



非线性波动力学

[因果解释]

[法] L. 德布罗意 著

上海科学技术出版社

53.36
780

非綫性波动力学

(因果解釋)

[法] L. 德布罗意 著

謝毓章 譯

30502 107

上海科学技术出版社

NON-LINEAR WAVE MECHANICS

(A CAUSAL INTERPRETATION)

L. de Broglie

Elsevier Publishing Co., 1960

非线性波动力学

(因果解释)

謝毓章 譯

上海科学技术出版社出版 (上海瑞金二路 450 号)
上海市书刊出版业营业许可证出 093 号

上海市印刷四厂印刷 新华书店上海发行所发行

开本 850×1156 1/32 印张 8 22/32 排版字数 223,000

1966 年 3 月第 1 版 1966 年 3 月第 1 次印刷

印数 1—2,000

统一书号 13119·703 定价(科六) 1.30 元

內 容 提 要

自从提出微观粒子波动性以来到现在已经有四十年了,然而波粒二象性始终是一个难于理解的概念。尽管波动力学已成为理论物理学中人人所熟悉的学科,但是波函数的解释仍然是争论的题材。是否有比日前公认的几率解释更直观的办法,这是一个非常令人感兴趣的问题。德布罗意在本书中申述了他自己多年来的想法,把粒子看作是波动现象中的奇异区,同时波所满足的方程式是非线性的而不象目前波动力学中的波函数那样满足线性偏微分方程式。但是这个非线性方程式的具体形式还有待研究并设法找出。书中介绍了一些学者们对几率解释所提出的异议,以及作者用他这种想法如何来克服这些异议。同时,书中也提出了这种新想法还有哪些困难尚待解决。

本书可作为综合大学高年级学生、教师和理论物理工作者的参考书。

序

人們常說，当一个人年老的时候会回顾他青年时期的一些主見。也許这就是为什么近四年多以来，我对自己提出了下面这个問題：会不会在 1922 到 1928 年我最初研究波动力学的时代里，作为我研究指导思想的那些概念比起在那以后流行的概念要更准确更基本呢？

早在 1923 年，我已經清楚地看到，每个粒子的运动必然要与一个波的傳播相結合，但是我曾經考虑过的而且已經成为普通波动力学中 Ψ 波的那个連續波——經典光学中所熟悉的那种波——在我看来似乎并不能正确地描述物理真实；我认为只有它那直接与粒子运动相关的相才有基本意义，这也就是为什么我曾把与粒子相結合的波称为“相波”——这个名称現在已經完全被忘記，但是在那个时候我相信是完全有道理的。由于别的科学家們已經使波动力学更有所发展， Ψ 波和它的連續振幅只能用来作統計性的預言这一点已日益明显。这样，人們就越来越倾向于作“純几率”的解釋，玻恩、玻尔和海森伯就是这种解釋的主要拥护者。我对这种发展感到惊奇，我觉得它似乎不能满足理論物理的“解釋性”目的；这也就使得我在 1925 到 1927 年相信波动力学的所有問題都需要有波动方程的一組两个互相耦合的解：一个有确定相的 Ψ 波，可是由于它的振幅的連續性质就只具有統計的和主观的意义；另外一个和 Ψ 波同相的 u 波，它的振幅在空間某一点附近具有很大的数值，正因为这个空間的奇异点（可能不是严格数学意义的奇异点），它也就可以用来客观地描述粒子。用这种办法，我得到一个符合于爱因斯坦观念（我总相信这是必須考虑的）的粒子图象，这里，粒子密切地表现为一个延伸波动現象的中心。幸亏在理論上有 u 波与 Ψ 波之間的类似的假設，因此我觉得才保持 Ψ 波应有的一切

08518

統計性質。

這些就是我心目中所形成的觀念，它的微妙至今使我驚奇。我稱它為“雙重解理論”，也就是這種觀念把我全部真正的想法變成複雜的具體內容。但是為了便於闡明它，我曾經一度給它一個在我認為不那么深刻的簡化形式，我曾經稱它為“向導波理論”，在這個理論里先驗地假設粒子是由連續 Ψ 波來向導。由於大多數理論物理學家們對我的觀念都很冷淡，同時大家都被純幾率解釋的形式優美和表觀嚴格所強烈吸引，因而我也就同意了這種解釋並且二十多年來承認它是正確的。

