

高等学校数学用書

普通物理学

第三卷 第二分册

C. D. 福里斯著
A. B. 季莫列娃

高等教育出版社

高等学校教学用書



普通物理學

第三卷 第二分冊

C. E. 福里斯, A. B. 季莫列娃著
梁 宝 洪 譯

高教出版社

本書系根据苏联科技出版社 (Государственное издательство техники-теоретической литературы) 出版的福里斯 (С. Э. Фрим) 和季莫列娃 (А. В. Тиморева) 合著“普通物理学”(Курс общей физики) 第三卷 1952 年第二版譯出。原書經苏联高等教育部审定为国立大学物理系及应用物理系教学参考書。

本書(第三卷)分兩冊出版。第一分冊內容为光学。第二分冊內容为原子物理学。

本書原由商务印書館出版，自 1958 年 7 月起改由本社出版。

普通物理学

第三卷 第二分冊

C. Э. 福里斯, A. B. 季莫列娃著

梁守善等译

高等教育出版社出版 北京市内承恩寺 7 号
(北京市书刊出版业营业登记证出版字第 004 号)

上海洪兴印刷厂印刷 新华书店发行

统一书号 13010 · 82 · 开本 850×1168 印张 6 15/16
字数 193,000 · 页数 14,501—17,500 · 定价 (4) ￥ 0.73
1958 年 7 月第 1 版 1959 年 9 月上海第 5 次印刷

第二分冊 目錄

第八篇 原子物理學 1

第三十章 原子與分子底結構 1

§ 334. 緒論.....	1
§ 335. 原子底核模型.....	4
§ 336. 原子光譜中的規律性.....	12
§ 337. 光譜項底性質.....	17
§ 338. 氢原子和與它相似的離子底結構.....	23
§ 339. 楕圓軌道.....	34
§ 340. 空間量子化；原子底磁矩.....	39
§ 341. 外界磁場和電場對於光譜的影響.....	43
§ 342. 銠金屬底光譜.....	48
§ 343. 波耳理論底困難；關於電子自轉的概念.....	53
§ 344. 光譜雙線.....	56
§ 345. 具有兩個和許多個價電子的原子底光譜.....	62
§ 346. 門得雷業夫週期系.....	66
§ 347. 電子殼層底建造.....	69
§ 348. 優麥光譜.....	77
§ 349. 光譜線底強度、過渡速率.....	82
§ 350. 分子底結構.....	87
§ 351. 分子底振動光譜.....	89
§ 352. 分子底轉動光譜.....	96
§ 353. 雙原子分子底電子狀態.....	102
§ 354. 分子底離解.....	105
§ 355. 同位素對於分子光譜的影響.....	109
§ 356. 光底並合散射.....	112
§ 357. 液體和固體底微光.....	117

第三十一章 量子力學 123

§ 358. 基本粒子底波動性質.....	123
§ 359. 史韋定格方程式.....	127

§ 360. 基本粒子底經典理論底應用範圍.....	132
§ 361. 位阱中的粒子、通過位量.....	133
§ 362. 從量子力學底觀點研究氫原子.....	142
§ 363. 經典統計學與量子統計學.....	146
第三十二章 原子核底天然轉變和人爲轉變.....	151
§ 364. 原子核及其特徵.....	151
§ 365. 天然放射性.....	154
§ 366. 位移定則.....	158
§ 367. 觀察放射性現象的方法.....	162
§ 368. α 腐變.....	166
§ 369. γ 射線譜和內鍵換.....	170
§ 370. β 腐變.....	174
§ 371. 用 α 粒子撞擊使核分裂.....	176
§ 372. 中子.....	181
§ 373. 人爲放射性、正電子.....	185
§ 374. 人爲加速的粒子所引起的核轉變.....	189
§ 375. 核矩.....	195
§ 376. 原子核底結構.....	199
§ 377. 核底分裂、鏈式反應底獲得.....	204
§ 378. 宇宙線.....	208
§ 379. 介子、宇宙線底起源.....	212
附錄.....	217

