数学手册

第二版

中国矿业学院数学教研室 编

科学出版社

数学手册

第二版

中国矿业学院数学教研室 编

科学出版社

1980

内 容 简 介

本书内容包括初等数学，高等数学及部分应用数学中常用的公式、图、表。本书力求简明扼要、查阅方便。这次第二版又增加了特殊函数、线性代数和集合与逻辑代数三部分。其他内容也有少量的修改与增删。

本书读者对象是大中学校师生和工程技术人员。

数 学 手 册

第 二 版

中国矿业学院数学教研室 编

*

科学出版社出版

北京朝阳门内大街 137 号

北京印刷一厂印刷

新华书店北京发行所发行　各地新华书店经售

*

1978 年 1 月第 一 版　开本：787×1092　1/32

1980 年 9 月第 二 版　印张：12 1/2

1980 年 9 月第三次印刷　字数：279,000

印数：000,001—650,400

统一书号：13031·1377

本社书号：1907·13—1

定 价：1.00 元

第二版说明

为了适应广大读者的需要，我们曾多次将中国矿业学院（即原北京矿业学院）数学教研室编的、煤炭工业出版社出版的《数学手册（增订本）》重印．该书内容包括初等数学、高等数学以及部分应用数学常用的基本公式、图、表．由于这些内容目前已满足不了读者的需要，因此这次第二版我们请编者作了一些补充和修改，新增加了特殊函数、线性代数和集合与逻辑代数三部分内容，在数表中增加了贝塞尔函数表，并把乘方、方根表换成了较适用的平方根和立方根表，在其他地方也有个别改动和补充．版本改为小32开本重新排印出版．

为便于使用和查阅，本书仍保持原有的特色，力求简明扼要，定理或公式中存在的条件和一些明显的要求尽量少写或不写，并且尽可能减少文字叙述．

本书可供大中学校师生以及工程技术人员参考使用．

本书出版以来，广大读者给予了很大的支持，提出许多宝贵意见，在此表示感谢．这次再版可能还有错误和不足之处，希望读者提出批评指正．

1980年1月

目　录

一、初等代数

1. 数的系统及基本运算律 …… 1
2. 乘法及因式分解公式 …… 1
3. 分　式 …… 2
   (1)基本性质　(2)分式运算　(3)分项分式
4. 根　式 …… 3
5. 比　例 …… 3
6. 不等式 …… 4
7. 行列式 …… 5
   (1)二阶行列式　(2)三阶行列式　(3)高阶行列式
8. 一次方程组的解 …… 7
9. 一元二次方程 …… 8
   (1)根　(2)根与系数的关系　(3)判别式
10. 一元三次方程与四次方程 …… 9
11. 数　列 …… 9
    (1)等差数列　(2)等比数列　(3)某些数列的前 n 项和
12. 指　数 ……11
13. 对　数 ……11
    (1)定义　(2)性质　(3)运算法则　(4)换底公式　(5)常用对数求法
14. 复　数 ……12
    (1)虚数单位的乘方　(2)复数的三种表示式及其相互关系　(3)复数的运算
15. 排列、组合与二项式公式……13
    (1)排列　(2)全排列　(3)组合　(4)二项式公式　(5)多项式公式

二、初等几何

1. 任意三角形 ……15
   (1)面积　(2)外接圆半径　(3)内切圆半径

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com

2．四边形面积 ……15
(1)矩形 (2)平行四边形 (3)菱形 (4)梯形 (5)任意四边形
3．正多边形 ……17
(1)正三角形(等边三角形) (2)正方形 (3)正五边形 (4)正六边形 (5)正 n 边形 (6)有关正多边形的数值表
4．圆 ……18
(1)圆周长 (2)圆弧长 (3)圆面积 (4)扇形面积 (5)弓形 (6)环形面积
5．旋转体 ……20
(1)圆柱 (2)圆锥 (3)圆台 (4)球 (5)球缺(球冠) (6)球台 (7)球面锥体
6．棱柱及棱锥 ……21
(1)棱柱体积 (2)棱锥体积 (3)正棱锥侧面积 (4)棱台
7．正多面体的表面积及体积数值表 ……22
三、平面三角
1．弧与度的关系 ……23
2．三角函数 ……23
(1)定义 (2)基本关系 (3)三角函数在各象限的正负号 (4)各三角函数用某一个三角函数表示的公式表
3．任意角三角函数诱导公式表 ……27
4．特殊角的三角函数值 ……28
5．三角函数的图形 ……30
6．两角和的三角函数 ……32
7．倍角的三角函数 ……32
8．半角的三角函数 ……33
9．三角函数的和差与积的关系 ……33
10．三角补充公式 ……34
11．斜三角形的边角关系及其解法 ……34
(1)正弦定理 (2)余弦定理 (3)正切定理 (4)半角公式 (5)斜三角形解法
12．反三角函数 ……36
13．传动皮带的长度 ……39
四、球面三角
1．球面三角形的基本性质 ……40

