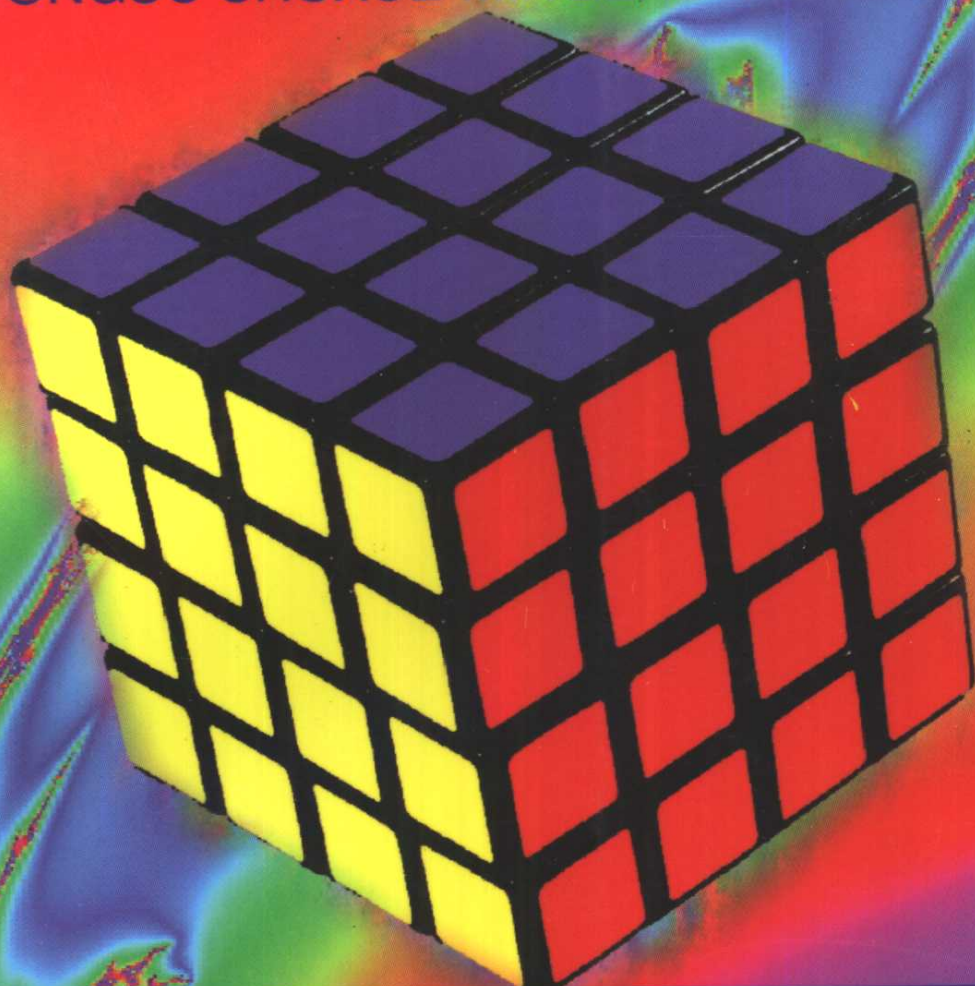


TONGSU SHUXUE MINGZHU YICONG



## 通俗数学名著译丛

SHUXUE YOUXI YU XINSHANG

[英国] 劳斯·鲍尔 [加拿大] 考克斯特著

杨应辰 等译

上海教育出版社



# 数学游戏与欣赏

00128620

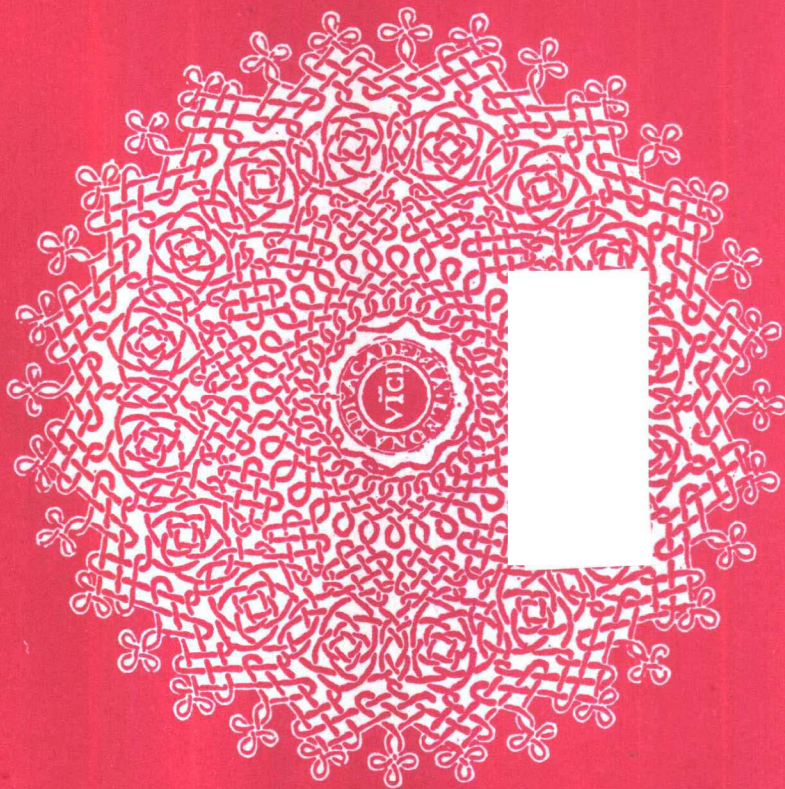
01-49  
30



本书得到国家自然科学基金  
委员会数学天元基金的资助

# 数学游戏与欣赏

[英国] 劳斯·鲍尔 [加拿大] 考克斯特著 杨应辰等译 · 上海教育出版社



*W W Rouse Ball, H S M Coxeter*  
**Mathematical Recreations & Essays**

University of Toronto Press

© Trinity College, Cambridge, 1974

根据多伦多大学出版社 1974 年第 12 版译出,

本书中文版权由上海市版权代理公司帮助取得

## 图书在版编目(CIP)数据

数学游戏与欣赏/(英)鲍尔,(加拿大)考克斯特  
著;杨应辰,蒋正新译. —上海:上海教育出版社,  
2001.4

(通俗数学名著译丛/史树中,李文林主编)

ISBN 7-5320-7094-8

I. 数... I. ①鲍... ②考... ③杨... ④蒋...  
Ⅱ. 数学-通俗读物 IV. 01-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 42468 号