我已經說過，自1951年以來我又開始懷疑是否我那最初的觀念果真是不對的。對這個十分困難的問題深入思考以後，使我对雙重解理論中原有的某些地方作了改進，在另外一些地方，實際上對理論本身作了修正，最顯著的是引進了目前我認為是不可缺少的假設，那就是 u 波傳播方程式基本上是非線性的，因此，與 Ψ 波所滿足的方程式不同，雖然幾乎在各處這兩個方程可以認為完全相同。

本書在總結了現在認為“正統”的純幾率解釋以及一小部分著名科學家們對它所提出的異議之後，將對目前關於雙重解理論我曾想到的一切作些一般性的解說。我冒昧地請讀者特別注意第十七章，第十八章和第十九章，其中含有一些無疑是很大膽的建議——不過這些建議可能會產生深遠的後果。我非常希望富有物理洞察力的青年理論物理學家們和富有經驗的數學家們，對在本書結尾我所提出而不能真正加以辯解的那些假設發生興趣。

沒有任何先入之見也沒有任何企圖，我再度研究了波動力學中我以前和最早曾有的那些概念。我的這種希望，即回到比在目前理論物理學中占優勢的還要更清楚的概念，也許是錯誤的。不過我願意對這條至今已被拋棄了二十五年而且曾被認為引向絕境的思路，重加仔細地研究，看看它是否相反地卻是一條能引向未來的真正微觀物理學的途徑。

德布羅意

目 录

第一部分 波动力学的基本观念与标准的純几率解釋

第一章 波动力学的基本观念	2
1. 出发点	2
2. 波动力学的第一步发展	6
第二章 波动力学的哈密頓算符法 (分析力学和几何光学的类似性)	8
1. 质点的經典力学, 雅可俾定理	8
2. 各向同性媒质中波的傳播, 几何光学的近似	12
3. 从經典力学过渡到波动力学	15
4. 质点波动力学的普遍方程式	17
5. 得到波动方程的自动方法	18
6. 群速度定理, 它与經典力学的一致性	19
7. 将波动力学中的相对論性傳播方程应用于 Ψ 波	22
第三章 关于 Ψ 波几率解釋的最重要原理	26
1. 波动力学解釋的中心問題	26
2. 定域原理或干涉原理	27
3. 干涉原理的精确陈述, 几率流量	29
4. 海森伯测不准关系	30
5. 波譜分解原理(玻恩)	31
6. 对前面結論的評論	32
7. 相对論性的几率流量理論	34
第四章 粒子系的波动力学	36
1. 质点系的經典动力学	36
2. 粒子系的波动力学	38
3. 粒子系波动力学的几率解釋	39
4. 具有相同物理性质的粒子系統	41

5. 对粒子系波动力学的附言	43
第五章 波动力学几率解释概观	45
1. 概說	45
2. 量子物理学中测量操作任务的分析	46
3. 几率解释的普遍形式	47
第六章 波动力学几率解释的各个方面	51
1. 迭加的概念	51
2. 各种表示的等价性, 变换理論	52
3. 波动力学与量子力学	55
4. 并协概念(玻尔)	56
5. 由于测量使几率包的縮小	57
6. 几率的干涉	58
7. 方諾埃曼定理	61
第七章 对波动力学純几率解释的异議	65
1. 軌道概念消失的結果	65
2. 1927年索尔維會議上爱因斯坦的异議	67
3. 爱因斯坦、波多尔斯基和洛生的例子	68
4. 与相关系統有关的异議(薛定諤)	71
5. 爱因斯坦的另一些异議	74
6. 結論	76
第二部分 双重解理論	
第八章 緒論与程序說明	78
1. 双重解理論的历史	78
2. 后面各章要处理的問題	81
第九章 双重解理論原理	86
1. 一般概念	86
2. 双重解原理	87
3. 等速直綫运动的情形	88
4. 等速直綫运动情形中 ψ 波的解釋	90
5. 恒外場情形的討論, 方程式(J)和方程式(C)	91
6. 向导公式	93
7. ψ 波的引入: 它的統計意义	96