第八篇 原子物理學

第三十章 原子與分子底結構

§ 334. 緒論 在本書各部分中，我們曾屢次使用過關於物質底原子結構的概念。在古代的希臘和羅馬就已萌芽了的原子論，在整個物理學發展史中是一個進步的，與唯物論的科學思潮相適應的理論。早在十八世紀初就已證明，許多在那時以前所不瞭解的物質底性質，可以根據普遍的力學定律用原子論來解釋。原子論不必利用各種假設的、無重量的液體，例如熱素，也不必給物質附加以各種“意向”，例如中世紀所講的“懼怕真空”。M. B. 羅蒙諾索夫(Ломоносов)當時最完善地發展了物質底原子——動力論，證明熱現象和氣體充滿給與它的整個空間的趨向，是由於原子底運動。物理學和化學底進一步發展，完全證實物質底不連續結構。但從這裏不能得出原子是某種“絕對簡單的”和不可分割的物質元這樣的結論。可是曾有許多科學家，他們認為只以不變的原子——微粒底結合，就能夠說明實際世界底全部多樣性，而且認為原子是物質底最後的“本質”。這種觀點不是從實驗得出的，是具有形而上學的性質的。即使在原子底複雜結構被確定之後，這種形而上學的傾向也還保留着。電子被發現之後，他們試圖認定電荷底攜帶者是物質底“本質”。除此之外，唯心論底代表們還以為，不能夠認定原子是最後的“實體”這件事表示根本否定了唯物論，與這種不正確的觀點對立的是辯證唯物論，它斷定客觀存在着的世界是不可窮盡地多種多樣的，而我們關於它的知識永遠是近似的，但卻逐漸地深化和愈益準確。

關於這一點，列寧寫道^①：‘物底“本質”或“實體”也是相對的；它只是表現着人對於客體的認識底深化；如果這個深化在昨天還沒有超過原子，在今天還沒有超過電子和以太，那末辯證唯物論堅持着人底日益進步着的科學在認識自然上的這一切里程碑底暫時的、相對的、近似的性質。電子像原子一樣是不可窮盡的，自然界是無限的，可是它無限地存在着。就是這個對於自然界在人底意識與感覺之外的存在底唯一斷然的、唯一無條件的承認，把辯證唯物論與相對論的不可知論和唯心論區別開來了。’

二十世紀科學上的發現，完全證實了 B. N. 列寧底思想。現在我們知道一系列不同的“基本的”粒子，我們知道這些粒子底性質不同於經典力學底“質點”，而且不同的“基本”粒子能夠互相轉變。

物理學在物質結構方面新的成就，乃是長期研究我們周圍自然界客觀性質底結果，乃是新發現的許多事實底概括。電子和離子底發現初次使關於原子底複雜結構的問題有了牢固的實驗基礎。許多事實無可置疑地證明原子是一複雜的電的系統。羅倫次底理論假定原子內存在着具有彈性聯繫的電子；如我們所已講過的，這理論能夠說明許多與光在物體內的傳播有關的現象。但關於正電荷底攜帶者的問題卻長時期仍未解決。原子內電子運動底真實性質也不知道。在二十世紀初，提出了兩種不同的關於原子結構的假設。

第一種假設假定正電荷以恆定的體密度在大小等於整個原子，亦即半徑約為 10^{-8} [厘米] 的球底範圍內分佈。假定電子浸在這球裏，並且按庫侖定律與球底各個元體積相互作用。若假定浸在這球內的是一個電子，則這電子位於球心，在位移很小的情形下，這電子將在與位移成正比的力底作用下返回球心。在有若干個電子的情形下，這些電子應該位於一定的對稱圓形底角上，並且在離開自己平衡位置的位移

