



面向 21 世纪 课 程 教 材  
Textbook Series for 21st Century

# 试验设计与分析

袁志发 周静芋 主编



高等教育出版社  
HIGHER EDUCATION PRESS

面向 21 世纪课程教材  
Textbook Series for 21st Century

# 试验设计与分析

袁志发 周静芋 主编



高等教育出版社  
HIGHER EDUCATION PRESS

## 内容提要

本书是教育部“高等教育面向 21 世纪教学内容和课程体系改革计划”的研究成果,是面向 21 世纪课程教材。本书作者多年从事高等农林院校数学和生物统计教学并进行农林科学的有关研究,在经验和体会的基础上,经过充实、取舍而形成了本书的内容和体系。全书共分九章,前六章讲述了试验设计原理与数理统计基础、简单试验的统计分析、单因素与多因素试验的方差分析、回归与相关分析等内容,为农林院校有关专业本科生必须掌握的内容;后面几章介绍了回归设计、线性模型等一些较为现代的统计学内容,用以开阔学生的视野,并为他们进行必要的一些科学研究和毕业论文提供设计和分析方法。本书的例题涉及到遗传育种、作物栽培、土壤肥料、畜禽饲养、果树蔬菜、食品加工等多个方面,有助于不同专业学生的理解和正确应用。

本书是高等农林院校农学、林学、园艺、植保、畜牧、食品等有关专业本科生教材,也可作为研究生的教材。

## 图书在版编目(CIP)数据

试验设计与分析 / 袁志发, 周静芋主编. —北京: 高等教育出版社, 2000

ISBN 7-04-008989-0

I. 试… II. ①袁…②周… III. ①试验设计(数学)  
②试验分析(数学) IV. 0212. 6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 62073 号

### 试验设计与分析

袁志发 周静芋 主编

---

出版发行 高等教育出版社

社 址 北京市东城区沙滩后街 55 号

邮政编码 100009

电 话 010-64054588

传 真 010-64014048

网 址 <http://www.hep.edu.cn>

经 销 新华书店北京发行所

印 刷 国防工业出版社印刷厂

纸张供应 山东高唐纸业集团总公司

开 本 787×960 1/16

版 次 2000 年 8 月第 1 版

印 张 30.5

印 次 2000 年 8 月第 1 次印刷

字 数 560 000

定 价 25.50 元

---

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

**版权所有 侵权必究**

# 序

教育部“面向 21 世纪高等农林院校本科数学(含生物统计)系列课程教学内容和课程体系改革的研究与实践”课题(04-6 项目),自 1996 年启动,经过近四年的深入研究,由原西北农业大学、原西北林学院、宁夏农学院、塔里木农垦大学、河北农业大学和东北农业大学联袂,完成了《微积分》、《线性代数》、《概率论与应用数理统计》、《试验设计与分析》和《数学实验》等五本系列教材的编写工作。

20 世纪数学的迅猛发展,确立了它在整个科学技术中的基础地位。数学与物理学、化学、生态学、经济学等的融合,涌现出一系列的交叉学科,表明数学已向人类的一切知识领域渗透。面向 21 世纪,高等农林院校本科数学的教学内容和课程体系如何符合今日“数学应用”的时代要求呢?中国科学院院士吴文俊教授认为“应该训练学生的逻辑推理能力,但也应适可而止。只会推理,缺乏数学直觉,是不会有创造性的。”因此,在我们编写本系列教材的过程中,遵循了三条原则:首先,审慎地考虑和保留传统数学中最必要的内容,适度增添一些最必要的新内容;其次,推理适可而止,对于学生望而生畏的较为复杂的证明,尽量给以思想性的说明,使学生在应用中“知其然”,并在一定程度上“知其所以然”;第三,力求通过数学在农林科学中应用的范例,启迪学生把数学创造性地用于农林科学。

本系列教材是多所农林院校的数学工作者和农林科学工作者长期合作研究的结果,总主编由课题主持人袁志发教授担任,编委有袁志发教授、王迺信教授、周静芊教授、孟德顺教授、刘光祖教授、卢恩双副教授和宋世德副教授。

