

[苏] Л. Д. 朗道 E. M. 栗弗席兹 著

理论物理学教程第四卷

# 量子电动力学

(上册)

[苏] B. Б. 别列斯捷斯基

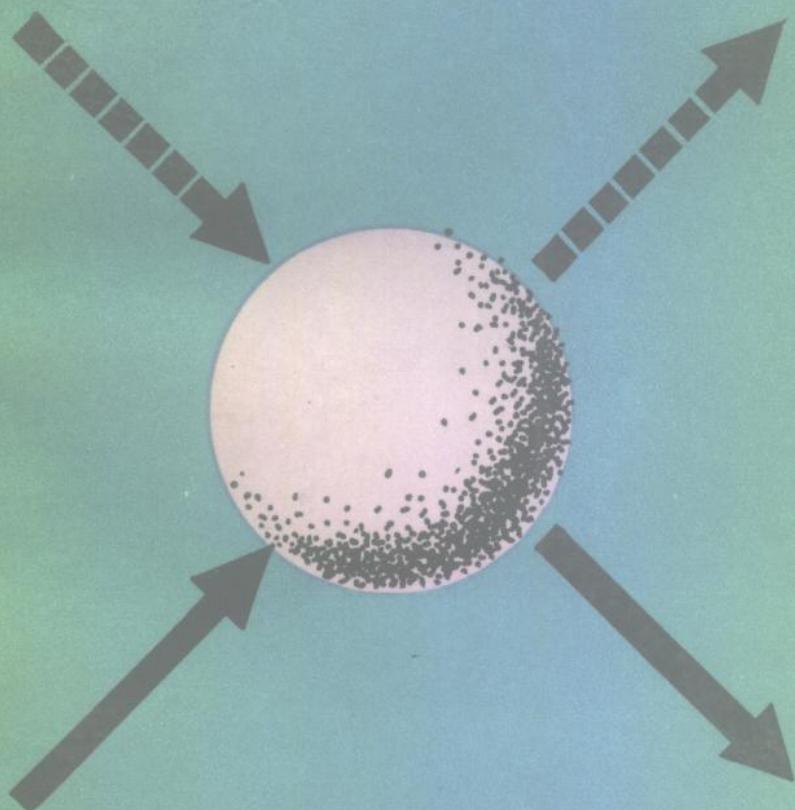
高建功

E. M. 栗弗席兹 著

靳崇谦 译

Л. П. 皮塔也夫斯基

汪方儒



高等教育出版社

[苏] Л. Д. 朗道    E. M. 栗弗席兹 理论物理学教程 第四卷

# 量子电动力学

(上册)

[苏] B. L. 朗道    E. M. 栗弗席兹 著  
高建功 金崇谦 汪儒 译

高等教育出版社

(京112号)

## 内 容 提 要

本书是朗道(Л. Д. Ландау)和栗弗席兹((Е. М. Лифшиц) 所著《理论物理学教程》第四卷, 是根据苏联科学出版社数理书籍总编辑部 1989 年修订第三版译出的。

本卷论述了自由粒子在外场中的相对论性理论, 辐射理论和光的散射理论, 相对论性微扰论及其在电动力学过程中的应用, 辐射修正理论, 高能条件下过程的渐近理论。

全卷共十四章, 中译本分上下两册出版。上册包括光子、玻色子、费米子、外场中的粒子、辐射、光的散射、散射矩阵、协变微扰论等八章, 下册的六章依次为: 电子的相互作用、电子与光子的相互作用、磁致辐射、精确传播函数和顶角部分、辐射修正、量子电动力学中的渐近公式、强子的电动力学。

本书可供大学物理系教师、研究生、高年级学生以及其他有关科研教学人员参考。

本卷由高建功、汪方儒、斯崇谦译出。上册译者为高建功、斯崇谦, 由李复龄同志校阅。

中译本责任编辑 斯崇谦

[苏] Л. Д. 朗道 理论物理学教程 第四卷  
E. M. 栗弗席兹

## 量子电动力学

(上 册)