^① 列寧著，唯物論與經驗批判論，俄文本，1950，頁265。臺灣解放社版魯漢華譯本，頁293。

很小的情形下，也是在與位移成正比的力底作用下返回。這樣就說明了羅倫次在自己的電子論中所假定的準彈性力底存在。

但這模型帶有明顯人爲的性質，因為在這模型中給與正電荷和負電荷以不同的性質：負電荷以單個的微粒——電子存在，而正電荷則在甚大的體積內以連續的電荷密度分佈着。同時爲了說明爲什麼正電荷在庫侖斥力作用下不致飛散，必須假定它們不相互作用（與電動力學底要求違背），或者假定除庫侖力之外，還存在着某些其他的力，這些力能夠抵消庫侖力。

第二種假設認爲原子底結構與太陽系底結構相似：原子中心有一帶正電的核，電子圍繞這核轉動。與這個原子底大小相較，核底大小是很小的。這裏模型叫做原子底核模型。

原子底核模型最先在放射性物質發射出的 α 粒子於穿過薄圓盤膜時散射的實驗中獲得了證實。後來根據原子底核模型說明了低壓下的單原子蒸氣或氣體發光時發射出的線光譜底發生和結構。從核模型出發，又說明了許多與分子底性質和分子發射出的光譜底結構有關係的事實。因此，關於原子結構的問題，是和我們關於光譜線底發射和吸收定律的知識底發展緊密聯繫着的。

原子物理學發展底次一階段，是研究原子核本身底性質。已發現原子核是由更簡單的粒子構成的，並且詳細地研究了天然放射性和人爲放射性情形下發生的原子核轉變過程。

蘇聯物理學家在原子物理學底發展中曾有很大的貢獻。Д. Н. 門得雷葉夫(Менделеев)發現了週期律，同時最初正確地提出了關於一切化學元素原子底同一本性的問題。後來，門得雷葉夫週期系在所有我們關於原子結構的知識底發展中起了最基本的作用。Д. С. 羅日捷次文斯基(Рождественский)，Л. И. 曼迭利史塔姆(Мандельштам)，С. И. 瓦維洛夫(Вавилов)和他們的學生們底許多工作，研究了一系列的與原子、分子和它們的電子殼層有關的最重要的問題。蘇聯物理學家在研

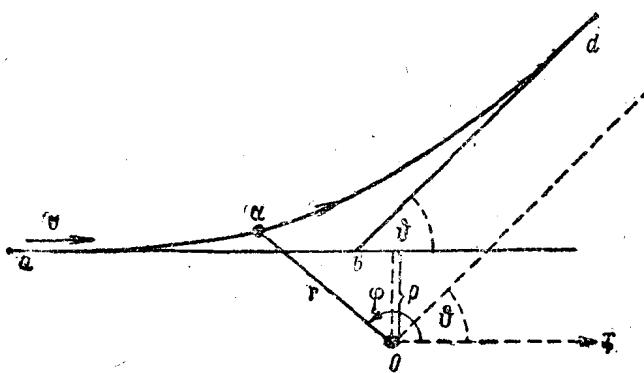
究原子核底性質和它們的結構方面有極重大的發現。Д. Д. 伊凡寧科 (Иваненко) 最初提出原子核是由兩種“重的”粒子——質子和中子——構成的假設。И. В. 庫查托夫 (Курчатов) 發現了所謂原子核的同質異能性。А. И. 阿里罕諾夫 (Алиханов), А. И. 阿里罕揚 (Алиханян), Д. В. 斯科貝爾琴 (Скобельцын) 和許多其他蘇聯物理學家, 在研究宇宙線和新種類的粒子底形成條件時, 得到了重要的結果。由於蘇聯物理學家底研究, 在利用原子核轉變時釋放出的原子能方面, 達到了巨大的成就。

如所週知, 帶國主義者曾利用由重元素——銻和鉻——獲得爆炸性反應的可能性製造原子弹。1949年9月25日塔斯社消息指出, 蘇聯老早就發現了原子武器底“秘密”, 而且在1947年就已有了原子武器。但是, 雖然有了原子武器, 蘇聯仍在為禁止原子武器和為只將原子能使用於和平目的而進行徹底的鬥爭。