限于编者的水平,疏漏和错误在所难免,望同行专家和读者不吝赐教。

袁志发

2000 年 3 月

# 前 言

《试验设计与分析》是为高等农林院校农学、林学、园艺、植保、畜牧、食品等有关专业本科生编写的一本教材。

试验设计与分析的创立人是英国农学家、遗传学家、统计学家费希尔 (R. Fisher, 1890—1962)。他于 20 世纪 20 年代至 40 年代初, 建立了试验设计方法和方差分析。费希尔的统计学研究始终和农业科学、生物学、遗传学研究连在一起。20 世纪 40 年代, 英、美、日等工业化国家, 把试验设计及其分析方法推广到工业领域并予以发展。日本学者田口玄一 (1947, 1957) 等人相继提出了正交试验设计、参数设计和容差设计, 使多因素试验能够部分实施, 并解决了产品和工艺过程中的稳健性问题; 美国学者 G. E. P. Box (1957) 提出了调优运算设计; 中国学者方开泰等 (1978) 提出了均匀设计。这些发展丰富了试验设计的内容。试验设计经过了约 80 年的研究和实践, 为工、农业生产的发展作出了巨大贡献, 已经成为科技工作者必须掌握的一门技术。

本书作者多年从事高等农林院校数学和生物统计教学并进行农林科学的有关研究, 因而有一定的经验和体会。在经验和体会的基础上, 经过充实、取舍而形成了本书的内容和体系。全书共分九章, 前六章讲述了试验设计原理与数理统计基础、简单试验的统计分析、单因素与多因素试验的方差分析、回归与相关分析等内容, 为农林院校有关专业本科生必须掌握的内容; 后面几章介绍了回归设计、线性模型等一些较为现代的统计学内容, 用以开阔学生的视野, 并为他们进行必要的一些科学研究和撰写毕业论文提供设计和分析方法。本书也可作为研究生的试验设计与分析教材, 可侧重讲授统计模型及其在有关专业课中较为深入的应用。本书的例题涉及到遗传育种、作物栽培、土壤肥料、畜禽饲养、果树蔬菜、食品加工等多个方面, 有助于不同专业学生的理解和正确应用。

本书的主编为袁志发、周静芊, 副主编有王永熙、宋世德、李志西、贾青、郭满才和孟军, 参编的有边宽江、郑会玲、田建华、张晓科、党学斌、胡小平、秦豪荣、宋喜悦、解小莉、孙艳、师俊玲。由于该书涉及到各个专业, 因而每个编写者都参与了两章以上的讨论和编写, 全书实为集体智慧的结晶。

东北农业大学徐中儒教授审阅了全书，并对内容和体系提出了中肯的建议，作者表示衷心的感谢。

由于水平限制和涉猎资料有限，本书难免有缺点和错误，敬请同行专家和读者指正。

编者

2000年3月

# 目 录

|                              |     |
|------------------------------|-----|
| <b>第一章 试验设计与数理统计基础</b> ..... | 1   |
| 第一节 试验设计 .....               | 1   |
| 第二节 随机数据、总体、样本 .....         | 11  |
| 第三节 总体的理论分布 .....            | 17  |
| 第四节 抽样分布 .....               | 25  |
| 习题一 .....                    | 31  |
| <b>第二章 简单试验的统计分析</b> .....   | 35  |
| 第一节 参数估计 .....               | 35  |
| 第二节 参数假设检验 .....             | 43  |
| 第三节 非参数假设检验 .....            | 59  |
| 习题二 .....                    | 68  |
| <b>第三章 单因素方差分析</b> .....     | 72  |
| 第一节 单因素完全随机试验的方差分析 .....     | 72  |
| 第二节 单因素随机区组试验的方差分析 .....     | 89  |
| 第三节 单因素系统分组设计试验的方差分析 .....   | 103 |
| 第四节 拉丁方试验的方差分析 .....         | 117 |
| 第五节 交叉设计试验的方差分析 .....        | 133 |
| 习题三 .....                    | 138 |
| <b>第四章 回归与相关分析</b> .....     | 142 |
| 第一节 直线回归与相关 .....            | 142 |
| 第二节 直线回归的进一步分析 .....         | 156 |
| 第三节 简单相关分析 .....             | 171 |
| 第四节 多元线性回归与复相关分析 .....       | 178 |
| 第五节 通径分析与偏相关分析 .....         | 187 |
| 第六节 多项式回归分析 .....            | 197 |
| 习题四 .....                    | 203 |
| <b>第五章 析因试验的方差分析</b> .....   | 209 |
| 第一节 多因素完全随机等重复试验的方差分析 .....  | 209 |
| 第二节 多因素随机区组试验的方差分析 .....     | 232 |
| 第三节 裂区和条区试验的方差分析 .....       | 248 |
| 第四节 农林科学中多年、多地点试验的方差分析 ..... | 263 |