通俗数学名著译丛

## 数学游戏与欣赏

[英国] 劳斯·鲍尔

[加拿大] 考克斯特 著

杨 应 辰 等译

上海世纪出版集团 出版发行  
上海教育出版社

(上海永福路 123 号 邮政编码 200031)

各地新华书店经销 上海商务联西印刷厂印刷

开本 850×1156 1/32 印张 14 5 插页 4 字数 342,000

2001 年 4 月第 1 版 2001 年 4 月第 1 次印刷

印数 1—5,250 本

ISBN 7-5320-7094-8/G·7250 定价:(软精)25.70 元

## 译丛序言

数学,这门古老而又常新的科学,正阔步迈向 21 世纪.

回顾即将过去的世纪,数学科学的巨大发展,比以往任何时代都更牢固地确立了它作为整个科学技术的基础的地位.数学正突破传统的应用范围向几乎所有的人类知识领域渗透,并越来越直接地为人类物质生产与日常生活作出贡献.同时,数学作为一种文化,已成为人类文明进步的标志.因此,对于当今社会每一个有文化的人士而言,不论他从事何种职业,都需要学习数学,了解数学和运用数学.现代社会对数学的这种需要,在未来的世纪中无疑将更加与日俱增.

另一方面,20 世纪数学思想的深刻变革,已将这门科学的核心部分引向高度抽象化的道路.面对各种深奥的数学理论和复杂的数学方法,门外汉往往只好望而却步.这样,提高数学的可接受度,就成为一种当务之急.尤其是当世纪转折之际,世界各国都十分重视并大力加强数学的普及工作,国际数学联盟(IMU)还专门将 2000 年定为“**世界数学年**”,其主要宗旨就是“使数学及其对世界的意义被社会所了解,特别是被普通公众所了解”.