2．球面三角形的边角关系 ……40
(1)正弦定理 (2)边的余弦定理 (3)角的余弦定理 (4)边的正弦与其相邻角余弦的乘积定理 (5)角的正弦与相邻边余弦的乘积定理 (6)余切定理
3．解球面直角三角形的公式 ……41
4．解球面斜三角形的公式 ……42
(1)半角函数公式 (2)半边函数公式 (3)二角和、差之半的正弦余弦公式 (4)二角(边)和、差之半的正切公式 (5)正切定律 (6)球面三角形解法
5．球面三角形的角超与面积 ……45
五、平面解析几何
1．三个基本问题 ……46
(1)两点距离 (2)定比分点 (3)三角形及多角形的面积
2．直线的斜率 k ……47
3．直线方程 ……47
(1)一般式 (2)斜截式 (3)点斜式 (4)截距式 (5)两点式 (6)法线式
4．点线距离 ……48
5．二直线夹角及平行垂直条件 ……48
6．圆 ……49
(1)圆的方程 (2)过(x_1,y_1)，(x_2,y_2)，(x_3,y_3) 三点的圆的方程 (3)圆$x^2+y^2=R^2$上一点(x_1, y_1)处的切线方程
7．椭圆 ……49
(1)椭圆的方程 (2)椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$在点$(x_1, y_1)$处的切线方程 (3)椭圆面积
8．双曲线 ……50
(1)双曲线的方程 (2)双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的渐近线方程 (3)双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$在点$(x_1, y_1)$处的切线方程
9．抛物线 ……51
(1)抛物线方程 (2)抛物线$y^2=2px$在点(x_1, y_1)处的切线方程 (3)抛物拱形
10．一般二次方程的图形 ……52

11．坐标变换 ……53
(1)移轴 (2)转轴 (3)极坐标与直角坐标的关系
12．极坐标的曲线方程 ……53
(1)圆的方程 (2)直线方程 (3)圆锥曲线方程
13．曲线的参数方程 ……55
(1)直线 (2)圆 (3)椭圆 (4)弹道曲线
14．重要曲线表 ……55
(1)立方抛物线 (2)半立方抛物线 (3)抛物线 (4)箕舌线 (5)叶形线 (6)双纽线 (7)蔓叶线 (8)环索线 (9)摆线 (10)内摆线 (11)外摆线 (12)心脏线 (13)星形线 (14)悬链线 (15)概率曲线 (16)圆的渐开线 (17)曳物线 (18)阿基米得螺线 (19)等角螺线 (20)三叶玫瑰线 (21)四叶玫瑰线 (22) $\rho=a\sin\frac{\theta}{2}$

六、立体解析几何
1．两个基本问题 ……60
(1)两点距离 (2)定比分点
2．射影定理 ……60
3．直线的方向 ……60
(1)方向角 (2)方向余弦 (3)方向数 l,m,n (4)通过两点 $M_1(x_1,y_1,z_1)$，$M_2(x_2,y_2,z_2)$ 的直线的方向数与方向余弦
4．平 面 ……61
(1)方程 (2)点面距离
5．直线方程 ……62
(1)交面式 (2)参数式 (3)对称式 (4)射影式 (5)两点式
6．线面间相互关系 ……62
(1)夹角 θ (2)平行条件 (3)垂直条件 (4)二直线共面 (5)点或线与线的距离
7．重要曲面 ……64
(1)球面 (2)椭球面 (3)单叶双曲面 (4)双叶双曲面 (5)椭圆抛物面 (6)双曲抛物面 (7)旋转面 (8)柱面 (9)锥面
8．空间曲线 ……67
(1)一般方程 (2)参数方程 (3)圆柱螺线 (4)圆锥螺线