|                                                                                  |     |
|----------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 第五节 $2^k$ 析因试验的方差分析 .....                                                        | 279 |
| 第六节 正交试验的统计分析 .....                                                              | 292 |
| 习题五 .....                                                                        | 304 |
| <b>第六章 协方差分析</b> .....                                                           | 310 |
| 第一节 有协变量的试验的方差分析 .....                                                           | 310 |
| 第二节 随机模型试验的协方差分析 .....                                                           | 319 |
| 习题六 .....                                                                        | 326 |
| <b>第七章 回归设计与分析</b> .....                                                         | 329 |
| 第一节 一次回归正交设计 .....                                                               | 329 |
| 第二节 最速上升法 .....                                                                  | 339 |
| 第三节 二次回归正交设计 .....                                                               | 346 |
| 第四节 模型的适合性检验 .....                                                               | 354 |
| 第五节 二次回归正交旋转设计 .....                                                             | 360 |
| 第六节 二次回归通用旋转组合设计 .....                                                           | 366 |
| 第七节 二次回归模型分析 .....                                                               | 372 |
| 习题七 .....                                                                        | 387 |
| <b>第八章 线性模型应用基础</b> .....                                                        | 390 |
| 第一节 线性模型 .....                                                                   | 390 |
| 第二节 参数的最小二乘估计 .....                                                              | 393 |
| 第三节 单因素完全随机试验方差分析模型 .....                                                        | 400 |
| 第四节 二因素完全随机试验方差分析模型 .....                                                        | 409 |
| 第五节 缺值估计 .....                                                                   | 417 |
| 习题八 .....                                                                        | 421 |
| <b>第九章 抽样技术</b> .....                                                            | 423 |
| 第一节 抽样的基本概念 .....                                                                | 423 |
| 第二节 抽样方法与简单随机抽样分析 .....                                                          | 424 |
| 第三节 分层、整群随机抽样及其统计分析 .....                                                        | 429 |
| 第四节 多阶段抽样分析及其他 .....                                                             | 436 |
| 习题九 .....                                                                        | 442 |
| <b>参考文献</b> .....                                                                | 445 |
| <b>附表 1</b> 函数 $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ 数值表 ..... | 446 |
| <b>附表 2</b> 正态分布表 .....                                                          | 447 |
| <b>附表 3</b> 正态分布的双侧分位数( $u_\alpha$ )表 .....                                      | 448 |
| <b>附表 4</b> $\chi^2$ 分布表 .....                                                   | 449 |
| <b>附表 5</b> $t$ 分布的双侧分位数( $t_\alpha$ )表 .....                                    | 450 |

|       |                                       |     |
|-------|---------------------------------------|-----|
| 附表 6  | $F$ 分布表 .....                         | 451 |
| 附表 7  | 符号检验表 .....                           | 455 |
| 附表 8  | 5% $q$ 值表 (两尾) .....                  | 456 |
|       | 1% $q$ 值表 (两尾) .....                  | 457 |
| 附表 9  | Duncan's 新复极差测验 5%和 1%SSR 值表 .....    | 458 |
| 附表 10 | 百分数反正弦( $\arcsin \sqrt{x}$ )转换表 ..... | 460 |
| 附表 11 | $r$ 与 $R$ 的 5%和 1%显著值 .....           | 462 |
| 附表 12 | 常用正交表 .....                           | 463 |
| 附表 13 | 二次回归正交设计表 ( $m_0=3$ ) .....           | 469 |
| 附表 14 | 二次回归正交旋转组合设计表 .....                   | 471 |
| 附表 15 | 二次回归通用旋转组合设计表 .....                   | 475 |

# 第一章 试验设计与数理统计基础

试验设计与分析，简称试验统计，是数理统计的一个分支。试验统计的内容一般包括两部分：一是对试验或调查进行周密而审慎的设计、实施而得到数据，二是对数据进行数理统计分析，得到客观而合宜的结论。试验或调查与数理统计分析是相互关连不可分割的一个整体。用数理统计来分析数据，只能在试验数据满足一定条件和假设时才有效。因而在试验前就必须对试验进行周密审慎的设计，使其满足统计方法的要求。好的试验设计，可以使研究得到满意的结果；未经审慎设计的试验虽然可以得到数据，也可以机械地使用统计方法，甚至于滥用统计方法，多数情况会得到使人们不能置信的或错误的推断和结论。本章，我们先讲述关于试验设计与分析的一些基础知识。

## 第一节 试验设计

### 一、试验及其模型

试验是在人为控制条件下有目的地进行的一种实践活动。例如，比较几种施肥法的好坏、比较几个品种的优劣、比较运动员在不同训练方法后的生理指标的变化、比较几种生化流程的差异、比较几种饲料的效应、比较几个针灸穴位的镇痛效果等，都是一些比较试验，其目的是比较出优劣。为各种各样的目的而设计出的试验类型还很多，这里就不一一列举了，今后将陆续予以讲解。