一般说来,一个国家数学普及的程度与该国的数学发展的水平相应并且是数学水平提高的基础.随着中国现代数学研究与教育的长足进步,数学普及工作在我国也受到重视.早在 60 年代,华罗庚、吴文俊等一批数学家亲自动手撰写的数学通俗读

物,激发了一代青少年学习数学的兴趣,影响绵延至今.改革开放以来,我国数学界对传播现代数学又作出了新的努力.但总体来说,我国的数学普及工作与发达国家相比尚有差距.我国数学要在下世纪初率先赶超世界先进水平,数学普及与传播方面的赶超乃是一个重要的环节和迫切的任务.为此,借鉴外国的先进经验是必不可少的.

《通俗数学名著译丛》的编辑出版,正是要通过翻译、引进国外优秀数学科普读物,推动国内的数学普及与传播工作,为我国数学赶超世界先进水平的跨世纪工程贡献力量.丛书的选题计划,是出版社与编委会在对国外数学科普读物广泛调研的基础上讨论确定的.所选著述,基本上都是在海外已广为流传、受到公众好评的佳作.它们在内容上包括了不同的种类,有的深入浅出介绍当代数学的重大成就与应用;有的循循善诱启迪数学思维与发现技巧;有的富于哲理阐释数学与自然或其他科学的联系;等等,试图为人们提供全新的观察视角,以窥探现代数学的发展概貌,领略数学文化的丰富多采.

丛书的读者对象,力求定位于尽可能广泛的范围.为此丛书中适当纳入了不同层次的作品,以使包括大、中学生;大、中学教师;研究生;一般科技工作者等在内的广大读者都能开卷受益.即使是对于专业数学工作者,本丛书的部分作品也是值得一读的.现代数学是一株分支众多的大树,一个数学家对于他所研究的专业以外的领域,也往往深有隔行如隔山之感,也需要涉猎其他分支的进展,了解数学不同分支的联系.

需要指出的是,由于种种原因,近年来国内科技译著尤其是科普译著的出版并不景气,有关选题逐年减少,品种数量不断下降.在这样的情况下,上海教育出版社以迎接 2000 世界数学年为契机,按照国际版权公约,不惜耗资购买版权,组织翻译出版这套《通俗数学名著译丛》,这无疑是值得称道和支持的举措.参加本丛书翻译的专家学者们,自愿抽出宝贵的时间来进行这类

通常不被算作成果但却能帮助公众了解和欣赏数学成果的有益工作,同样也是值得肯定与提倡的

像这样集中地翻译、引进数学科普读物,在国内还不多见我们热切希望广大数学工作者和科普工作者来关心、扶植这项工作,使《通俗数学名著译丛》出版成功

让我们举手迎接 2000 世界数学年,让公众了解、喜爱数学,让数学走进千家万户!

《通俗数学名著译丛》编委会

1997 年 8 月

## 译 者 序

劳斯·鲍尔(W. W. Rouse Ball)的《数学游戏与欣赏》是一部名著,自 1892 年初版后,再版修订十二次并又重印已十几次,足见其广受西方大众及学者的赏识与欢迎,盛誉经久不衰.氏是这方面的专家,广见多闻,博古通今,著作还有多种深浅不同的数学游戏小册子.它们的问世,对引发学子对数学的兴趣,起着不小的作用.可惜这些著作一向未被介绍到国内.这本书于 1938 年经考克斯特(H. S. M. Coxeter)再次作大量增修,特别是末一章“密码术与破译”由美国作战部专家辛科夫(A. Sinkov)重写,使之大为增色.

为此,我们认为,将它译为中文出版,实补国内科普资料的一个空白,而对国人之数学爱好必将有所促进,对青年们科学思维能力之培养也将起积极的作用.