[苏] В. Б. 别列斯捷斯基

E. M. 栗弗席兹

Л. П. 皮塔也夫斯基 著

高建功 斯崇谦 汪方儒 译

\*

高等教育出版社

新华书店总店北京科技发行所发行

河北省香河县印刷厂印装

\*

开本 850×1168 1/32 印张 12.125 字数 290 000

1992 年 4 月第 1 版 1992 年 4 月第 1 次印刷

印数 0001—1 263

ISBN 7-04-002535-3/O·843

定价 7.65 元

# 目 录

|                              |           |
|------------------------------|-----------|
| 符号规则.....                    | 1         |
| 绪论.....                      | 1         |
| § 1. 相对论范围的不确定性关系.....       | 1         |
| <b>第一章 光子.....</b>           | <b>5</b>  |
| § 2. 自由电磁场的量子化.....          | 5         |
| § 3. 光子.....                 | 11        |
| § 4. 规范不变性.....              | 14        |
| § 5. 量子理论中的电磁场.....          | 16        |
| § 6. 光子的角动量和宇称.....          | 18        |
| § 7. 光子的球面波.....             | 21        |
| § 8. 光子的极化.....              | 28        |
| § 9. 双光子系统.....              | 35        |
| <b>第二章 玻色子.....</b>          | <b>39</b> |
| § 10. 零自旋粒子的波动方程 .....       | 39        |
| § 11. 粒子和反粒子 .....           | 44        |
| § 12. 真中性粒子 .....            | 49        |
| § 13. $C, P, T$ 变换 .....     | 52        |
| § 14. 自旋为 1 的粒子的波动方程 .....   | 59        |
| § 15. 具有最高整数自旋的粒子的波动方程 ..... | 64        |
| § 16. 粒子的螺旋性状态 .....         | 66        |
| <b>第三章 费米子.....</b>          | <b>73</b> |
| § 17. 四维旋量 .....             | 73        |
| § 18. 旋量与四维矢量的联系 .....       | 76        |
| § 19. 旋量的反演 .....            | 80        |
| § 20. 旋量表象中的狄拉克方程 .....      | 86        |
| § 21. 狄拉克方程的对称形式 .....       | 89        |
| § 22. 狄拉克矩阵代数 .....          | 95        |

|                                |            |
|--------------------------------|------------|
| § 23. 平面波 .....                | 99         |
| § 24. 球面波 .....                | 103        |
| § 25. 自旋和统计学的关系 .....          | 107        |
| § 26. 电荷共轭和旋量的时间反演 .....       | 111        |
| § 27. 粒子和反粒子的内禀对称性 .....       | 116        |
| § 28. 双线性式 .....               | 119        |
| § 29. 极化密度矩阵 .....             | 124        |
| § 30. 二分量费米子 .....             | 130        |
| § 31. 自旋为 $3/2$ 的粒子的波动方程 ..... | 135        |
| <b>第四章 外场中的粒子 .....</b>        | <b>138</b> |
| § 32. 外场中电子的狄拉克方程 .....        | 138        |
| § 33. 按 $1/c$ 的幂展开 .....       | 143        |
| § 34. 氢原子能级的精细结构 .....         | 148        |
| § 35. 在有心对称场中的运动 .....         | 150        |
| § 36. 在库仑场中的运动 .....           | 156        |
| § 37. 在有心对称场中的散射 .....         | 164        |
| § 38. 极端相对论情形中的散射 .....        | 167        |
| § 39. 库仑场中散射的连续谱波函数系 .....     | 169        |
| § 40. 平面电磁波场中的电子 .....         | 174        |
| § 41. 外场中的自旋运动 .....           | 178        |
| § 42. 中子在电场中的散射 .....          | 184        |
| <b>第五章 辐射 .....</b>            | <b>187</b> |
| § 43. 电磁相互作用算符 .....           | 187        |
| § 44. 发射和吸收 .....              | 190        |
| § 45. 偶极辐射 .....               | 193        |
| § 46. 电多极辐射 .....              | 195        |
| § 47. 磁多极辐射 .....              | 200        |
| § 48. 角分布和辐射的极化 .....          | 203        |
| § 49. 原子辐射: 电型 .....           | 213        |
| § 50. 原子辐射: 磁型 .....           | 218        |
| § 51. 原子辐射: 塞曼效应和斯塔克效应 .....   | 221        |
| § 52. 原子辐射: 氢原子 .....          | 225        |