一个试验通常是由输入（处理）、供试体、输出（观察响应）和无法避免的随机干扰（也是一种输入）等要素参与而实现的。输入的变化通过供试体转换为输出的变化，这种变化规律正是试验目的所要求的。试验实现的过程可以用图 1-1-1 所示模型来表示。

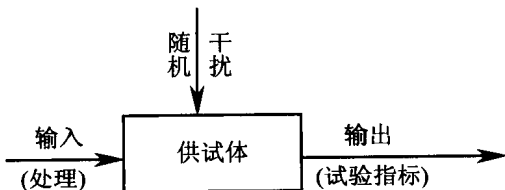


图 1-1-1 试验的一般模型

输入在试验中称为处理,是按设计确定而受人为控制的,它经常是一种物质或信息.处理有时是数量性的,如施肥量的多少、播种的时间和播种量的多少等;处理有时也可以是质量性的,如参试的不同品种、不同的生化工艺流程等.随机干扰也是一种输入,它是在试验中未加控制的各种因素的微小差异干扰,其存在只能小心地予以控制而不可避免.供试体在试验中起着转换器的作用,它能把各种输入(处理与干扰)转换为一个或多个不同的可观察到的输出,即观察响应.如在肥比试验中,供试体可能是小麦、玉米等,观察响应可能是产量、品质等.供试体往往为某种植物、动物、人、机器、方法以及其他资源的一种组合.输出一般为数量性的或可以量化的数据,它在试验中称为响应值或试验指标,用以度量输入引起的响应,刻画研究对象的性质,作为判断优劣的根据.

上述试验的一般模型是普遍而高度概括的,如牛作为供试体,它吃的是草(输入),输出的是奶等.

如果输入可量化为  $u$  (控制变量),随机干扰可量化为  $\varepsilon$  (随机变量),输出为变量  $x$  (响应变量亦是随机变量),则图 1-1-1 所示的试验的一般模型可用图 1-1-2 所示的试验的一般数学模型来表达.

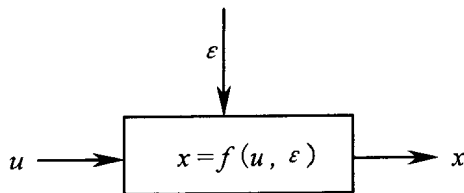


图 1-1-2 试验的数学模型

在图 1-1-2 中,作为输入(处理) $u$ 的观察响应值 $x$ ,它包括着 $u$ 的理论值 $f(u)$ 和随机误差 $\varepsilon$ .随机误差 $\varepsilon$ 在同一处理的不同次观察中,其大小、方向都不尽相同,对于任何处理的任一次的观察值,都受 $\varepsilon$ 影响,因而它们都是随机变量.每一个处理的不同次观察值中,都会有该处理的理论值.然而各次的随机误差又不尽相同,通过多次观察来估计处理的理论值就必须用统计方法.

如果 $u$ 的理论值 $x = f(u)$ 随着 $u$ 的变化而连续变化,则 $x = f(u)$ 称为响应函数,它所表示的曲线或曲面称为响应曲线或响应曲面,它描述了供试体把 $u$ 转换为 $x$ 的机制,但我们往往并不知道它.在实际试验过程中,往往是人为地给 $u$ 一个值(处理) $u_i$ ,可观察到对应的 $x$ 值 $x_i$ ,显然 $x_i$ 中随机误差 $\varepsilon_i$ 存在.如果我们离散地测出了 $n$ 个点: $(u_1, x_1), (u_2, x_2), \dots, (u_n, x_n)$ ,由此来经验地估计 $x = f(u)$ ,这个过程亦是运用统计方法的过程.显然各观察点未必都在响应曲线 $x = f(u)$ 上,具体情况如图 1-1-3 所示.如果估计出 $x = f(u)$ ,那么

我们就掌握了  $x$  随  $u$  而变化的规律, 这样就可以对  $x$  进行各种数学分析, 用于预测和控制。

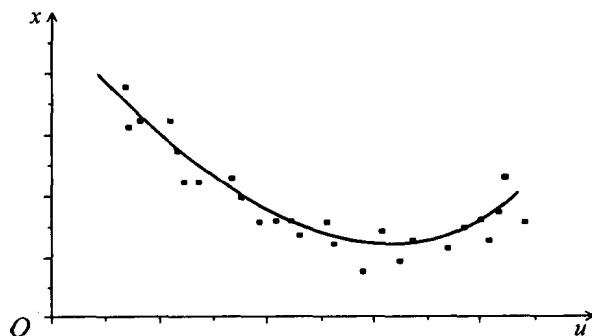


图 1-1-3 观察点(·)与响应曲线  $x = f(u)$  的关系

## 二、处理设计

试验观察值都受随机误差的影响, 分析这种数据只有统计方法才是客观的分析方法. 数理统计方法对于农业科学、林业科学、动物科学、社会科学以及其他科学来说, 是作为一门科学方法来应用的. 科学研究的方法主要包括如下内容:

1. 根据理论、实际或其他方面的需要提出研究课题. 如对新饲料  $A_1$  和原饲料  $A_2$  进行比较研究.
2. 根据研究课题提出必要的科学假设, 并提出调查方案或试验设计. 如提出新饲料  $A_1$  优于原饲料  $A_2$  的假设. 根据经费、物力等确定试验动物数、试验因素与水平、处理的安排等. 对试验进行周密的设计并实施.
3. 用调查或试验数据进行统计学分析, 来客观地检验假设是否成立, 如回答  $A_1$  是否优于  $A_2$ .

在上述三项研究内容中, 科学假设的提出、调查方案或试验方案的设计、数据的统计分析、对假设进行客观的检验等, 都属于数理统计方法所涉及的范围. 由于统计分析直接依赖于所用的调查方法或试验设计, 因而试验设计涉及到研究过程的方方面面. 从科学研究过程上讲, 所谓试验设计, 就是为了更好地完成研究目的, 在试验前审慎作出的一个试验实施方案, 它要保证试验所得数据适合于用数理统计方法分析并能得出有效而客观的结论. 一个设计的试验是一个试验或是一系列试验.

从试验的模型知, 试验设计包括处理、供试体和指标设计三部分. 这里先讲处理设计.

确定哪些输入(处理)对响应  $x$  有重要影响, 是处理设计中要解决的问题.

在设计中, 处理的确定是从试验因素开始的. 试验因素是指在试验中必须加以考察的因素. 试验因素通常用大写字母  $A, B, C$  等来表示. 试验按试验因素来分, 可分为单因素试验和多因素试验.

单因素试验, 是指在试验中仅有一个试验因素的试验. 试验因素在试验中可以取不同的数量水平或质量水平. 如在比较几种施肥法的试验中, 施肥法为试验因素, 不同施肥法则是施肥法的水平; 在小麦播种量试验中, 播种量是试验因素,  $8 \text{ kg/亩}^*$ 、 $12 \text{ kg/亩}$ 、 $16 \text{ kg/亩}$ 等则是这一因素的不同水平. 在单因素试验中, 因素的每一个水平称为一个处理, 试验因素有几个水平, 就相应的有几个处理. 如果单因素试验的因素为  $A$ , 它在试验中有  $a$  个处理, 则可记为  $A_1, A_2, \dots, A_a$ . 设计这类试验是为了研究在该因素不同水平上观察响应值的变化规律, 找出最佳水平(固定模型)或估计其总体均值和变异性(随机模型).

多因素试验, 是指在试验中考察两个或两个以上的试验因素的试验. 这类试验一般可用因素的数目来命名, 如二因素试验、三因素试验等. 在多因素试验中, 每个因素可设置若干个水平, 各因素不同水平的组合称为处理. 处理的数目为各因素水平的乘积. 设三因素试验中,  $A$  因素为  $a$  水平,  $B$  因素为  $b$  水平,  $C$  因素为  $c$  水平, 则处理数为  $abc$  个.

例 1 表 1-1-1 所示为棉花三因子试验的处理设计, 其目的是了解不同类型棉花在不同播期和密度下的生产力.

表 1-1-1 棉花三因素试验处理设计

| $A$ 品种         | $B$ 播期     | $C$ 密度/(株/亩)   | 处理号 |
|----------------|------------|----------------|-----|
| $A_1$<br>(陆地棉) | $B_1$ (谷雨) | $C_1$ (3 500)  | 1   |
|                |            | $C_2$ (7 000)  | 2   |
|                |            | $C_3$ (10 500) | 3   |
|                | $B_2$ (立夏) | $C_1$ (3 500)  | 4   |
|                |            | $C_2$ (7 000)  | 5   |
|                |            | $C_3$ (10 500) | 6   |
| $A_2$<br>(草棉)  | $B_1$ (谷雨) | $C_1$ (3 500)  | 7   |
|                |            | $C_2$ (7 000)  | 8   |
|                |            | $C_3$ (10 500) | 9   |
|                | $B_2$ (立夏) | $C_1$ (3 500)  | 10  |
|                |            | $C_2$ (7 000)  | 11  |
|                |            | $C_3$ (10 500) | 12  |

例 2 牧草的三因子试验. 用三种豆科牧草  $A_1$ 、 $A_2$  和  $A_3$ , 播种在三种不同土壤  $B_1$ 、 $B_2$  和  $B_3$  中, 其种子经过 2 种不同的杀菌剂处理. 其处理设计如表 1-1-2

\* 亩是非国际单位制单位,  $1 \text{ 亩} = 666.6 \text{ m}^2$

所示. 试验目的是为了寻求不同牧草种类在不同土壤播种及经过不同杀菌处理情况下种子的发出植株情况.