译者不揣谫陋,担任移译.由于原著曾经过不止一人的补充与改写,格调难以完全一致.涉及的问题浅者小学生可以理解,难题虽专家也赞许其深入浅出,点到了好处.有些地方讲得十分详细,另一些地方又只一笔带过,而总体上却常保持着聊天的韵味.特别是引经据典之处往往不易查究,冷僻怪字间出,用意颇需推敲.为了保持原著的风格而又便于读者理解其内容,译者尽力作了多方面的考证.从印度的史诗到希腊的古币,不获指引,难见端倪.简略难明之处做了不少的注释.如能帮助读者理解真谛而感到兴趣,那就是译者的莫大欣慰了.



---

本书除第 10 章初稿曾由蒋正新执笔外,其余移译工作均由杨应辰担任并校正全文.限于我们的水平,乖谬在所难免.倘蒙读者指正,则一字之师亦当永怀不忘也.

译 者

于北京航空航天大学

## 第 10 版 原 序

本书包括通常称为数学游戏的各种问题的阐述和一些关于此类问题的赏析.我排除了一切涉及高等数学的材料.要指出,许多论断未必有什么实际用处,而且大部分结果也不是新的.有言在先,那么读者往下看的时候当不会见怪.从另一方面说,这里讨论的许多问题都是很有趣的,其中不少问题与杰出的数学家的名字联系在一起.一些引用的文章对于英语读者来说,至今还是不容易找到的.这次出版增添了自 1892 年本书初版以来出现的许多新材料.

现在的这本书包含十六章,其论题如目录所示.前四章中所述的问题似不足道.任何一般的英语著作中都有所论述.我本可略过它们而让读者去看别的书,可是考虑到没有那些书的读者,所以还是把它们插进去为好.熟悉它们的读者可以完全跳过它们,如果有点舍不得,也可浏览一下.还要补充一句,对于那些详细解答太长或太繁的问题,一般地,我只给出一些例子而指出论述详尽解法的文章或书籍.有时我也介绍一些尚待解决的问题.

对各种问题的来源和所给的解均注明了就我所知的详尽的参考资料.凡是仅给定理的结论的时候,我总指出可以找到证明的权威著作.一般地,除非另行声明,参考资料都是从原著中摘取来的;不过,虽然也曾花了不少时间去查对它们,我不敢说一点错误或刊误都没有.

劳 斯·鲍 尔

## 第 11 版原序

在修订劳斯·鲍尔的令人喜爱的小书的时候,我的原则是在保留其风格的前提下,补充他本人也会喜爱的材料.和几位数学家磋商之后,我觉得删掉原书第 10 版中的第 5,第 8 和第 15 章为好.(关于“绳图”请参看第 9 版或第 10 版,或看劳斯·鲍尔的关于这个题目的小册子.)第 12 章被拆开而分散到第 1,第 3,第 4 与第 11 章中去了.

现在的第 5 章是新的;第 2 章与第 8 章的大部分,还有第 3 章与第 7 章的相当大一部分也都是新的.此外,第 14 章关于密码术与破译,也由美国国防部破译专家辛科夫(A. Sinkov)完全重新改写.我向他和许多协助者特别是雷默(D. H. Lehmer)表示衷心的感谢,他建设性地评审了手稿的第 2 章;还有安德烈斯(J. M. Andreas),他提供了第 5 章的一些图;还有唐奇安(P. S. Donchian),本书转载了他的模型的照片(第 136 页及第 140 页).

H·S·M·考克斯特

1938 年元月

多伦多大学

## 第 12 版原序

本书初版(名称略有不同,题名为数学游戏与问题)问世恰好已八十年了.此次新版之得以再刊,要感谢多伦多大学出版社,也要感谢许多给我很大协助的朋友们和同事们,特别是乔克(J. H. H. Chalk),他审订了素数分布(第 2 章);雷默、米勒(J. C. P. Miller)和塞尔弗里奇(J. Selfridge),他指引我去参看关于大数分解因子的最新著作;小坎宁安(F. Cunningham Jr.)提供了关于挂谷宗一问题(第 3 章)的新资料;富特(R. M. Foote)与卡尼(E. J. A. Kani)查实了参考资料,提出了有益的建议并编写了多米诺(Polyominoes)那一节(第 4 章);塔特(W. T. Tutte)将图论(第 9 章)刷新了;戴维斯(C. Davis)与克努特(D. Knuth)编写了很新颖的一节“龙纹图”;此外还有赛德尔(J. J. Seidel),他担任了艰难的工作——将劳斯·鲍尔的第 10 章(关于柯克曼的女学生问题)换为丰富而易读的组合理论引论,包含着 he 本人创始的一些概念.