8. 向导公式与向导波理論	98
9. 非靜力場普遍情形的討論	99
第十章 因果理論中的粒子动力学	103
1. 拉格朗日方程式和哈密頓方程式	103
2. 上面动力学的相对論性形式	105
3. “量子势”和它的解釋	107
第十一章 向导公式的一些成果	111
1. 氫原子的定态	111
2. 在鏡面附近的干涉(維涅条紋)	115
3. 爱因斯坦对向导公式的新近异議	122
第十二章 由单粒子波动力学到粒子系波动力学的过渡	125
1. 因果理論中这个問題的性质	125
2. 1927年我文章中的論証	127
3. 处理这个問題的另外办法	132
4. 两个相互作用粒子的相对运动和在各态空間中表示这个系統的运动比較	137
5. 具有相同性质粒子的情形	144
第十三章 $ \Psi ^2$ 的几率意义及其論証	147
1. 对 1927年論証的重新考虑	147
2. 与刘維定理和各态歷經假說的比較	149
3. 1953年1月包姆文章的摘要	152
4. 补充的观点	154
第十四章 泡利对向导波理論的异議	156
1. 1927年10月索尔維會議上对向导波理論的討論	156
2. 費密对一个粒子与一个平面轉子的碰撞的討論	157
3. 泡利对向导公式的异議	161
4. 1927年后对未遂的波动力学因果解釋的放弃	164
第十五章 包姆的測量理論和因果理論的統計概要	167
1. 包姆 1952年1月的文章	167
2. 包姆的測量理論	168
3. 因果理論的統計綱要	174
4. 高林对于几率分布矩的討論	175

5. 对玻尔的一个粒子与一个原子碰撞观点的研究	177
第十六章 双重解观点推广到狄喇克电子理论	180
1. 引言	180
2. 狄喇克电子理论摘要	180
3. 狄喇克理论中粒子的向导	184
4. 在狄喇克理论中引入双重解的观念	188
5. 这些公式的结果	192
第十七章 u 波的结构和它与 Ψ 波的关系	195
1. 证明 u 波的存在和决定 u 波形式的困难	195
2. 波动方程式的格林函数定理	197
3. u 的非线性波动方程式的引入	199
4. 严格决定 u 波与 Ψ 波间关系的困难	202
5. u 波的外部形式. 不动粒子定态情形	205
6. u 波的外部分解示例	208
7. 上面观点的各种推广	213
8. 推广到狄喇克理论	216
9. 相与粒子的响导相一致的论述	217
10. 上述概念的优点和还存在的困难	218
第十八章 波列与几率包的收缩	220
1. 由波列自发扩散所引起的困难	220
2. 波动方程式的非线性可能允许有波群不扩散的观念	222
3. 削弱迄今所假设的 u 波与 Ψ 波之间的联系	228
4. 用发散波表示点源的发射	229
5. 半透镜对波群的分解	231
6. 在双重解理论中对同一问题的考虑	233
7. 对 u 波与 Ψ 波关系的重新考虑	238
8. 把上面的观念推广到碰撞问题	239
9. 总结	241
第十九章 定态, 量子跃迁和能量守恒	242
1. 定态	242
2. 粒子与原子碰撞时的能量守恒	243
3. 双重解的观点	244

4. 另一个有指导性的原子与粒子碰撞的例子	246
5. 向导波理論中的能量-动量張量	248
6. 重新考虑测量过程	251
7. 定态和量子跃迁問題的重新考虑	252
第二十章 摘要与結尾	256
1. 所得結果的全貌	256
2. 双重解观念与許多旧观念之間的类似	257
3. 实验验证的可能性	258
4. 双重解理論与广义相对論之間的一致性	260

附 录

向导公式的另一种証明方法	264
参考文献	267

第一部分

波动力学的基本观念
与标准的純几率解釋

第一章 波动力学的观念

1. 出发点

在我 1923~1924 年的工作中,作为波动力学出发点的观念如下: 由于光存在着粒子性和波动性,二者由能量 = $h \times$ 频率这个关系联系起来;这里参与了普朗克常数 h . 很自然地可以設想到,对物质來說同样地也有着粒子性和波动性;可是在那时候还不曾認識到物质的波动性. 物质的这两种性质必須要由含有普朗克常数的普遍公式联系起来,而且普遍公式必須能把光的这两种性质作为特例包括在內.

为了發揮这个观念,1923 年的时候我觉得需要对粒子的概念結合以周期性的元素. 讓我們想象一个在无任何外場作用下,在某个方向作等速直綫运动的粒子,我們將把注意力集中在粒子的运动状态上,而不过問粒子在空間的位置. 粒子沿一定方向的运动(假設是取 z 軸方向)可以用两个物理量来确定,即能量和动量. 在相对論情形下作为粒子靜质量 m_0 的函数,它們由下面公式表出

$$W = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \left(\beta = \frac{v}{c}\right). \quad (1.1)$$

由这两个公式可以推得关系式:

$$|p| = p = \frac{W}{c^2} |v| = \frac{W}{c^2} v. \quad (1.2)$$

这样,对于固定于某一伽利略参照系統中的观察者 A (用時間 t 和直角坐标 x, y, z 的观察者)來說,粒子的运动状态就确定了.