表 1-1-2 牧草三因子试验处理设计

| A 牧草种类   |                   | A <sub>1</sub> 苜蓿                            |                                              | A <sub>2</sub> 红三叶                           |                                              | A <sub>3</sub> 白三叶                           |                                              |
|----------|-------------------|----------------------------------------------|----------------------------------------------|----------------------------------------------|----------------------------------------------|----------------------------------------------|----------------------------------------------|
| C 种子杀菌处理 |                   | C <sub>1</sub> 不处理                           | C <sub>2</sub> 处理                            | C <sub>1</sub> 不处理                           | C <sub>2</sub> 处理                            | C <sub>1</sub> 不处理                           | C <sub>2</sub> 处理                            |
| B        | B <sub>1</sub> 游土 | A <sub>1</sub> C <sub>1</sub> B <sub>1</sub> | A <sub>1</sub> C <sub>2</sub> B <sub>1</sub> | A <sub>2</sub> C <sub>1</sub> B <sub>1</sub> | A <sub>2</sub> C <sub>2</sub> B <sub>1</sub> | A <sub>3</sub> C <sub>1</sub> B <sub>1</sub> | A <sub>3</sub> C <sub>2</sub> B <sub>1</sub> |
| 土壤       | B <sub>2</sub> 砂土 | A <sub>1</sub> C <sub>1</sub> B <sub>2</sub> | A <sub>1</sub> C <sub>2</sub> B <sub>2</sub> | A <sub>2</sub> C <sub>1</sub> B <sub>2</sub> | A <sub>2</sub> C <sub>2</sub> B <sub>2</sub> | A <sub>3</sub> C <sub>1</sub> B <sub>2</sub> | A <sub>3</sub> C <sub>2</sub> B <sub>2</sub> |
| 类型       | B <sub>3</sub> 粘土 | A <sub>1</sub> C <sub>1</sub> B <sub>3</sub> | A <sub>1</sub> C <sub>2</sub> B <sub>3</sub> | A <sub>2</sub> C <sub>1</sub> B <sub>3</sub> | A <sub>2</sub> C <sub>2</sub> B <sub>3</sub> | A <sub>3</sub> C <sub>1</sub> B <sub>3</sub> | A <sub>3</sub> C <sub>2</sub> B <sub>3</sub> |

试验因素和水平的确定与选择并不是很容易的事. 试验设计者首先应清晰地认识到要研究的问题是什么, 所确定的试验因素对所研究的问题是否起关键性的作用, 每一个试验因素的变化范围是什么, 应设置几个水平, 这些水平是否能控制到所期望的水平, 因素水平的变化能否使观察响应值达到所期望的变化, 这些变化能否进行很好的测量等, 这些都关系到研究的问题能否得到客观而满意的答案. 如设计的所有处理间没有本质性的差异, 这样的设计显然是失败的. 又如观察响应值的关键变化段在试验因素变化范围外才能观察到; 或即使观察响应值的关键变化段在因素变化范围内能观察到, 但由于水平间的差距过大而未观察到等, 这都会造成试验在一定程度上的失败, 那就得想办法挽救它. 因而, 试验因素和水平的选择应力求简明, 水平间的差距须适当, 使处理间的效应差异容易表现出来, 这是理论和实践的结合, 是试验的所有参与者们智慧的结晶, 是慎而又慎的事情.

多因素试验的优点是可获得比单因素试验丰富得多的信息, 不但能分析各因素的效应, 亦能分析因素间的交互效应, 还有精度较高等统计上的优点. 多因素试验的缺点是因素增多, 处理数目迅速增加. 如三个因素皆 3 水平的试验, 有 27 个处理 ( $3^3$ ); 4 个因素皆 3 水平的试验有 81 个处理 ( $3^4$ ). 处理增多, 试验庞大, 随机干扰的均匀性就难以控制, 给试验分析带来麻烦. 实际上, 当试验处理数太多时, 人力、物力、经费开支等方面也不一定允许, 结果使试验不能实施. 在多因素试验中, 将所有处理都投入实施的试验, 称为全因子试验. 由于条件限制, 有规律地选部分处理投入试验, 这种情况称为部分实施试验, 如正交试验设计等一些特殊设计.

