非线性波动力学

[因果解释]

〔法〕L.德布罗意 著

上海科学技术出版社

非綫性波动力学

(因果解釋)

〔法〕L. 德布罗意 著
謝毓章 譯

上海科学技术出版社

NON-LINEAR WAVE MECHANICS

(A CAUSAL INTERPRETATION)

L. de Broglie

Elsevier Publishing Co., 1960

非綫性波动力学

(因 果 解 釋)

謝毓章 譯

上海科学技术出版社出版 (上海瑞金二路 450 号)

上海市书刊出版业营业許可証出 093 号

上海市印刷四厂印刷　新华书店上海发行所发行

开本 850×1156 1/32　印張 8 22/32　排版字数 223,000

1966 年 3 月第 1 版　1966 年 3 月第 1 次印刷

印数 1—2,000

統一书号 13119·703　定价(科六) 1.30 元

內 容 提 要

自从提出微观粒子波动性以来到現在已經有四十年了，然而波粒二象性始終是一个难于理解的概念．尽管波动力学已成为理論物理学中人人所熟悉的学科，但是波函数的解釋仍然是爭論的題材．是否有比目前公认的几率解釋更直观的办法，这是一个非常令人感兴趣的問題．德布罗意在本书中申述了他自己多年来的想法，把粒子看作是波动現象中的奇异区，同时波所滿足的方程式是非綫性的而不象目前波动力学中的波函数那样滿足綫性偏微分方程式．但是这个非綫性方程式的具体形式还有待研究并設法找出．书中介紹了一些学者們对几率解釋所提出的异議，以及作者用他这种想法如何来克服这些异議．同时，书中也提出了这种新想法还有哪些困难尙待解决．

本书可作为綜合大学高年級学生、教师和理論物理工作者的参考书．

序

人們常說，当一个人年老的时候会回顾他青年时期的一些主見．也許这就是为什么近四年多以来，我对自己提出了下面这个問題：会不会在1922到1928年我最初研究波动力学的时代里，作为我研究指导思想的那些概念比起在那以后流行的概念要更准确更基本呢？

早在1923年，我已經清楚地看到，每个粒子的运动必然要与一个波的傳播相締合，但是我曾經考慮过的而且已經成为普通波动力学中Ψ波的那个連續波——經典光学中所熟悉的那种波——在我看来似乎并不能正确地描述物理眞实；我认为只有它那直接与粒子运动相关的相才有基本意义，这也就是为什么我曾把与粒子相締合的波称为“相波”——这个名称現在已經完全被忘記，但是在那个时候我相信是完全有道理的．由于別的科学家們已經使波动力学更有所发展，Ψ波和它的連續振幅只能用来作統計性的預言这一点已日益明显．这样，人們就越来越傾向于作“純几率”的解釋，玻恩、玻尔和海森伯就是这种解釋的主要拥护者．我对这种发展感到惊奇，我觉得它似乎不能満足理論物理的“解釋性”目的；这也就使得我在1925到1927年相信波动力学的所有問題都需要有波动方程的一組两个互相耦合的解：一个有确定相的Ψ波，可是由于它的振幅的連續性质就只具有統計的和主观的意义；另外一个和Ψ波同相的u波，它的振幅在空間某一点附近具有很大的数值，正因为这个空間的奇异点（可能不是严格数学意义的奇异点），它也就可以用来客观地描述粒子．用这种办法，我得到一个符合于爱因斯坦观念（我总相信这是必須考慮的）的粒子图象，这里，粒子密切地表現为一个延伸波动現象的中心．幸亏在理論上有u波与Ψ波之間的类似的假設，因此我觉得才保持Ψ波应有的一切

08518

統計性质.

这些就是我心目中所形成的观念，它的微妙至今使我惊奇.我称它为“双重解理論”，也就是这种观念把我全部眞正的想法变成为复杂的具体内容.但是为了便于闡明它，我曾經一度給它一个在我认为不那么深刻的簡化形式，我曾称它为“向导波理論”，在这个理論里先驗地假設粒子是由連續Ψ波来向导.由于大多数理論物理学家們对我的观念都很冷淡，同时大家都被純几率解釋的形式优美和表观严格所强烈吸引，因而我也就同意了这种解釋并且二十多年来承认它是正确的.