§ 335. 原子底核模型 原子底核模型由於盧瑟福觀察到 α 粒子底散射而得到了直接的證明。這些粒子是氦離子, 帶有雙倍的正電荷 $+2e$, 以很大的速度從放射性元素底原子中拋射出來(見 § 367, § 368)。盧瑟福觀察到, α 粒子能夠穿過薄的金屬片, 同時偏離自己原來的運動方向。假定 α 粒子底偏轉是由於帶正電的 α 粒子受原子底正電荷推斥而產生的, 是很自然的。由於電子底質量甚小, 所以電子作用於 α 粒子上的力不能夠明顯地改變 α 粒子底運動方向。

能夠證明, 散射結果與原子底正電荷分佈於其中的體積底大小有很大的關係。只有在原子底正電荷有很小體積的情形下, 推斥力才會大到使 α 粒子底軌道偏轉一頗大的角。如果原子底正電荷是分佈在一頗大的體積內, 則 α 粒子在原子附近通過時將偏轉一很小的角。在此情形下, α 粒子底散射將很小。

設在距原子核很遠的地方, α 粒子以方向沿直線 ab 的速度 v 運動(圖 323)。

圖 323. 正電荷使 α 粒子偏轉。

以 p 表示直線 ab 與原子中心 O (即原子底正電荷 E 所在的地方) 的最短距離。量 p 可以叫做“瞄準”距離。相當的計算(見小體字)證明，在 α 粒子與電荷 E 之間存在着庫倫相互作用力的情形下， α 粒子沿雙曲線運動。 α 粒子軌道底偏轉角 θ (雙曲線底漸近線之間的角) 為下式決定：

$$\operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} = \frac{Mv^2}{2eE} \cdot p, \quad (1)$$

式中 M 是 α 粒子底質量。原子底質量與 α 粒子底質量相較，可以看作是無限大。由公式(1)可知，“瞄準”距離 p 愈小，偏轉角 θ 愈大。對於不同的“瞄準”距離， α 粒子軌道底形狀如圖 324 中 a , b , c 所示。在 p 很小的情形下，角 $\theta > \pi/2$ ，即 α 粒子與原子碰撞後可能被拋回。

假定平行的一束 α 粒子穿過金屬箔片飛過。設單位時間內通過束線單位橫截面飛過 n_0 個粒子。試計算單位時間內有多少個粒子底偏轉角是在給定的值 θ 與 $\theta + d\theta$ 之間。設偏轉角 θ 與“瞄準”距離 p 對應，而偏轉角 $\theta + d\theta$ 與“瞄準”距離 $p - dp$ 對應。在此情形下，當由一個原子 A 散射時，其偏轉角有上述值的粒子，是那些穿過以原子 A 為中心，以 p 為半徑所作的寬為 dp 的環底面積的粒子(圖 325)。這樣的

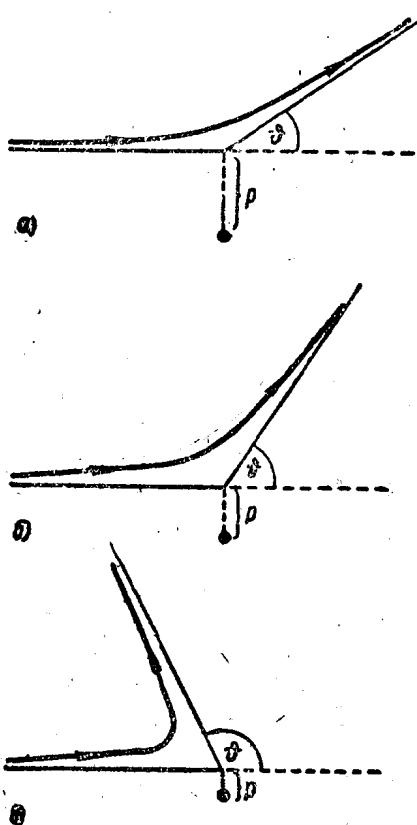


圖 324. α 粒子底軌道與“瞄準”距離 p 的關係。

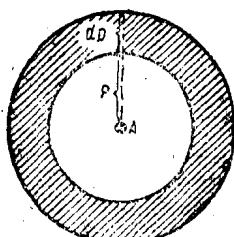


圖 325. 計算被偏轉的 α 粒子時用的圓。

粒子底數目顯然等於 $n_0 dS$, 式中 dS 是環底面積。如果金屬箔每單位面積上有 N 個原子, 則單位時間內其偏轉角在 θ 與 $\theta + d\theta$ 之間的 α 粒子底總數等於