七、矢 量
1．矢量代数 ……68

2. 矢量微分 ……71
3. 矢量积分 ……72
八、微分学
1. 基本初等函数 ……73
(1)幂函数 (2)指数函数 (3)对数函数 (4)三角函数 (5)反三角函数
2. 双曲函数 ……75
3. 极 限 ……76
(1)有极限的变量与无穷小的关系 (2)极限存在准则 (3)极限运算定理 (4)几个基本极限 (5)几个重要极限
4. 连 续 ……77
5. 导数与微分 ……78
(1)定义 (2)几何意义 (3)微分法则 (4)导数及微分公式 (5)高阶导数
6. 导数与微分的应用 ……82
(1)切线方程 (2)法线方程 (3)切距 (4)法距 (5)两线夹角 (6)函数的增减性 (7)极值的充分条件 (8)曲线的凸凹及拐点 (9)渐近线 (10)微分在近似计算上的应用 (11)极坐标曲线性态
7. 弧的微分与曲率 ……84
8. 中值定理 ……86
(1)洛尔定理 (2)拉格朗日定理 (3)柯西定理 (4)台劳公式 (5)罗彼塔法则
9. 多变量函数 ……88
(1)偏导数 (2)偏微分 (3)全微分 (4)复合函数微分法 (5)全导数 (6)隐函数微分法 (7)混合偏导数的性质 (8)方向导数 (9)曲面的切平面及法线方程 (10)曲线的切线及法平面方程等 (11)曲率与挠率 (12)中值定理 (13)台劳公式 (14)二元函数的极值 (15)多元函数的极值 (16)条件极值
九、积分学
1. 不定积分法则 ……95
2. 不定积分表 ……96
3. 定积分概念 …… 116
(1)定积分与不定积分的关系 (2)定积分性质 (3)积分中值定理 (4)积分不等式 (5)含参变数积分的导数

4. 定积分计算法 …… 118
(1)基本公式 (2)配元法 (3)置换法 (4)分部积分法 (5)奇偶性的利用
5. 广义积分存在准则 …… 119
6. 定积分表 …… 119
7. 椭圆积分 …… 123
8. 二重积分 …… 125
(1)直角坐标 (2)极坐标 (3)变量替换公式 (4)几何意义
9. 三重积分 …… 127
(1)直角坐标 (2)柱坐标 (3)球坐标 (4)变量替换公式 (5)几何意义
10. 曲线积分 …… 129
(1)对弧长的曲线积分 (2)对坐标的曲线积分 (3)两种类型曲线积分的关系 (4)曲线积分的性质 (5)格林公式 (6)等价命题
11. 曲面积分 …… 131
(1)对曲面面积的曲面积分 (2)对坐标的曲面积分(3) 奥斯特洛格拉得斯基公式 (4)斯托克斯公式
12. 积分的应用 …… 132
(1)几何应用 (2)物理应用

十、级 数

1. 级数概念 …… 138
2. 收敛级数的基本性质 …… 138
3. 正项级数验敛法 …… 138
4. 任意项级数验敛法 …… 140
5. 收敛级数的运算 …… 140
6. 幂级数 …… 141
(1)收敛半径 R 的公式 (2)幂级数的性质 (3)幂级数的运算 (4)台劳级数 (5)常用函数的幂级数展开式
7. 三角级数 …… 146
(1)富氏级数定义 (2)富氏级数的收敛性 (3)函数展为富氏级数示例 (4)参考级数 (5)三角级数求和公式
8. 无穷乘积 …… 150

十一、常微分方程
1. 一阶微分方程 …… 153
(1)变量分离型 (2)齐次型 (3)一次型 (4)全微分型 (5)拉格朗日方程 (6)克莱洛方程 (7)黎卡笛方程
2. 变系数二阶线性方程 …… 155
3. 二阶特殊型 …… 155
4. 其它二阶可解类型 …… 156
5. 常系数线性方程 …… 157
(1)二阶齐次方程 (2)二阶非齐次方程 (3)高阶齐次方程 (4)用记号 D 求非齐次方程的特解 (5)欧拉方程
6. 多变量常微分方程 …… 159
(1)全微分方程 (2)一阶一次联立微分方程 (3)二阶常系数线性联立微分方程
十二、偏微分方程
1. 偏微分方程的解 …… 161
2. 一阶线性方程 …… 161
3. 二阶线性方程 …… 162
(1)双曲型方程 (2)椭圆型方程 (3)抛物型方程
十三、复变函数
1. 解析函数概念 …… 168
2. 解析函数的四个等价条件 …… 168
3. 保角变换 …… 169
4. 分式线性变换 …… 169
(1)平移变换 (2)旋转变换 (3)相似变换 (4)反演变换 (5)分式线性变换
5. 复变函数的积分 …… 170
6. 解析函数积分的基本定理及基本公式 …… 171
7. 解析函数的级数展式 …… 171
(1)幂级数的收敛半径 (2)台劳级数 (3)几个初等函数的台劳级数展式 (4)罗朗级数 (5)Z 变换
8. 留 数 …… 174
(1)留数的求法 (2)留数定理
9. 两个公式 …… 175
(1)测地投影公式 (2)欧拉公式及其推论