我已經說过，自1951年以来我又开始怀疑是否我那最初的观念果眞是不对的.对这个十分困难的問題深入思考以后，使我对双重解理論中原有的某些地方作了改进，在另外一些地方，实际上对理論本身作了修正，最显著的是引进了目前我认为是不可缺少的假設，那就是u波傳播方程式基本上是非綫性的，因此，与Ψ波所滿足的方程式不同，虽然几乎在各处这两个方程可以认为完全相同.

本书在总結了現在认为“正統”的純几率解釋以及一小部分著名科学家們对它所提出的异議之后，将对目前关于双重解理論我曾想到的一切作些一般性的解說.我冒昧地請讀者特别注意第十七章，十八章和十九章，其中含有一些无疑是很大胆的建議——不过这些建議可能会产生深远的后果.我非常希望富有物理洞察力的青年理論物理学家們和富有經驗的数学家們，对在本书結尾我所提出而不能眞正加以辯解的那些假設发生兴趣.

沒有任何先入之見也沒有任何企图，我再度研究了波动力学中我以前和最早曾有的那些概念.我的这种希望，即回到比在目前理論物理学中占优势的还要更清楚的概念，也許是錯誤的.不过我愿意对这条至今已被拋弃了二十五年而且曾被认为引向絕境的思路，重加仔細地研究，看看它是否相反地却是一条能引向未来的眞正微观物理学的途徑.

德布罗意

目　录

第一部分　波动力学的基本观念与标准的純几率解釋

第二部分 双重解理論

附　录

第一部分

波动力学的基本观念与标准的純几率解釋

第一章　波动力学的基本观念

1. 出发点

在我 1923～1924 年的工作中，作为波动力学出发点的观念如下：由于光存在着粒子性和波动性，二者由能量 $= h \times$ 頻率这个关系联系起来；这里参与了普朗克常数 h. 很自然地可以設想到，对物质来說同样地也有着粒子性和波动性；可是在那时候还不曾认識到物质的波动性. 物质的这两种性质必須要由含有普朗克常数的普遍公式联系起来，而且普遍公式必須能把光的这两种性质作为特例包括在内.

为了发揮这个观念，1923 年的时候我覚得需要对粒子的概念締合以周期性的元素. 让我們想象一个在无任何外場作用下，在某个方向作等速直綫运动的粒子，我們将把注意力集中在粒子的运动状态上，而不过問粒子在空間的位置. 粒子沿一定方向的运动（假設是取 z 軸方向）可以用两个物理量来确定，即能量和动量. 在相对論情形下作为粒子静质量 m_0 的函数，它們由下面公式表出

$$W = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad \mathbf{p} = \frac{m_0 \mathbf{v}}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \left(\beta = \frac{v}{c}\right). \tag{1.1}$$

由这两个公式可以推得关系式：

$$|\mathbf{p}| = p = \frac{W}{c^2} |\mathbf{v}| = \frac{W}{c^2} v. \tag{1.2}$$

这样，对于固定于某一伽利略参照系統中的观察者 A（用时間 t 和直角坐标 x、y、z 的观察者）来說，粒子的运动状态就确定了.

让我們假設另一个观察者 B，相对于第一个观察者来讲他是在 Oz 方向以速度 v 作相对运动——换句話說，也就是一个与粒子一起运动的观察者. 假設 B 选擇他的 O_0z_0 軸是沿 Oz 方向运动，

而他的 O_0x_0 和 O_0y_0 軸分別平行于 Ox 和 Oy. 这样, B 的空間和时間坐标 x_0、y_0、z_0、t_0 和 A 的坐标 x、y、z、t 之間就由熟知的簡单洛倫茲变换相联系:

$$x_0=x,\ \ y_0=y,\ \ z_0=\frac{z-vt}{\sqrt{1-\beta^2}},\ \ t_0=\frac{t-\dfrac{\beta}{c}z}{\sqrt{1-\beta^2}}. \tag{1.3}$$