|                           |            |
|---------------------------|------------|
| § 53. 双原子分子的辐射: 电子光谱      | 231        |
| § 54. 双原子分子的辐射: 振动光谱和转动光谱 | 239        |
| § 55. 核辐射                 | 240        |
| § 56. 光电效应: 非相对论情形        | 244        |
| § 57. 光电效应: 相对论情形         | 249        |
| § 58. 氚核的光致蜕变             | 253        |
| <b>第六章 光的散射</b>           | <b>259</b> |
| § 59. 散射张量                | 259        |
| § 60. 自由取向系统的散射           | 271        |
| § 61. 分子散射                | 278        |
| § 62. 谱线的自然宽度             | 283        |
| § 63. 共振荧光                | 288        |
| <b>第七章 散射矩阵</b>           | <b>291</b> |
| § 64. 散射振幅                | 291        |
| § 65. 极化粒子的反应             | 297        |
| § 66. 运动学不变量              | 301        |
| § 67. 物理区域                | 304        |
| § 68. 按分波振幅展开             | 311        |
| § 69. 螺旋性散射振幅的对称性         | 315        |
| § 70. 不变振幅                | 322        |
| § 71. 么正性条件               | 327        |
| <b>第八章 协变微扰论</b>          | <b>333</b> |
| § 72. 编时乘积                | 333        |
| § 73. 电子散射的费曼图            | 337        |
| § 74. 光子散射的费曼图            | 344        |
| § 75. 电子的传播函数             | 348        |
| § 76. 光子的传播函数             | 353        |
| § 77. 图形方法的一般规则           | 359        |
| § 78. 交叉不变性               | 367        |
| § 79. 虚粒子                 | 368        |

多年的交往、合作中获得激励和启发。

我们感谢 B. Н. Байер, 在编写 § 90 和 § 97 时他给了我们很大的帮助; 我们感谢 B. И. Ритус 在 § 101 的写法上所给予的巨大帮助。我们感谢帮助我们进行了若干计算的 Б. Э. Мейерович。我们还感谢 A. С. Компанейц, 他给我们提供了 1959/60 学年度 Л. Д. 朗道在国立莫斯科大学讲量子电动力学时自己的课堂笔记。

В. Б. 别列斯捷斯基

Е. М. 粟弗席兹

Л. П. 皮塔也夫斯基

1967 年 6 月

## 符 号 规 则

### 四维符号

四维张量指标用希腊字母表示:  $\lambda, \mu, \nu, \dots$ , 它们的取值为 0, 1, 2, 3.

采用具有符号差 (+---) 的四维度规. 度规张量为  $g_{\mu\nu}$ , ( $g_{00}=1, g_{11}=g_{22}=g_{33}=-1$ ).

四维矢量的分量:  $a^{\mu} = (a^0, \mathbf{a})$ .

为了简化公式的书写, 四维矢量的分量指标常常略去不写<sup>①</sup>, 这时四维矢量的标量积简写成  $(ab)$  或  $ab$ :

$$ab \equiv a_{\mu} b^{\mu} = a_0 b_0 - \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}.$$

四维矢径  $x^{\mu} = (t, \mathbf{r})$ . 四维体积元为  $d^4x$ .

四维坐标的微分算符为:  $\partial_{\mu} = \partial / \partial x^{\mu}$ .

反对称四维单位张量为  $\epsilon^{\lambda\mu\nu\rho}$ , 并且  $\epsilon^{0123} = -\epsilon_{0123} = +1$ .

四维  $\delta$  函数为  $\delta^{(4)}(a) = \delta(a_0) \delta(\mathbf{a})$ .

### 三维符号

三维张量指标用拉丁字母表示:  $i, k, l, \dots$ , 它们的取值为  $x, y, z$ .

三维矢量用黑体字母表示.

三维体积元为  $d^3x$ .