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com

十四、场论
1．数量场 $u=u(x,y,z)$ 的梯度 …… 176
2．矢量场 $\mathbf{a}=a_x\mathbf{i}+a_y\mathbf{j}+a_z\mathbf{k}$ 的旋度 …… 176
3．矢量场 $\mathbf{a}=a_x\mathbf{i}+a_y\mathbf{j}+a_z\mathbf{k}$ 的散度 …… 177
4．有势场 …… 177
5．管量场 …… 178
6．调和场 …… 178
7．汉弥尔登算子 …… 178
8．梯度、散度、旋度在柱、球坐标系下的表达式 …… 179
十五、变分法
1．固定端点的极值 …… 181
2．变动端点的极值 …… 183
十六、拉普拉斯变换
1．定　义 …… 185
2．性　质 …… 185
3．定　理 …… 185
4．拉氏变换简表 …… 186
十七、富里哀变换
1．定　义 …… 188
2．性　质 …… 188
3．定　理 …… 188
4．富氏变换简表 …… 190
附　离散富氏变换 …… 197
十八、特殊函数
1．Γ 函数 …… 199
2．B 函数 …… 200
3．贝塞尔函数(柱函数) …… 201
4．勒让德多项式 …… 203
5．切比雪夫多项式 …… 203
十九、线性代数
1．n 维向量 …… 205
(1)n 维向量的定义　(2)n 维向量的相等　(3)n 维向量的运算
(4)零向量　(5)负向量　(6)线性组合　(7)线性相关　(8)线性

无关 (9)向量组等价 (10)线性无关极大组 (11)n维向量空间 (12)V_n的基、维数和坐标 (13)V_n的子空间 (14)子空间的基和维数 (15)数域上线性空间

2. 矩阵 …… 209

(1)矩阵的定义 (2)矩阵的相等 (3)方阵的行列式 (4)矩阵的子式 (5)矩阵的运算 (6)转置矩阵 (7)分块矩阵 (8)矩阵的初等变换 (9)矩阵的秩 (10)零矩阵 (11)负矩阵 (12)单位矩阵 (13)对角矩阵 (14)逆矩阵 (15)对称矩阵与反对称矩阵 (16)正交矩阵 (17)相似矩阵 (18)复共轭矩阵 (19)U矩阵 (20)特征矩阵

3. 线性方程组 …… 215

(1)线性方程组的矩阵形式 (2)线性方程组的解 (3)线性方程组的数值解

4. n维向量空间的线性变换 …… 219

(1)线性变换的定义 (2)变换的相等 (3)线性变换的运算 (4)零变换 (5)单位变换 (6)逆变换 (7)线性变换的矩阵 (8)特征值和特征向量 (9)矩阵的对角形 (10)若当标准形

5. 二次型 …… 224

(1)二次型 (2)线性变换 (3)对角型 (4)正定二次型

二十、集合与逻辑代数

1. 集合的概念 …… 226

(1)集合 (2)包含 (3)相等

2. 集合的运算 …… 226

(1)和集(并集) (2)通集(交集) (3)差集、余集(补集) (4)直积(卡积)

3. 集列的极限 …… 228

(1)上限集与下限集 (2)集列的极限

4. 集合的基数(势) …… 229

(1)两集对等 (2)有限集的基数 (3)可列集的基数 (4)连续集的基数 (5)基数的比较

5. 点 集 …… 230

(1)距离 (2)邻域、内点、极限点 (3)导集 (4)闭集 (5)开集 (6)点集间的距离

6. 逻辑代数的基本概念 …… 232

(1)判断 (2)命题 (3)运算

7. 逻辑代数的基本公式 …… 233
8. 逻辑代数的初等定理 …… 234
9. 开关运算 …… 234
10. 对偶定理 …… 235
11. 真值表法 …… 235
12. 卡诺图法 …… 235