現在对 B 来讲,粒子的速度为零,所以能量与动量值为

$$\mathrm{W}=m_0c^2,\quad \mathbf{p}=0. \tag{1.4}$$

按照我們的初步想法,現在应該設法引进一个周期性的元素. 先設法在粒子自己的参照系統中去找, 也就是在观察者 B 的参照系統中去找. 在这个系統中由于一切都是靜止的,自然,任何想要求得的周期性元素可以用駐波形式来規定. 这样我們用假定的标量

$$\Psi_0=a_0e^{2\pi i\nu_0t_0} \tag{1.5}$$

来規定周期元素. 这是一个用复函数表示的駐波. Ψ_0 是时間 t_0 的函数,而且以所討論粒子的特性頻率 ν_0 振动. 让我們假定 a_0 为常数(一般讲来是复数),这样 t_0 时刻在观察者 B 的系統中各点的 Ψ_0 都有同一数值.

我們可以这样来表示 Ψ_0 数值的分布: 假想有无数个相互同步的小时钟放在粒子系統的每个点上. 这許多时钟的周期都是 $T_0=1/\nu_0$. 这些小时钟可以說是表示出每点周期現象的"相". 对观察者 B 来讲, 在他自己的时間坐标中, 每一个时刻 t_0 各处的相都是相同的.

那么我們又应該給頻率 ν_0 以什么数值呢? 很明显, 我們应該用在 B 系統中能标志粒子的数量来規定 ν_0. 現在在 B 系統里我們只有一个非零的数量,就是能量 $\mathrm{W}_0=m_0c^2$. 由于普朗克常数 h 在所有量子問題中所負的任务, 很自然地可以与光子的爱因斯坦关系相类似而假設

$$\nu_0=\frac{\mathrm{W}}{h}=\frac{m_0c^2}{h}. \tag{1.6}$$

可是这个对观察者 B 所规定的周期元素对观察者 A 又如何呢？在这里很自然地可以假定元素 Ψ 是个不变量. 这样只要把 B 表式中的 t_0 值用洛倫兹变换 (1.3) 式的第四个表式代入就可以得到 A 的表式：

$$\Psi(x, y, z, t)=a_0 e^{2\pi i\nu\left(t-\frac{z}{V}\right)}, \tag{1.7}$$

式中

$$\nu=\frac{\nu_0}{\sqrt{1-\beta^2}},\quad V=\frac{c}{\beta}=\frac{c^2}{v}. \tag{1.8}$$

所以对观察者 A 来讲，粒子是以速度 v 沿 Oz 方向运动，而周期性现象 Ψ 的相分布是与具有(1.8)式所給的频率 ν 和相速 V 的平面单色波的相分布相同.

这也可以用另一种方法来表示. 我們回想在空間各点放上对观察者 B 来讲具有同相的无数个小时钟的图象. 由于在运动中时钟变慢这一相对論性現象，在观察者 A 看来每一个时钟将具有一个降低的频率

$$\nu_A=\nu_0\sqrt{1-\beta^2}; \tag{1.9}$$

但是所有时钟的相分布对 A 来讲是由公式 (1.7) 决定的，也就是說与具有公式 (1.8) 所給的频率 ν 和相速 V 的平面单色波的相分布相同.

比較公式(1.8)和(1.9)，就可以看到在运动中时钟的表观频率 ν_A(由于运动而降低的频率) 和与这个运动相締合的波的频率 ν (由于运动而升高的频率)有重要的区别.

这种时钟频率与波频率的相对論性变化間的差别是基本的；它引起我很大的注意. 仔細地考虑这个差别就决定了我研究工作的整个方向.

总結上面可以这样說：用这些小时钟里的一个来认証的粒子，相对于波相以速度 $V-v=c(1-\beta^2)/\beta$ 运动，在运动中保持与波同相.