讓我們假設另一个观察者 B, 相对于第一个观察者来讲他是在 Oz 方向以速度 v 作相对运动——換句話說,也就是一个与粒子一起运动的观察者. 假設 B 选择他的 $O_0 z_0$ 軸是沿 Oz 方向运动,

而他的 O_0x_0 和 O_0y_0 軸分別平行于 Ox 和 Oy . 这样, B 的空間和時間坐标 x_0, y_0, z_0, t_0 和 A 的坐标 x, y, z, t 之間就由熟知的簡單洛倫茲變換相联系:

$$x_0 = x, \quad y_0 = y, \quad z_0 = \frac{z - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad t_0 = \frac{t - \frac{\beta}{c} z}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (1.3)$$

現在对 B 来讲, 粒子的速度为零, 所以能量与动量值为

$$W = m_0c^2, \quad \mathbf{p} = 0. \quad (1.4)$$

按照我們的初步想法, 現在應該設法引进一个周期性的元素. 先設法在粒子自己的参照系統中去找, 也就是在观察者 B 的参照系統中去找. 在这个系統中由于一切都是靜止的, 自然, 任何想要求得的周期性元素可以用駐波形式来規定. 这样我們用假定的标量

$$\Psi_0 = a_0 e^{2\pi i \nu_0 t_0} \quad (1.5)$$

来規定周期元素. 这是一个用复函数表示的駐波. Ψ_0 是時間 t_0 的函数, 而且以所討論粒子的特性頻率 ν_0 振动. 讓我們假定 a_0 为常数(一般讲来是复数), 这样 t_0 时刻在观察者 B 的系統中各点的 Ψ_0 都有同一数值.

我們可以这样来表示 Ψ_0 数值的分布: 假想有无数个相互同步的小小时钟放在粒子系統的每个点上. 这許多时钟的周期都是 $T_0 = 1/\nu_0$. 这些小时钟可以說表示出每点周期現象的“相”. 对观察者 B 来讲, 在他自己的時間坐标中, 每一个时刻 t_0 各处的相都是相同的.

那么我們又應該給頻率 ν_0 以什么数值呢? 很明显, 我們應該用在 B 系統中能标志粒子的数量来規定 ν_0 . 現在在 B 系統里我們只有一个非零的数量, 就是能量 $W_0 = m_0c^2$. 由于普朗克常数 h 在所有量子問題中所負的任务, 很自然地可以与光子的爱因斯坦关系相类似而假設

$$\nu_0 = \frac{W}{h} = \frac{m_0c^2}{h}. \quad (1.6)$$

可是这个对观察者 B 所规定的周期元素对观察者 A 又如何呢？在这里很自然地可以假定元素 Ψ 是个不变量。这样只要把 B 表式中的 t_0 值用洛伦兹变换 (1.3) 式的第四个表式代入就可以得到 A 的表式：

$$\Psi(x, y, z, t) = a_0 e^{2\pi i \nu \left(t - \frac{z}{V}\right)}, \quad (1.7)$$

式中

$$\nu = \frac{\nu_0}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad V = \frac{c}{\beta} = \frac{c^2}{v}. \quad (1.8)$$

所以对观察者 A 来讲，粒子是以速度 v 沿 Oz 方向运动，而周期性现象 Ψ 的相分布是与具有 (1.8) 式所给的频率 ν 和相速 V 的平面单色波的相分布相同。

这也可以用另一种方法来表示。我们回想在空间各点放上对观察者 B 来讲具有同相的无数个小时钟的图象。由于在运动中时钟变慢这一相对论性现象，在观察者 A 看来每一个时钟将具有一个降低的频率

$$\nu_A = \nu_0 \sqrt{1-\beta^2}; \quad (1.9)$$

但是所有时钟的相分布对 A 来讲是由公式 (1.7) 决定的，也就是说与具有公式 (1.8) 所给的频率 ν 和相速 V 的平面单色波的相分布相同。

比较公式 (1.8) 和 (1.9)，就可以看到在运动中时钟的表观频率 ν_A (由于运动而降低的频率) 和与这个运动相耦合的波的频率 ν (由于运动而升高的频率) 有重要的区别。

这种时钟频率与波频率的相对论性变化间的差别是基本的；它引起我很大的注意。仔细地考虑这个差别就决定了我研究工作的整个方向。

总结上面可以这样说：用这些小时钟里的一个来认证的粒子，相对于波相以速度 $V - v = c(1 - \beta^2)/\beta$ 运动，在运动中保持与波同相。