$$dn = n_0 N dS. \quad (2)$$

這關係式是在每一 α 粒子祇偏轉一次這條件下才正確的, 而這條件在金屬箔很薄的情形下是能夠滿足的。

環底面積 dS 近似地等於 $2\pi p |dp|$, 因而式(2)取如下的形式:

$$dn = 2\pi n_0 N p |dp|. \quad (3)$$

我們利用公式(1)求出表示 $p |dp|$ 的式子, 由公式(1)得出:

$$p^2 = \left(\frac{2eE}{Mv^2} \right)^2 \operatorname{ctg}^2 \frac{\theta}{2}.$$

將上式微分, 得出:

$$pdःp = -\frac{1}{2} \left(\frac{2eE}{Mv^2} \right)^2 \frac{\operatorname{ctg} \frac{\theta}{2}}{\sin^2 \frac{\theta}{2}} d\theta.$$

把這表示 $pdःp$ 的式子代入式(3)中, 得出:

$$dn = \pi n_0 N \left(\frac{2eE}{Mv^2} \right)^2 \frac{\operatorname{ctg} \frac{\vartheta}{2}}{\sin^2 \frac{\vartheta}{2}} d\vartheta \quad (4)$$

或

$$dn = n_0 N \left(\frac{eE}{Mv^2} \right)^2 \frac{2\pi \sin \frac{\vartheta}{2} d\vartheta}{\sin^4 \frac{\vartheta}{2}}.$$

利用公式(4),能夠比較實驗結果和理論。用如下的裝置觀察 α 粒子底散射:把一小塊放射性製品 R (圖326)放在一鉛製的小管子中,這塊放射性物質放射出細束的 α 粒子,這些 α 粒子垂直地射在一塊金屬箔 B 上。通過金屬箔的時候, α 粒子向不同的方向散射。利用 α 粒子能夠在熒光屏,例如在用硫化鋅製成的屏上產生閃光(“閃爍”)的能力觀察 α 粒子。每一單個的 α 粒子以這樣大的能量運動着,當它擊於屏上時,能夠產生可為眼睛覺察的閃光。用顯微鏡觀察屏時,能夠在屏上看到單個的閃光,由這些閃光能夠計算出射於屏上的 α 粒子底數目。屏 D 觀察 α 粒子散射的實驗裝置。能夠同顯微鏡 M 一起沿中心在散射金屬箔 B 上的圓周移動。因此能夠計算出有不同散射角 ϑ 的 α 粒子底數目。

公式(4)表示單位時間內散射角在已知值 ϑ 與 $\vartheta + d\vartheta$ 之間的粒子底數目 dn 。換句話說, dn 是單位時間內在開放角為 2ϑ 和 $2(\vartheta + d\vartheta)$ 的錐體之間的空間內飛過的粒子底數目。如果我們以這兩個錐體底頂點 C 為球心,作一半徑為 r 的球,則這兩個錐體在球面上割截出一面積為 $2\pi r \sin \vartheta \cdot r d\vartheta = 2\pi r^2 \sin \vartheta d\vartheta$ 的區域(圖327)。

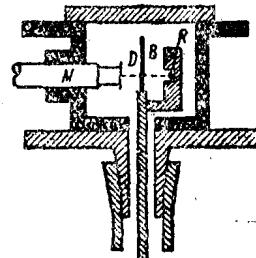
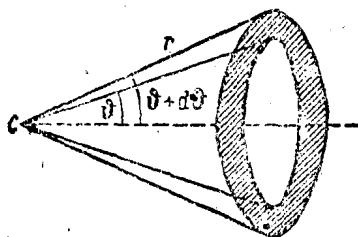


圖 326.