### 算 符

---

① 这种写法广泛应用于现代文献, 这是为了解决字母数目和物理需要之间的矛盾而引入的, 务请读者特别注意.

算符用戴帽<sup>^</sup>字母表示<sup>①</sup>.

两个算符的对易或反对易:

$$\{\hat{f}, \hat{g}\}_{\pm} = \hat{f}\hat{g} \pm \hat{g}\hat{f}.$$

转置算符为 $\tilde{\hat{f}}$ .

厄密共轭算符为 $\hat{f}^+$ .

## 矩阵元

算符 $\hat{F}$ 从初态*i*跃迁到终态*f*的矩阵元为 $F_{fi}$ 或 $\langle f | F | i \rangle$ .

符号 $|i\rangle$ 是状态的抽象符号,与表示状态波函数的具体表象无关. 符号 $\langle f |$ 是终态(“复共轭”的符号)<sup>②</sup>.

相应地,量子数为*r*的一组状态展成量子数为*s*的状态的叠加时, $\langle s | r \rangle$ 表示展开式的系数:  $|r\rangle = \sum_s |s\rangle \langle s | r \rangle$ .

球张量的约化矩阵元为 $\langle f \| F \| i \rangle$ .

## 狄拉克方程

狄拉克矩阵为 $\gamma^a$ , 并且 $(\gamma^0)^2 = 1$ ,  $(\gamma^1)^2 = (\gamma^2)^2 = (\gamma^3)^2 = -1$ . 矩阵 $\alpha = \gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3$ ,  $\beta = \gamma^0$ . 在旋量表象和标准表象中的表达式见式(21. 3), (21. 16), (21. 20).

$$\gamma^5 = -i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3, \quad (\gamma^5)^2 = 1 [\text{见}(22. 18)].$$

$$\sigma^{ab} = 1/2(\gamma^a\gamma^b - \gamma^b\gamma^a) [\text{见}(28. 2)].$$

狄拉克共轭:  $\overline{\psi} = \psi^* \gamma^0$ .

泡利矩阵:  $\sigma = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ , 定义见 § 20.

四维旋量指标为 $\alpha, \beta, \dots$ 和 $\dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dots$ , 取值为 1, 2 和  $1, 2$ .

① 但是,为了简化公式的书写,旋量矩阵上的帽可以省去,矩阵元中算符符号上的帽也不写出.

② 这种符号是狄拉克引入的.

双旋量指标为  $i, k, l, \dots$ , 取值为 1, 2, 3, 4.

## 傅里叶展开式

三维展开式:

$$f(\mathbf{r}) = \int f(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \frac{d^3 k}{(2\pi)^3}, \quad f(\mathbf{k}) = \int f(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} d^3 x,$$

四维展开式与此类似.

## 单位

书中凡未特别说明的均指相对论单位，在相对论单位中  $\hbar = 1, c = 1$ , 这时基本电荷的平方为  $e^2 = 1/137$ .

原子单位:  $e = 1, \hbar = 1$ . 在原子单位中  $c = 137$ . 长度、时间和能量的原子单位分别是  $\hbar^2/me^2$ ,  $\hbar^3/me^4$  和  $me^4/\hbar^2$  (量 Ry =  $me^4/2\hbar^2$  叫里德伯能量单位).

通常的单位指绝对高斯单位制.

## 常数

光速  $c = 2.998 \times 10^8$  米/秒

基本电荷<sup>①</sup>  $|e| = 1.602 \times 10^{-19}$  库

电子质量  $m = 9.110 \times 10^{-31}$  千克

普朗克恒量  $\hbar = 1.055 \times 10^{-34}$  焦·秒

精细结构常数  $\alpha = e^2/\hbar c; 1/\alpha = 137.04$

玻尔半径  $\hbar^2/me^2 = 5.292 \times 10^{-11}$  米

电子的经典半径  $r_e = e^2/mc^2 = 2.818 \times 10^{-16}$  米

电子的康普顿波长  $\hbar/mc = 3.862 \times 10^{-13}$  米

电子的静止能量  $mc^2 = 0.511 \times 10^6$  电子伏

能量的原子单位  $me^4/\hbar^2 = 4.360 \times 10^{-16}$  焦 = 27.21 电子伏

① 本书中除第十四章外，粒子电荷的符号  $e$  中包含正负号，因而对于电子， $e = -|e|$ .

