35	28	18.7
6	>50.355 ~ 50.365	50.36	34	22.7
7	>50.365 ~ 50.375	50.37	29	19.3
8	>50.375 ~ 50.385	50.38	17	11.3
9	>50.385 ~ 50.395	50.39	9	6.0
10	>50.395 ~ 50.405	50.40	2	1.3
11	>50.405 ~ 50.415	50.41	1	0.7

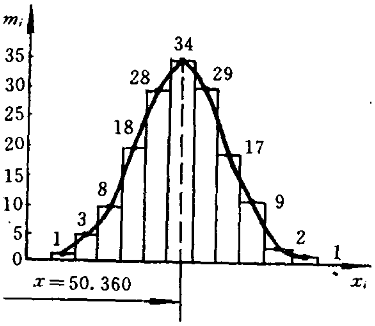


图　2—5

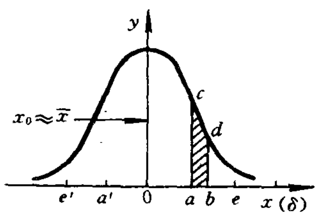


图　2—6

正态分布曲线的方程如下：

$$y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}} \tag{2—1}$$

式中：y——随机变量（误差）的概率分布密度；

e——自然对数之底，$e = 2.71828\cdots$；

δ——真实误差，$\delta_i = x_i - x_0$（x_i 为有加工误差的尺寸，x_0 为没有加工误差的真实尺寸，即 x_i 的数学期望［Ex］）；

σ——标准误差，亦称标准偏差，σ^2 为方差；理论上

$$\sigma = \lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\delta_i^2}{n}} \quad （取正值） \tag{2—2}$$

但是，实际上 $n\to\infty$ 是不可能的，实用中是以全部实际尺寸的算术平均值 $\overline{x}$ 来代替真实值 x_0（$\overline{x}$ 最接近 x_0，证见第七章第四节），用剩余误差 ν_i 来代替真实误差 δ_i、即

$$\nu_i = x_i - \overline{x}$$

正态分布曲线的方程近似为：

$$y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\nu_i^2}{2\sigma^2}} \tag{2—3}$$

此时，σ 值按白塞尔公式计算（证明从略），即

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\nu_i^2}{n-1}} \tag{2—4}$$

当 n 较大时，也可用 n 代替式中的 $(n-1)$。

正态分布曲线说明随机误差有以下规律：

(1) 曲线有一分布中心 $x_0 \approx \overline{x}$，偏离此中心愈近即误差愈小的尺寸出现的概率愈大，反之则愈小。

(2)随机误差对称于分布中心 x_0（$\approx \overline{x}$）分布。即大小相等、符号相反的误差出现的概率相同。由此可知，$\sum\delta_i = 0$；$\sum\nu_i = 0$。

(3) 按曲线方程，只有当 $x\to\pm\infty$，才有 $y\to 0$。但实际上，尺寸的分散总是在有限的范围之内，实用时也只是在 x 轴上取一定范围来作为随机误差大小的估算值。

以上几点，加深了对随机误差的定性了解，下面再进一步讨论如何利用正态分布曲线来定量地估算随机误差的大小范围。

2. 利用概率积分估算随机误差

正态分布曲线可看作是由无数类似图 2—5 中的长条方块所组成。面积 $a\,b\,c\,d$（图 2—6）就代表出现在 a 与 b 之间的尺寸误差 $\delta_i = x_i - x_0$ 的概率，记作 $P(a \leqslant \delta_i < b)$。这样就可利用积分求面积的方法来求图中任一范围内（如 aa' 间、ee' 间）的概率。

以曲线横坐标对称中心为原点，有：

$$P(-\infty < \delta < \infty) = \int_{-\infty}^{\infty} y\,\mathrm{d}\delta = \int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}}\mathrm{d}\delta = 1$$

即全部概率之总和为 1 或 100%。由曲线的对称性有：

$$\int_0^{\infty} y\mathrm{d}\delta = 0.5$$

为计算方便，按图 2—7 中的 $\pm z\sigma$（z 可为任意正数）取积分限。设 $z = \delta/\sigma$，即 $\delta = z\sigma$。又设 $0 \leqslant \delta' < \sigma$，则有：

$$P(0 \leqslant \frac{\delta'}{\sigma} < z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^z e^{-\frac{z^2}{2}}\mathrm{d}z = \phi(z)$$

式中 $\phi(z)$ 为正态分布的概率积分函数，其值代表尺寸 x_i 或随机误差 $\delta_i = x_i - x_0$（或 $v_i = x_i - \bar{x}$）出现在 0 至 $x = z\sigma$ 范围内的概率。随机误差有正有负，一般可用 $\pm z\sigma$ 表示其大小范围，相应的概率为 $2\phi(z)$。

不同 z 值的 $\phi(z)$ 值有表可查，现将常用数据列于表 2—2。

概率积分及其表中的数据，都是从分布曲线的对称中心起始计算的，应用时不要弄错。

从表 2—2 可看出，当随机误差的范围估取为 $\pm 3\sigma$ 时，其相应的概率 $2\phi(z)$ 已达 99.73%，非常接近 100%，即在 370 个工件中，只有一个工件的尺寸会超过 $\pm 3\sigma$ 范围。如估取 $\pm 2\sigma$，其概率为 95.44%。这些百分比，可代表估算随机误差的可信赖程度，称为置信概率。不能离开置信概率来估算随机误差，也不能只看误差大小而不管置信概率。