圖 327. 計算射於屏上的 α 粒子底數目時用的圖。

中劃以斜線的部分)。所有 dn 個粒子都射在這區域底面積上。因而落於單位面積上的粒子底數目

$$dn' = \frac{dn}{2\pi r^2 \sin \vartheta d\vartheta}.$$

單位時間內,在屏 D 單位面積上記錄下來的就是這個數目。把式(4)中 dn 底值代入上式,得出:

$$dn' = \frac{n_0 N}{r^2} \left(\frac{eE}{Mv^2} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\vartheta}{2}}. \quad (5)$$

由公式(5)可知,在一定的實驗條件下,當角 ϑ 變化時,乘積 $dn' \cdot \sin^4 \frac{\vartheta}{2}$ 應保持不變。觀察完全證實了理論底這一結論。表中 XV 中所列的,是 α 粒子在金箔中散射時,對於不同的角 ϑ 所得到的閃爍數目 dn' 和乘積 $dn' \cdot \sin^4 \frac{\vartheta}{2}$ 底值。

表 XV

ϑ°	閃 爍 數	$dn' \cdot \sin^4 \frac{\vartheta}{2}$	ϑ°	閃 爍 數	$dn' \cdot \sin^4 \frac{\vartheta}{2}$
150	33.1	28.8	60	477	29.8
120	51.9	29.0	45	1435	30.8
105	69.5	27.5	30	7800	35.0
75	211	29.1	15	132000	88.4

由表 XV 可知,雖然閃爍數變化幾千倍,但乘積 $dn' \cdot \sin^4 \frac{\vartheta}{2}$ 幾乎保持恆定。這表明, α 粒子與原子底正電荷之間的相互作用遵從庫侖定律。

公式(5)也使我們能夠由被偏轉的 α 粒子底數目 dn' 決定原子底正電荷 E ,因為公式(5)中所有其他的量都能夠測定。因為正常狀態下的原子是中性的,所以正電荷 E 應該是電子電荷數值底整倍數: $E = Z|e|$,式中 Z 為整數。盧瑟福和他的同事們底測定證明,量 Z 約等

於原子量底二分之一。

週期系開始部分的元素底原子量，差不多準確地等於門得雷業夫表中元素序數底二倍。例如，碳在第六位，它的原子量等於 12；鋁在第 13 位，它的原子量等於 27；在週期系中部，特別是是在末了，原子量大於滿足這關係的值。但粗略地講，可以認為所有元素底原子量都等於它們序數底二倍。因此，根據盧瑟福底測定，得出了一個假設：量 Z [元素底電荷數 (зарядовое число) (下面有些地方譯為原子序數)] 等於門得雷業夫表中元素底序數。後來這假設被準確地證實。

如果知道原子底電荷 $E = Z|e|$ ，就能夠由公式 (1) 求出與不同偏轉角 ϑ 對應的“瞄準”距離 p 。我們發現，對於重的元素， ϑ 底值達到 150° ， p 底數量級為 10^{-13} [厘米]。這表示，當 α 粒子中心與原子中心的距離底數量級為 10^{-13} [厘米] 的時候，相互作用力仍遵從庫侖定律。由此又可得出結論：原子底正電荷底線度不超過 10^{-13} [厘米]。

因為整個原子底線度是一數量級為 10^{-8} [厘米] 的量，所以這實驗無可置疑地證實了原子底核模型：原子底正電荷集中在較原子體積小很多的體積內。

總括本節中得到的結論：原子中心有一很小的帶正電的核，幾乎原子底全部質量都集中在這核裏；核底電荷 $E = Z|e|$ ，式中 Z 是元素在門得雷業夫週期系中的序數。在正常狀態下，有 Z 個電子繞着核運動。

按照這種模型，氫原子是最簡單的原子。氫原子祇含有一個電子。氫原子核是最簡單的原子核，叫做質子。質子底電荷等於 $+e$ 。質子底質量等於氫原子質量底 $\frac{1}{1836}$ ，而電子底質量等於氫原子質量底 $\frac{1}{1836}$ 。週期系中氫後面次一元素是氦。在正常狀態下，氦原子含有兩個電子。氦原子底核有電荷 $+2e$ ，其質量約為質子質量底四倍。 α 粒子是氦底核。