从 1939 年第 11 版问世以来,电子计算机的出现将一些算术运算变得非常容易.虽然两千年前欧几里得已经发现素数有无穷多个,但直到 1877 至 1947 年间确切知道的最大素数还只是  $2^{127} - 1$ . 此后,雷默及其他一些人借助于计算机找到了位数为几千的特定素数.然而数学家没有把计算机看成弗兰肯斯坦(Frankenstein)的精灵,因为仍然有些算术问题(如封里所示的那一个)是在计算机上求解失败之后由数学天才解决的.

第 8 章的一部分已经改写,力的是显扬林格尔(G Ringel)博士和扬斯(J. W. T. Youngs)教授在多连通曲面上染色问题的突破.为迷宫引路的特雷莫(Tremaux)规则(第 9 章)已经换为较好的塔里(G. Tarry.)规则. $\pi$  的处理(第 12 章)已经在很多地方纠正了.最后指出,根据爱丁堡的前任教授艾特肯(A. C. Aitken)的简短的传记,充实了关于计算神童的短篇.

可以看到,很多章节都是用第一人称单数的口气写的 在绝大多数情况下,读者不妨认为“我”指的就是主编劳斯·鲍尔

欢迎读者来函指正任何错误或不清楚的地方

H·S·M·考克斯特

1972 年于

多伦多大学

# 目 录

译丛序言

译者序

第 10 版原序

第 11 版原序

第 12 版原序

|                   |    |
|-------------------|----|
| 第 1 章 算术游戏.....   | 3  |
| 猜出一个人所想的数.....    | 4  |
| 什么都不问、早已知结论 ..... | 8  |
| 涉及两个数的游戏 .....    | 10 |
| 取决于记数制的游戏 .....   | 11 |
| 十进制数的其他有趣问题 ..... | 13 |
| 拼凑问题 .....        | 15 |
| 四个数码的问题 .....     | 15 |
| 四个 4 的问题 .....    | 15 |
| 一组有编号物品的问题 .....  | 16 |
| 算式补码 .....        | 19 |
| 日历问题 .....        | 25 |
| 中世纪的算术问题 .....    | 26 |
| 拓荒问题 .....        | 31 |
| 约瑟夫斯问题 .....      | 31 |



|                      |    |
|----------------------|----|
| 尼姆游戏与类似的游戏 .....     | 35 |
| 穆尔游戏 .....           | 37 |
| 凯尔斯游戏 .....          | 38 |
| 威索夫游戏 .....          | 38 |
| 附录 .....             | 39 |
| 第2章 算术趣谈 .....       | 41 |
| 算术谬论 .....           | 41 |
| 第二张幺的悖论 .....        | 44 |
| 圣彼得堡悖论 .....         | 45 |
| 其他概率问题 .....         | 46 |
| 重排 .....             | 46 |
| 杂题 .....             | 48 |
| 排列问题 .....           | 49 |
| 投票问题 .....           | 49 |
| 圆桌骑士 .....           | 49 |
| 入席问题 .....           | 50 |
| 巴协的砝码问题 .....        | 50 |
| $1/n$ 的十进制小数表示 ..... | 53 |
| 小数与连分式 .....         | 54 |
| 有理直角三角形 .....        | 57 |
| 三角形数与金字塔数 .....      | 59 |
| 可除性 .....            | 60 |
| 素数定理 .....           | 63 |
| 默森数 .....            | 65 |
| 完全数 .....            | 67 |
| 费马数 .....            | 69 |
| 费马最后定理 .....         | 71 |
| 伽罗瓦域 .....           | 74 |
| 第3章 几何趣谈 .....       | 78 |