### 三、试验误差

如要比较几种施肥法的优劣, 其试验方法是先把试验田分为若干小区田, 然后把各种施肥法配置在各小区田上种植 (供试作物), 到收获期测量它们的产量等, 用数理统计方法比较之. 我们把小区田称为试验单元, 试验单元是指

接受某种处理的最小的试验材料的一个独立单位。单元的形式是多种多样的，它可以是一只培养瓶中的果蝇、一盆植物、一头家畜或一个笼中的若干只鸡等，随研究目的而异。田间试验中的单元，一般为可足以接受某种处理的种植在小区中的供试作物的一个正常群体，但有时也可能是一个植株，甚至是一片叶子。由上述知，一个试验单元，只能接受一个处理，也只能有一个输出结果（一个或多个试验指标）。例如，在饲养一栏猪时，各头猪共食一槽，共喂一种饲料（处理），则试验单元是这一栏猪，而不是其中的各头猪。

从统计分析的角度上讲，试验单元是提供处理的一个具有独立随机误差的观察值的单元。

试验处理的所有试验单元构成试验空间，试验是在试验空间中进行的。

处理的任一次试验都要通过一个试验单元来获得这一次的观察值，观察值中有该处理的理论值（真值），也总要受到许多非处理因素的干扰和影响，使观察值和处理的真值之间有偏离，这种偏离叫做误差。试验中发生的误差有系统误差、随机误差和错失误差三种。正常的试验数据只准许有随机误差，否则会导致试验上的失败。

**系统误差** 试验的所有处理都要在试验单元上予以实施，因而在试验过程中，所有的试验单元、测试仪器、试验管理等方面均需一致才行，即所有的试验因素及其处理均应在同一环境下表现自己，这样才能把真正的处理真值反映出来。如果几批试验单元中的供试体在遗传、生长发育、性别等方面有可辨识的差别，或在管理方法、测试仪器等方面有可辨识的差异，从而使观察值与真值间发生有一定方向的系统偏离，这种偏离叫系统误差。系统误差会导致我们得出错误的结论。图 1-1-4 中的 (a)、(b) 分别表示在试验中发生了较大的系统误差和较小的系统误差。系统误差不能用数理统计分析方法来消除，只能用试验设计来避免，如选择同质一致的试验材料、标准化操作技术和对试验的外界条件的一致性控制（如试验地、测试仪器）等。系统误差意味着有另外的因素在暗中起了作用。因此，我们在试验前必须想办法知道试验单元间有无系统误差，如存在，必须在试验前用试验设计的各种方法（如增加区组因素和随机排列）将其排除。

**随机误差** 它是由于试验单元、管理方法、测试仪器、操作方法等方面不可辨识的、大小方向不同的微小差异所造成的观察值与真值间的偏离，它具有随机性，因而称之为随机误差。如同一处理在同一条件下的试验结果是有差异的，然而它们是围绕着真值而出现的。随机误差是不可避免的，应尽量地控制它（如增加重复等），使处理效应能更好地表现出来。

**错失误差** 试验中由于试验人员粗心大意所发生的差错，如记录、测量错误等。这就要求试验人员要敬业，细心进行试验，以杜绝错失误差。

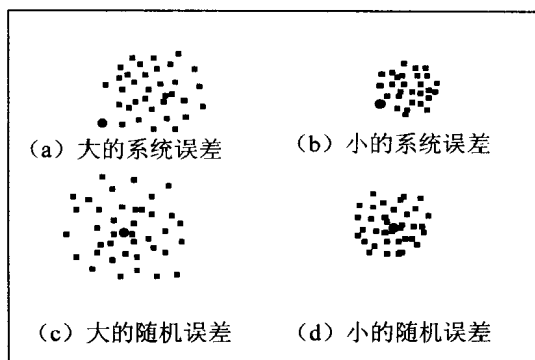


图 1-1-4 随机误差与系统误差  
其中“.”为观察点 “●”为处理真值

试验通过分析应有可靠而客观的结论,这就要求试验数据准确而精确.准确度是指同一处理的观察值与其真值接近的程度,越是接近,则试验越准确.精确度是指同一处理的重复观察值间彼此接近的程度.由于处理的真值往往不知道,因而准确度不易确定;然而精确度在统计上是可以计算的.当试验没有系统误差时,精确度与准确度是一致的.在图 1-1-4 中,(a)与(b)有系统误差存在,故准确度是有偏的,但(b)的精度较(a)的精度高;(c)与(d)比较,其准确度是一致的,然(d)较(c)的精确度高.