二十一、计算方法

1. 误差与近似计算 …… 237
(1)误差概念 (2)四则运算的误差 (3)近似计算法则 (4)预定精确度计算法则
2. 方程的近似解 …… 238
(1)弦位法 (2)切线法 (3)联合法 (4)迭代法
3. 有限差分及差商 …… 241
4. 插值法 …… 243
(1)均差插值公式 (2)拉格朗日插值公式 (3)牛顿向前插值公式 (4)牛顿向后插值公式 (5)司帝林插值公式 (6)贝塞尔插值公式 (7)三次样条插值函数
5. 导数的近似计算 …… 248
(1)牛顿求导公式 (2)等距结点的求导公式 (3)用三次样条函数求数值导数
6. 数值积分 …… 250
(1)矩形公式 (2)梯形公式 (3)辛普生公式 (4)等距内插求积公式 (5)逐次分半加速法 (6)最高代数精确度求积公式
7. 常微分方程数值解法 …… 253
(1)一阶方程 (2)一阶方程组 (3)二阶方程 (4)二阶线性方程边值问题的差分方法
8. 经验方程 …… 257
(1)用阶差法判定类型 (2)用差商法判定类型 (3)线性方程系数的决定法 (4)非线性函数直线化的方法
9. 计算机中常用几种进位制数的换算 …… 260

二十二、概率论与数理统计

1. 概率的概念 …… 263
(1)概率的古典定义 (2)概率的统计定义 (3)概率的简单性质

2. 概率的基本运算 …… 263
(1)概率的加法 (2)概率的乘法 (3)全概率公式与贝叶斯公式
3. 随机变量及其分布 …… 265
4. 随机变量的数字特征 …… 266
(1)数学期望 (2)方差 (3)切比雪夫不等式 (4)关于数学期望与方差的运算
5. 几种常用的概率分布 …… 267
(1)二项分布 (2)普哇松分布 (3)均匀分布 (4)正态分布 (5)瑞利分布 (6)χ^2分布 (7)t分布 (8)F分布 (9)几个特殊随机变量函数的分布
6. 大数定理和中心极限定理 …… 271
7. 样本特征数 …… 273
8. 参数估计 …… 274
9. 区间估计 …… 274
10. 假设检验 …… 276
11. 方差分析 …… 280
12. 线性相关分析 …… 284

二十三、数 表

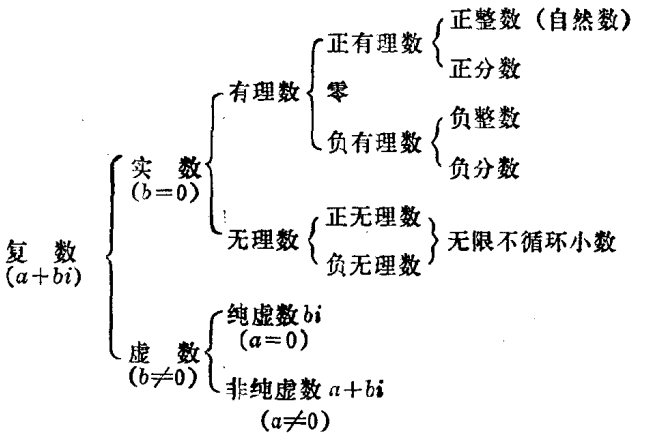
1. 方根表 …… 288
2. 常用对数表 …… 308
3. 自然对数表 …… 312
4. 指数函数e^x和e^{-x}表 …… 317
5. 三角函数表 …… 319
6. 三角函数对数表 …… 332
7. 弧度和度的换算表 …… 353
8. 常用计量单位表 …… 356
9. 双曲函数表 …… 359
10. 椭圆积分数值表 …… 360
11. Γ函数表 …… 362
12. 贝塞尔函数表 …… 364
13. 普哇松分布数值表 …… 366
14. 正态分布密度函数数值表 …… 370
15. 正态分布数值表 …… 371

16. χ^2分布数值表 …… 372
17. t分布数值表 …… 374
18. F分布数值表 …… 376
19. 重要常数表 …… 380
20. 拉丁字母及希腊字母 …… 382

一、初等代数

1．数的系统及基本运算律

(1) 数的系统表



(2) 基本运算律

1) 交换律　$a+b=b+a$．　$ab=ba$．

2) 结合律　$(a+b)+c=a+(b+c)$．　$(ab)c=a(bc)$．

3) 分配律　$(a+b)c=ac+bc$．

2．乘法及因式分解公式

(1) $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$．

(2) $(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$．

(3) $(a\pm b)^3=a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3$．

(4) $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$．

(5) $(a+b+c)^3=a^3+b^3+c^3+3a^2b+3ab^2+3b^2c+$
$+3bc^2+3a^2c+3ac^2+6abc$．

(6) $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$．

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com