但必須指出，原子底核模型與經典電動力學底要求不符合。因為

繞核轉動的電子有加速度，所以它應該輻射出電磁波（見 § 326），因而失掉能量。結果電子底運動將是不穩定的，它必然落到原子核上。但原子實際上是十分穩定的組織，由此可知，根據統觀過程底觀察而建立起的、經典的電動力學定律，不能夠應用於原子內的過程。長時期研究原子底性質，特別是原子光譜底結構之後，才發現了原子內的過程所遵從的一些規律底性質。

為了計算偏轉角 θ ，我們再回到圖 323，並為 α 粒子引入極坐標 r 和 ϕ 。在此情形下， α 粒子底位能 W_p 和動能 W_k 可分別寫作如下的形式：

$$W_p = \frac{2eE}{r}; \quad W_k = \frac{M}{2}(\dot{r}^2 + r^2\dot{\phi}^2).$$

總能量等於

$$W = \frac{2eE}{r} + \frac{M}{2}(\dot{r}^2 + r^2\dot{\phi}^2). \quad (6)$$

此外，我們寫出表示 α 粒子底動量矩的式子：

$$P = Mr^2\dot{\phi}. \quad (7)$$

利用上面這個關係式，在表示總能量的式子中進行導數代換。由式 (7) 得出方位角 ϕ 對於時間的導數：

$$\dot{\phi} = \frac{P}{Mr^2}. \quad (8)$$

將向徑 r 對於時間的導數寫作如下的形式：

$$\dot{r} = \frac{dr}{d\phi} \cdot \dot{\phi} = \frac{P}{Mr^2} \cdot \frac{dr}{d\phi}. \quad (9)$$

把這 $\dot{\phi}$ 和 \dot{r} 代入式 (6) 中，得出：

$$W = \frac{2eE}{r} + \frac{P^2}{2Mr^4} \left(\frac{dr}{d\phi} \right)^2 + \frac{P^2}{2Mr^2},$$

$$\text{或 } \frac{1}{r^4} \left(\frac{dr}{d\phi} \right)^2 = \frac{2MW}{P^2} - \frac{4MeE}{P^2} \cdot \frac{1}{r} - \frac{1}{r^2}. \quad (10)$$

以 ρ 表示 $\frac{1}{r}$ ，則 $\frac{d\rho}{d\phi} = -\frac{1}{r^2} \cdot \frac{dr}{d\phi}$ ，因而公式 (10) 取如下的形式：

$$\left(\frac{d\rho}{d\phi} \right)^2 = \frac{2MW}{P^2} - \frac{4MeE}{P^2} \rho - \rho^2.$$

再求上式對於 ϕ 的導數，得出：

$$2 \frac{d\rho}{d\phi} \cdot \frac{d^2\rho}{d\phi^2} = -\frac{4MeE}{P^2} \cdot \frac{d\rho}{d\phi} - 2\rho \frac{d\rho}{d\phi}.$$

因為 $\frac{d\rho}{d\phi} \neq 0$ ，所以上式變為

$$\frac{d^2\rho}{d\varphi^2} + \rho = -\frac{2MeE}{P^2}. \quad (11)$$

由力學可知，對於一閉合的系統，動量矩 P 保持恆定，所以量

$$C = -\frac{2MeE}{P^2} \quad (12)$$

恆定。把這常數 C 引入式(11)中，最後得出所考慮的這一 α 粒子底運動所滿足的微分方程式如下：

$$\frac{d^2\rho}{d\varphi^2} + \rho = C.$$

由代換很容易驗證，上面這微分方程式底解是下面的函數：

$$\rho = C + A \cos \varphi + B \sin \varphi, \quad (13)$$

式中 A 和 B 為常數。這兩個常數底值可如下求出：當 $\varphi = \pi$ 時（圖 323）， α 粒子在坐標原點 O 左方無限遠處， $\rho = \frac{1}{r} = 0$ 。於是是由式(13)得出： $A = C$ ，因而式(13)取如下的形式：