让我們把最后这个观念更精确地考虑一下. 在这无数个假想的小时钟里，假定其中之一占有特殊的地位；它是一个調节钟，

与粒子相一致．其余的时钟表示以粒子为中心的波动现象的相．在它們自己的参照系統里，每个时钟都是静止的，具有同一的頻率 ν_0．处在看所有时钟都以速度 v 运动的观察者的参照系統里，这些时钟的相的总体是用公式 (1.8) 所規定的因子 $\nu(t-(z/V))$ 表出的．在时間 dt 里，調节钟在 Oz 方向移动了一个距离 vdt 而它的变化和 $\nu_0\sqrt{1-\beta^2}\,dt$ 成比例．在时钟所在点的波相改变了 $(\nu_0/\sqrt{1-\beta^2})(dt-(vdt/V))$．因为这两个变化一定得相等，所以我們必然有

$$\sqrt{1-\beta^2}=\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\left(1-\frac{v}{V}\right)\quad \text{或}\quad \beta^2=\frac{v}{V},\tag{1.10}$$

这同(1.8)式的第二个关系相符合．

让我們先拋开这种图象等以后再回过来討論它，而把所得到的各个公式再来研究一下．把(1.1)和(1.8)的第一个关系式比較一下就得到

$$W=h\nu.\tag{1.11}$$

因为观察者 A 是任意的一个伽利略观察者，显然这个关系对整个伽利略系統都应該满足．

按照通常的方法由公式 $\lambda=V/\nu$ 来規定 Ψ 波的波长，我們就得到

$$\lambda=\frac{c^2}{v}\frac{h}{W}=\frac{h}{p}.\tag{1.12}$$

这样我們得到了两个基本公式(1.11)和(1.12)；它們以粒子的能量与动量規定了与該粒子相締合的波的頻率和波长．在比眞空中光速低得多的低速情形下，(1.12)式近似地成为

$$\lambda=\frac{h}{mv}.\tag{1.13}$$

当粒子速度等于 c 时(或是与 c 沒有多大差別时)，就有

$$v=V=c,\quad W=h\nu,\quad p=\frac{h\nu}{c}=\frac{h}{\lambda}.\tag{1.14}$$

事实上这也就是适用于光子的光量子理論里的基本公式（爱因斯坦，1905）．

现在我們可以把观察者 A 所测量到的 Ψ 的大小写作

$$\Psi = a_0 e^{\frac{i}{\hbar}(Wt-pz)}, \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}. \tag{1.15}$$

如果不取 z 軸为傳播方向，那么更普遍的形式是

$$\Psi(x,y,z,t) = a_0 e^{\frac{i}{\hbar}(Wt-p_x x-p_y y-p_z z)} = a_0 e^{\frac{i}{\hbar}(Wt-\mathbf{p}\cdot\mathbf{r})}. \tag{1.16}$$

这个公式指出 Ψ 波的相除去因子 $2\pi/h$ 外，等于粒子的哈密頓作用量．注意到粒子作用量和与粒子相締合的 Ψ 波的相之間的比例关系时，我們可以看出粒子动力学中的定作用量原理必然相当于与粒子相締合的波所满足的費馬原理．波动理論告訴我們費馬原理只有在几何光学所能适用的范圍中才是正确的，而在只有波动理論才适用的物理光学范圍內是毫无意义的．早在 1923 年我就提出了一个基本观念：傳統力学（包括它的相对論形式和經典的牛頓形式）只不过是一个近似，它和几何光学的适用范圍相同．从那时起我就感覺到有必要建立一个新的力学——波动力学，“它与傳統力学的关系相当于波动光学与几何光学的关系”．这就是波动力学的开始．

2．波动力学的第一步发展

在我有了上面所总結的观念时，我受了經典观念的影响，认为現象可以在时-空框架中客观而定論地表示出来．因此我覺得波与粒子間的締合一定要取下面的形式：粒子应該是广延波动現象中心的某种奇异点——波动現象中不可分割的一个部分；虽然奇异点的运动几乎必然要服从新的动力学定律，可是为了同經典图象一致，在空間必須要有一个軌迹，而且在这軌迹各点上还具有一定的速度．

因此我覺得象前面論証的那个与等速直綫运动的自由粒子相締合的平面单色 Ψ 波并不眞正表示现实情况；由于常量振幅 a_0 不可能表示波动現象的眞正振幅，所以它只能准确地給出圍繞粒子的波动現象的相．的确，我覺得眞正的振幅应該包含一个奇异点——粒子；远离奇异点处振幅要逐漸衰减．用来表示总的波动