玻尔磁子  $|e|\hbar/2mc = 9.274 \times 10^{-24}$  焦/韦伯/米<sup>2</sup>

质子质量  $m_p = 1.673 \times 10^{-27}$  千克

质子的康普顿波长  $\hbar/m_pc = 2.103 \times 10^{-16}$  米

核磁子  $|e|\hbar/2m_pc = 5.051 \times 10^{-27}$  焦/韦伯/米<sup>2</sup>

$\mu$  子和电子的质量比  $m_\mu/m = 2.068 \times 10^2$ .

## 引文

引用本教程的其他各卷系指：

第一卷：“力学”，1988；

第二卷：“场论”，1988；

第三卷：“量子力学”1989；

第八卷：“连续介质电动力学”，1982

第十卷：“物理动力学”，1979.

# 目 录

|                              |           |
|------------------------------|-----------|
| 符号规则.....                    | 1         |
| 绪论.....                      | 1         |
| § 1. 相对论范围的不确定性关系.....       | 1         |
| <b>第一章 光子.....</b>           | <b>5</b>  |
| § 2. 自由电磁场的量子化.....          | 5         |
| § 3. 光子.....                 | 11        |
| § 4. 规范不变性.....              | 14        |
| § 5. 量子理论中的电磁场.....          | 16        |
| § 6. 光子的角动量和宇称.....          | 18        |
| § 7. 光子的球面波.....             | 21        |
| § 8. 光子的极化.....              | 28        |
| § 9. 双光子系统.....              | 35        |
| <b>第二章 玻色子.....</b>          | <b>39</b> |
| § 10. 零自旋粒子的波动方程 .....       | 39        |
| § 11. 粒子和反粒子 .....           | 44        |
| § 12. 真中性粒子 .....            | 49        |
| § 13. $C, P, T$ 变换 .....     | 52        |
| § 14. 自旋为 1 的粒子的波动方程 .....   | 59        |
| § 15. 具有最高整数自旋的粒子的波动方程 ..... | 64        |
| § 16. 粒子的螺旋性状态 .....         | 66        |
| <b>第三章 费米子.....</b>          | <b>73</b> |
| § 17. 四维旋量 .....             | 73        |
| § 18. 旋量与四维矢量的联系 .....       | 76        |
| § 19. 旋量的反演 .....            | 80        |
| § 20. 旋量表象中的狄拉克方程 .....      | 86        |
| § 21. 狄拉克方程的对称形式 .....       | 89        |
| § 22. 狄拉克矩阵代数 .....          | 95        |

|                                |            |
|--------------------------------|------------|
| § 23. 平面波 .....                | 99         |
| § 24. 球面波 .....                | 103        |
| § 25. 自旋和统计学的关系 .....          | 107        |
| § 26. 电荷共轭和旋量的时间反演 .....       | 111        |
| § 27. 粒子和反粒子的内禀对称性 .....       | 116        |
| § 28. 双线性式 .....               | 119        |
| § 29. 极化密度矩阵 .....             | 124        |
| § 30. 二分量费米子 .....             | 130        |
| § 31. 自旋为 $3/2$ 的粒子的波动方程 ..... | 135        |
| <b>第四章 外场中的粒子 .....</b>        | <b>138</b> |
| § 32. 外场中电子的狄拉克方程 .....        | 138        |
| § 33. 按 $1/c$ 的幂展开 .....       | 143        |
| § 34. 氢原子能级的精细结构 .....         | 148        |
| § 35. 在有心对称场中的运动 .....         | 150        |
| § 36. 在库仑场中的运动 .....           | 156        |
| § 37. 在有心对称场中的散射 .....         | 164        |
| § 38. 极端相对论情形中的散射 .....        | 167        |
| § 39. 库仑场中散射的连续谱波函数系 .....     | 169        |
| § 40. 平面电磁波场中的电子 .....         | 174        |
| § 41. 外场中的自旋运动 .....           | 178        |
| § 42. 中子在电场中的散射 .....          | 184        |
| <b>第五章 辐射 .....</b>            | <b>187</b> |
| § 43. 电磁相互作用算符 .....           | 187        |
| § 44. 发射和吸收 .....              | 190        |
| § 45. 偶极辐射 .....               | 193        |
| § 46. 电多极辐射 .....              | 195        |
| § 47. 磁多极辐射 .....              | 200        |
| § 48. 角分布和辐射的极化 .....          | 203        |
| § 49. 原子辐射: 电型 .....           | 213        |
| § 50. 原子辐射: 磁型 .....           | 218        |
| § 51. 原子辐射: 塞曼效应和斯塔克效应 .....   | 221        |
| § 52. 原子辐射: 氢原子 .....          | 225        |