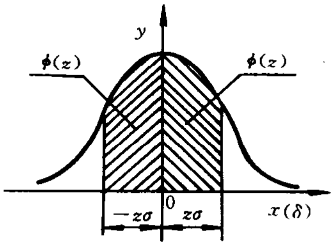


图 2—7

表 2—2 正态分布概率积分表（摘录）

z	$\phi(z)$	$2\phi(z)$	z	$\phi(z)$	$2\phi(z)$
0.33	0.1293	0.2586	2	0.4772	0.9544
0.46	0.1772	0.3544	2.2	0.4861	0.9722
0.5	0.1915	0.3830	2.5	0.4938	0.9876
1	0.3413	0.6826	2.6	0.4953	≈0.99
1.5	0.4332	0.8664	3	0.49865	0.9973
1.65	0.4505	≈0.90	4	0.49997	0.9999
1.96	0.4750	0.95	∞	0.500	1.000

在置信概率确定后，即 $\pm z\sigma$ 中置信系数 z 确定之后，标准偏差 σ 就是决定随机误差大小的唯一参数。σ 越大，随机误差也越大，反之则越小。σ 值取决于所用加工方法和设备的精度；对测量误差来说，则表示测量方法和设备的精度，所以 σ 是一个很重要的精度参数。

三、尺寸误差与尺寸公差的关系

设计时规定公差是为了限制误差。因此，要保证不因尺寸超差而出现废品，公差 T 应等于或稍大于加工的系统误差 $f_{系}$ 和随机误差 6σ（一般按 $\pm 3\sigma$ 估算）之和，即

$$T \geqslant f_{系} + 6\sigma$$

在正常的生产条件下，如果明显的系统误差已予消除或修正，这时，公差主要是用来限制随机误差，即 $T \geqslant 6\sigma$，公差带的中心应与尺寸分布中心重合。

【例 1】 用车床加工一批 $\phi60_{-0.120}^{\ 0}$ 的轴件，选择 $\sigma = 0.02\mathrm{mm}$ 的方法加工，尺寸按正态分布，但对刀时没对准公差带中心，而是有 0.02mm 的偏差，此系统误差使尺寸偏大，如图 2—8

所示，试计算其废品率。

解：如对刀准确，$6\sigma=0.12=T$（工件公差），恰好不出废品。因对刀有偏离，故实际上尺寸的分布如图 2—8 中右边曲线所示，致使一些零件尺寸过大，其概率（即废品率）如图中打有剖面线的部分。

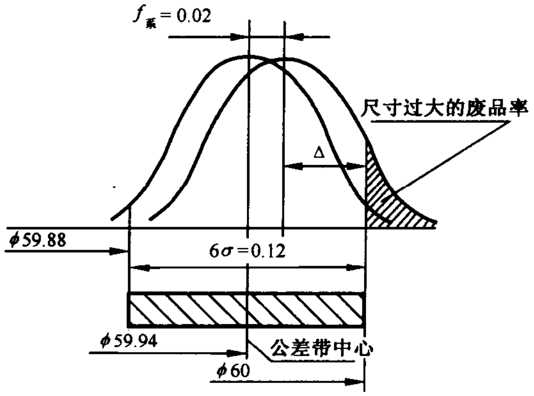


图 2—8

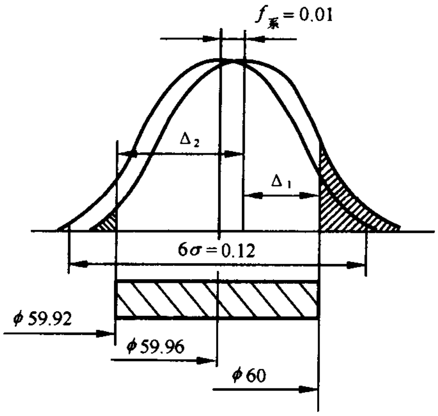


图 2—9

$$\Delta = \frac{T}{2} - f_{系} = \frac{0.12}{2} - 0.02 = 0.04\text{mm}$$

$$z = \frac{\Delta}{\sigma} = \frac{0.04}{0.02} = 2$$

查表 2—2 知 $\phi(z)=\phi(2)=0.4772$

故废品率 $=0.5-0.4772=2.28\%$

【例 2】 按上例，车 $\phi60_{-0.08}^{\ 0}$的一批轴件，σ 仍为 0.02mm，对刀偏离为 0.01mm，如图 2—9 所示，试求废品率。

解： 由图 2—9 可知，两端都有废品，应分别计算。

(1) 尺寸大于最大极限尺寸的废品率

$$\Delta_1 = \frac{T}{2} - f_{系} = \frac{0.08}{2} - 0.01 = 0.03\text{mm}$$

$$z_1 = \frac{\Delta_1}{\sigma} = \frac{0.03}{0.02} = 1.5$$

查表 2—2 知 $\phi(z)=\phi(1.5)=0.4332$，故

废品率 $=0.5-0.4332=6.68\%$

(2) 尺寸小于最小极限尺寸的废品率

$$\Delta_2 = \frac{T}{2} + f_{系} = \frac{0.08}{2} + 0.01 = 0.05\text{mm}$$

$$z_2 = \frac{\Delta_2}{\sigma} = \frac{0.05}{0.02} = 2.5$$

查表 2—2 知 $\phi(z)=\phi(2.5)=0.4938$，故

废品率 $=0.5-0.4938=0.62\%$

(3) 总废品率为