#### 四、试验单元的排列方式

由前述知,试验单元是提供处理的一个具有独立随机误差的观察值的单元,如果试验单元间存在系统性偏差,会导致观察值出现系统误差,引起处理真值与系统误差混淆,使试验得不到正确的结论.为了作好试验,我们必须对试验单元的设置和排列方式进行设计,设计的目的是避免系统误差,缩小随机误差,以保证试验的准确度和精确度.设计的基本原理有三个,即设置重复、随机化和局部控制(区组化).

**设置重复** 试验中同一处理的试验单元数,即为重复数.如在农业田间试验中,每一处理仅种植一个小区,称为不设置重复;如每一处理种植二个小区,称为两次重复;如每一处理种植三个小区,则称为三次重复等.在动物饲养试验中,单饲的试畜,以个体为单元设置重复;群饲的试畜,以群体为单元设置重复.重复的主要作用有两个:第一,如果试验中没有系统误差存在,只有随机误差,则可用该处理多次重复观察间的参差不齐程度来估计随机误差,如果只重复一次,就无法估计随机误差;第二,同一处理的多次观察值的平均值,是能做到的处理真值的最好估计值,因为随机误差时高时低,有正有负,每次都不同,平均起来是零(统计学假定).如果 $\sigma_x$ 是每次观察值的误差,则用该

处理的  $n$  次重复观察平均值作为处理真值估计的误差为:

$$\sigma_{\bar{x}} = \sigma_x / \sqrt{n}$$

这在试验结论的可靠性方面很有意义. 如两个处理间的比较, 都用其相应的平均数来比较. 当重复数  $n$  合理的大, 均数的误差就足够小, 这样两个处理的比较主要是真值估计值间的比较, 结论就会客观而可靠; 当  $n=1$  时, 二者间的比较就成为各自的一次观察值间的比较, 没有误差作相对的参照, 就不会得出可靠的结论. 因而, 在试验中要设置重复 ( $n \geq 2$ ), 它可以缩小随机误差, 提高试验的精确度, 增加结论的可靠性.

**随机化** 试验单元的分配和各个试验进行的次序都是随机确定的, 这个原理称为随机化. 随机化是试验分析使用数理统计方法的基石. 它可使统计方法要求的每个观察值或随机误差是独立分布的假定有效, 各处理的试验单元的随机化排列和顺序排列是对立的, 顺序排列往往会带来系统误差. 如  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$  三个品种重复 4 次, 依次种植在图 1-1-5 所示的有系统误差的 12 块小区上. 如果这三个品种在产量上不相上下, 经过这个试验也会得出  $A_1$  最优、 $A_2$  次之、 $A_3$  最次的结果, 因为图 1-1-5 中的 (a) 和 (b) 均为顺序排列, 把土壤的系统偏差混淆到处理中了. 如果 12 块试验田没有系统误差, 但图 1-1-5 所示的从左到右的测定顺序有系统误差, 也会带来错误的结论.

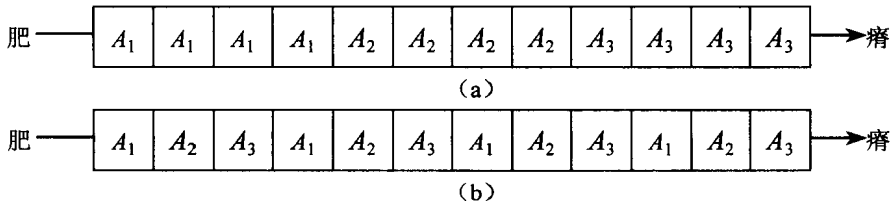


图 1-1-5

所谓随机化排列, 是指任一处理安排到哪一个试验单元是随机的, 通常的作法是用随机数组法. 如我们用不经意的手法在随机数组中, 得到 12 个小区的顺序为 2、5、12、10、3、6、8、1、4、7、11、9, 前 4 个安排  $A_1$ , 中间 4 个安排  $A_2$ , 后 4 个安排  $A_3$ , 安排结果为图 1-1-6. 从总体上看分配给  $A_1$ 、 $A_2$  和  $A_3$  的 4 个小区较图 1-1-5 要公平得多. 然而仔细看来,  $A_2$  较  $A_3$  要优越一些. 这说明随机化亦会带来一定的系统误差, 当然其机会是比较小的. 随机化的实质是通过试验单元的排列来消除试验单元之间的系统误差, 用各处理重复数据的平均值来无偏地估计处理的真值, 以提高试验的准确度和精确度. 从操作上讲, 即要求各处理所重复的单元分配上应总体上是公平的. 从这个角度上讲, 图 1-1-6 中, 前 3 个单元无  $A_3$ , 后 3 个单元无  $A_2$  是不十分合理的. 这说明, 为了获得各处理的无偏的真值估计, 必须遵循随机化原理, 以消除系统误差. 然而为了更