|                           |            |
|---------------------------|------------|
| § 53. 双原子分子的辐射: 电子光谱      | 231        |
| § 54. 双原子分子的辐射: 振动光谱和转动光谱 | 239        |
| § 55. 核辐射                 | 240        |
| § 56. 光电效应: 非相对论情形        | 244        |
| § 57. 光电效应: 相对论情形         | 249        |
| § 58. 氚核的光致蜕变             | 253        |
| <b>第六章 光的散射</b>           | <b>259</b> |
| § 59. 散射张量                | 259        |
| § 60. 自由取向系统的散射           | 271        |
| § 61. 分子散射                | 278        |
| § 62. 谱线的自然宽度             | 283        |
| § 63. 共振荧光                | 288        |
| <b>第七章 散射矩阵</b>           | <b>291</b> |
| § 64. 散射振幅                | 291        |
| § 65. 极化粒子的反应             | 297        |
| § 66. 运动学不变量              | 301        |
| § 67. 物理区域                | 304        |
| § 68. 按分波振幅展开             | 311        |
| § 69. 螺旋性散射振幅的对称性         | 315        |
| § 70. 不变振幅                | 322        |
| § 71. 么正性条件               | 327        |
| <b>第八章 协变微扰论</b>          | <b>333</b> |
| § 72. 编时乘积                | 333        |
| § 73. 电子散射的费曼图            | 337        |
| § 74. 光子散射的费曼图            | 344        |
| § 75. 电子的传播函数             | 348        |
| § 76. 光子的传播函数             | 353        |
| § 77. 图形方法的一般规则           | 359        |
| § 78. 交叉不变性               | 367        |
| § 79. 虚粒子                 | 368        |

## 绪 论

---

### §1. 相对论范围的不确定关系

本教程第三卷所阐述的全部量子理论实质上是非相对论性的，并不适用于运动速度可与光速相比拟的那些现象。乍看起来，似乎可以指望通过多少是直接推广的办法，由非相对论量子力学过渡到相对论性理论。但是，仔细的研究表明，建立逻辑上严密的相对论性理论，要求引入一些新的物理原理。

回顾一下作为非相对论量子力学基础的几个物理概念（第三卷 § 1）。我们看到，在非相对论量子力学中起基本作用的一个概念是测量，而测量被理解为量子系统与“经典客体”（仪器）相互作用的过程；其结果是量子系统的某些动力学变量（坐标、速度等）具有确定值。我们还看到，量子力学大大地限制了电子<sup>①</sup>同时具有不同动力学变量的可能性。坐标和动量的不确定量  $\Delta q$  和  $\Delta p$  若同时存在，必满足关系式  $\Delta q \Delta p \sim \hbar$ <sup>②</sup>；这两个量中，测量一个的准确度愈高，则同时测量另一个的准确度就愈低。

但重要的是，电子的每一个动力学变量都能在任意短的时间间隔内以任意高的精确度进行测量。这种情况对于全部非相对论性量子力学起着基本的作用。正因为这样，作为这个理论结构基础的波函数概念才能引入。实际上，波函数  $\psi(q)$  的物理意义在于：它的模的平方决定了在给定时刻对电子进行测量得到某种坐