让我们把最后这个观念更精确地考虑一下。在这无数个假想的小小时钟里，假定其中之一占有特殊的地位；它是一个调节钟，

与粒子相一致。其余的时钟表示以粒子为中心的波动现象的相。在它们自己的参照系统里，每个时钟都是静止的，具有同一的频率 ν_0 。处在看所有时钟都以速度 v 运动的观察者的参照系统里，这些时钟的相的总体是用公式 (1.8) 所规定的因子 $\nu(t - (z/V))$ 表出的。在时间 dt 里，调节钟在 Oz 方向移动了一个距离 vdt 而它的变化和 $\nu_0 \sqrt{1 - \beta^2} dt$ 成比例。在时钟所在点的波相改变了 $(\nu_0 / \sqrt{1 - \beta^2})(dt - (vdt/V))$ 。因为这两个变化一定得相等，所以我们必然有

$$\sqrt{1 - \beta^2} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \left(1 - \frac{v}{V}\right) \quad \text{或} \quad \beta^2 = \frac{v}{V}, \quad (1.10)$$

这同 (1.8) 式的第二个关系相符合。

让我们先抛开这种图象等以后再回过头来讨论它，而把所得到的各个公式再来研究一下。把 (1.1) 和 (1.8) 的第一个关系式比较一下就得到

$$W = h\nu. \quad (1.11)$$

因为观察者 A 是任意的一个伽利略观察者，显然这个关系对整个伽利略系统都应该满足。

按照通常的方法由公式 $\lambda = V/\nu$ 来规定 Ψ 波的波长，我们就得到

$$\lambda = \frac{c^2}{v} \frac{h}{W} = \frac{h}{p}. \quad (1.12)$$

这样我们得到了两个基本公式 (1.11) 和 (1.12)；它们以粒子的能量与动量规定了与该粒子相结合的波的频率和波长。在比真空中光速低得多的低速情形下，(1.12) 式近似地成为

$$\lambda = \frac{h}{mv}. \quad (1.13)$$

当粒子速度等于 c 时 (或是与 c 没有多大差别时)，就有

$$v = V = c, \quad W = h\nu, \quad p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}. \quad (1.14)$$

事实上这也就是适用于光子的光量子理论里的基本公式 (爱因斯坦, 1905)。

現在我們可以把觀察者 A 所測量到的 Ψ 的大小寫作

$$\Psi = a_0 e^{\frac{i}{\hbar}(Wt - pz)}, \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}. \quad (1.15)$$

如果不取 z 軸為傳播方向, 那麼更普遍的形式是

$$\Psi(x, y, z, t) = a_0 e^{\frac{i}{\hbar}(Wt - p_x x - p_y y - p_z z)} = a_0 e^{\frac{i}{\hbar}(Wt - \mathbf{p} \cdot \mathbf{r})}. \quad (1.16)$$

這個公式指出 Ψ 波的相除去因子 $2\pi/h$ 外, 等於粒子的哈密頓作用量。注意到粒子作用量和與粒子相結合的 Ψ 波的相之間的比例關係時, 我們可以看出粒子動力學中的定作用量原理必然相當於與粒子相結合的波所滿足的費馬原理。波動理論告訴我們費馬原理只有在幾何光學所能適用的範圍中才是正確的, 而在只有波動理論才適用的物理光學範圍內是毫無意義的。早在 1923 年我就提出了一個基本觀念: 傳統力學 (包括它的相對論形式和經典的牛頓形式) 只不過是一個近似, 它和幾何光學的適用範圍相同。從那時起我就感覺到有必要建立一個新的力學——波動力學, “它與傳統力學的關係相當於波動光學與幾何光學的關係”。這就是波動力學的開始。

2. 波動力學的第一步發展

在我有了上面所總結的觀念時, 我受了經典觀念的影響, 認為現象可以在時-空框架中客觀而定論地表示出來。因此我覺得波與粒子間的結合一定要取下面的形式: 粒子應該是廣延波動現象中心的某種奇異點——波動現象中不可分割的一個部分; 雖然奇異點的運動幾乎必然要服從新的動力學定律, 可是為了同經典圖象一致, 在空間必須要有一個軌跡, 而且在這軌跡各點上還具有一定的速度。

因此我覺得象前面論證的那個與等速直綫運動的自由粒子相結合的平面單色 Ψ 波並不真正表示現實情況; 由於常量振幅 a_0 不可能表示波動現象的真正振幅, 所以它只能準確地給出圍繞粒子的波動現象的相。的確, 我覺得真正的振幅應該包含一個奇異點——粒子; 遠離奇異點處振幅要逐漸衰減。用來表示总的波動