$$\rho = C(1 + \cos \varphi) + B \sin \varphi. \quad (14)$$

另一方面，當 $\varphi \rightarrow \pi$ 時， $r \sin \varphi$ 趨近一值，此值等於線段 p 之長。由此，按式(14)，得出：

$$\frac{1}{p} = \lim_{\varphi \rightarrow \pi} \frac{\rho}{\sin \varphi} = \lim_{\varphi \rightarrow \pi} \left\{ \frac{C(1 + \cos \varphi)}{\sin \varphi} + B \right\}.$$

因為

$$\lim_{\varphi \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos \varphi}{\sin \varphi} = 0,$$

所以由前面的等式求出

$$B = \frac{1}{p}.$$

於是式(14)取如下的形式：

$$\rho = C(1 + \cos \varphi) + \frac{1}{p} \sin \varphi. \quad (15)$$

這個式子是一雙曲線底方程式。這雙曲線底一漸近線為直線 ab ，另一漸近線為直線 bd 。試求兩漸近線之間的角 θ 。由圖 323 可知，當 α 粒子由點 O 向右離開無限大的距離時，這時 $\rho = \frac{1}{r}$ 處為零，角 φ 趨近於 θ 底值。因此，當 $\varphi = \theta$ 時，由式(15)得出：

$$C(1 + \cos \theta) + \frac{1}{p} \sin \theta = 0,$$

或

$$\frac{1}{Cp} = -\frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} = -\operatorname{ctg} \frac{\theta}{2}.$$

由上式可知， α 粒子軌道底偏角為下面的等式所決定：

$$\operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} = -\frac{1}{Cp}.$$

把(12)中 C 底值代入上式，得出：

$$\operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} = -\frac{P^2}{2MeEp}.$$

最後，注意 $P = Mpv$ ，式中 v 是 α 粒子原來速度底值，於是得出：

$$\operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} = \frac{Mv^2}{2eH} p,$$

此式與正文中的公式(1)相合。

§ 336. 原子光譜中的規律性 由於研究線光譜的結果，原子底核模型得到了進一步的證明。如果假定原子內的電子圍繞着一個重的、帶正電的核，沿圓形或橢圓形的軌道運動，則能夠在頗大的程度上說明光譜中譜線分佈所遵循的規律。

在上世紀下半期，查明線光譜是原子發射的，而帶光譜是分子發射的。那時候也注意到，原子光譜中的線並不是無規則地分佈的，而是在許多情形下組成一定的組，或如通常所說，組成線系。例如，在氫光譜底可見的和近紫外的部分，有一表特徵的線系。這線系叫做巴爾麥線系。巴爾麥是瑞士的物理學家，他發現這線系中譜線底波長可以用如下的簡單公式表示：

$$\lambda = \lambda_0 \cdot \frac{n^2}{n^2 - 4}, \quad (1)$$

式中 λ_0 為一常數，而 $n = 3, 4, 5, \dots$ ，即 n 取相繼的一系列的整數值。如果不用波長，而以頻率或與頻率成正比的量——波數——表徵光譜線，則可以使巴爾麥公式有更簡單的形式。波數表示 1 厘米長上波底數目，即量

$$\nu = \frac{10^8}{\lambda},$$

式中 λ 是對於真空中以埃為單位的波長。在此情形下，公式(1)取如下的形式：

$$\nu = A - \frac{R}{n^2}, \quad (2)$$

式中 A 和 R 為常數，而 n 仍取整數值。由公式(2)可知，當 n 逐漸增加時，譜線分佈愈來愈密，趨於某一極限值 $\nu_\infty = A = 27419.4 [\text{厘米}]^{-1}$ ，或者以波長表示，趨於 $\lambda_\infty = 3646.13 \text{ \AA}$ 。在圖 328 中，下部是以波數標