|                 |     |
|-----------------|-----|
| 几何谬论 .....      | 78  |
| 几何悖论 .....      | 86  |
| 连分式与格点 .....    | 88  |
| 几何剖分 .....      | 90  |
| 毕达哥拉斯剖分 .....   | 90  |
| 蒙蒂克拉剖分 .....    | 91  |
| 多边形的剖分 .....    | 92  |
| 最小剖分 .....      | 94  |
| 巧剖 .....        | 94  |
| 麦考利的四块剖分 .....  | 95  |
| 立体剖分 .....      | 96  |
| 二倍立方体 .....     | 96  |
| 割圆术 .....       | 97  |
| 仅用圆规作图 .....    | 99  |
| 五圆覆盖 .....      | 100 |
| 勒贝格极小问题 .....   | 102 |
| 挂谷宗一极小问题 .....  | 102 |
| 补记 .....        | 105 |
| 第4章 几何游戏 .....  | 106 |
| 静态的布局游戏 .....   | 106 |
| 三子成行 .....      | 106 |
| $p$ 子成行 .....   | 108 |
| 拼砌 .....        | 108 |
| 半条反拼砌 .....     | 110 |
| 多米诺(超级骨牌) ..... | 113 |
| 彩色立方体问题 .....   | 117 |
| 剖矩成方 .....      | 118 |
| 动态的布局游戏 .....   | 120 |
| 调车问题 .....      | 120 |

|                   |     |
|-------------------|-----|
| 摆渡问题·····         | 121 |
| 测地线·····          | 123 |
| 单行棋子游戏·····       | 125 |
| 一盘棋子游戏(兵卒问题)····· | 127 |
| 下棋问题·····         | 130 |
| 立交环·····          | 130 |
| 附录·····           | 132 |
| 第5章 多面体·····      | 134 |
| 对称性与对称体·····      | 134 |
| 五个柏拉图体·····       | 135 |
| 开普勒的玄秘说·····      | 138 |
| 帕普斯的顶点分布·····     | 139 |
| 复合体·····          | 141 |
| 阿基米德体·····        | 142 |
| 斯托特夫人作图法·····     | 146 |
| 等边环带多面体·····      | 147 |
| 开普勒-普安索多面体·····   | 150 |
| 59种正二十面体·····     | 153 |
| 立体拼砌·····         | 154 |
| 擇球或密装·····        | 156 |
| 海边的沙滩·····        | 159 |
| 正海绵胞·····         | 159 |
| 四面体的旋转环·····      | 161 |
| 万花筒·····          | 162 |
| 第6章 棋盘上的游戏·····   | 169 |
| 棋子的相对威力·····      | 170 |
| 八后问题·····         | 173 |
| 最多子数问题·····       | 179 |
| 最少子数问题·····       | 179 |



|                   |     |
|-------------------|-----|
| 棋盘上的回路.....       | 182 |
| 马的回路.....         | 182 |
| 王的回路.....         | 192 |
| 车的回路.....         | 192 |
| 象的回路.....         | 193 |
| 杂题.....           | 193 |
| 各种路线问题.....       | 193 |
| 瓜里尼问题.....        | 194 |
| 后的问题.....         | 195 |
| 拉丁方.....          | 195 |
| 欧拉方.....          | 196 |
| 欧拉的官员问题.....      | 197 |
| 欧拉立方.....         | 198 |
| 第7章  幻方.....      | 199 |
| 奇数阶的幻方.....       | 200 |
| 单偶数阶的幻方.....      | 202 |
| 双偶数阶的幻方.....      | 204 |
| 镶边幻方.....         | 205 |
| 同阶幻方的个数.....      | 207 |
| 对称幻方与反对角幻方.....   | 207 |
| 德·拉·卢拜尔法则的推广..... | 209 |
| 阿尔诺方法.....        | 211 |
| 马戈西安方法.....       | 212 |
| 非相邻数字的幻方.....     | 214 |
| 素数幻方.....         | 215 |
| 二重幻方.....         | 216 |
| 三重幻方.....         | 217 |
| 其他幻方问题.....       | 217 |
| 骨牌幻方.....         | 217 |