---

① 与第三卷 § 1 相同，为简单起见，我们说的电子可指任何量子系统。

② 本节中我们用通常的单位。

标值的几率。显然，原则上能够实现对坐标进行任意精确而迅速的测量是引入这种几率概念的必要前提。否则，这个概念就变得毫无内容而失去物理意义。

极限速度(光速  $c$ )的存在对测量不同物理量的可能性予以新的原则上的限制(Л. Д. Ландау, R. Peierls, (1930))。

在第三卷 § 44 中曾得到关系式

$$(v' - v) \Delta p \Delta t \sim \hbar, \quad (1.1)$$

它把电子动量的不确定量  $\Delta p$  与测量过程的持续时间  $\Delta t$  联系起来。 $v$  和  $v'$  是测量前和测量后电子的速度。从这个关系式得出，只有测量过程本身使电子的速度改变足够大，才能在足够短的时间内对动量进行足够精确的测量(即在很小的  $\Delta t$  内得到很小的  $\Delta p$ )。在非相对论理论中，这种情况是短时间内动量不可能重复测量的一种表现，但是由于差  $v' - v$  可以任意大，这里无论如何还没有涉及到原则上是否可以对动量进行任意精确的一次测量的问题，极限速度的存在从根本上改变了事情的状况。差  $v' - v$  和速度自身一样，现在不能超过  $c$ (更确切地说，不能超过  $2c$ )。在式(1.1)中用  $c$  代替  $v' - v$ ，我们得到关系式

$$\Delta p \Delta t \sim \frac{\hbar}{c}, \quad (1.2)$$

它原则上决定了在给定的时间间隔  $\Delta t$  内动量测量的最大可达精度。这样一来，在相对论理论中，对动量做任意精确而迅速的测量，原则上是不可能的。只有当测量时间趋于无穷大时，才能精确地测量动量( $\Delta p \rightarrow 0$ )。

有理由认为，关于电子坐标本身的可测量性问题也发生了变化。在理论的数学表述上，这表现为坐标的精确测量与自由粒子具有正能量互不相容。后面我们将看到，自由粒子相对论波动方程的完全本征函数系(除了具有“正确的”时间关系的解外)也包

含“负频率”的解。在一般情况下，这些函数是限制在不大的空间区域中的电子波包的展开。

将要证明，“负频率”的波函数与反粒子——正电子的存在有关。这些函数在波包展开式中的出现，反映了在测量电子坐标过程中一般不可避免地要形成电子-正电子对。测量过程本身不能控制新粒子的产生，这就使电子坐标的测量失去了意义。

在电子的静止系统中，电子坐标测量的最小误差为

$$\Delta q \sim \frac{\hbar}{mc}. \quad (1.3)$$

此值（从量纲角度考虑是唯一容许的）所对应的动量不确定量为  $\Delta p \sim mc$ ，它也对应于粒子对形成的最小阈能。

在电子以能量  $\varepsilon$  运动的参照系中，代替式(1.3)，我们得到

$$\Delta q \sim \frac{c\hbar}{\varepsilon}. \quad (1.4)$$

特别是在极端相对论的极限情形下，能量和动量的关系为  $\varepsilon \approx cp$ ，这时

$$\Delta q \sim \frac{\hbar}{p} \quad (1.5)$$

即误差  $\Delta q$  与粒子的德布罗意波长相合<sup>①</sup>。

对光子来说，极端相对论情形永远存在，因而表达式(1.5)是正确的。这意味着只有当问题的特征线度与波长相比很大时，谈论光子的坐标才有意义。但这不是别的，正是与几何光学相应的“经典”极限情形；只有在几何光学中才能讲光沿一定轨道（光线）的传播。而在量子情形下，当波长不能看成很小时，光子坐标的概

<sup>①</sup> 此处讲的是可以根据实验的任意结果得出有关电子状态结论的那种测量。也就是说，当观察结果的几率不为 1 时，我们必须撇开借助碰撞测量坐标的方法。虽然在这种情形下，根据被测量粒子发生偏转这一事实能够对电子的位置做出结论，但是如果这种偏转不出现，一般就得不到任何结论。