目　录

第 1 章　高次方程图算法

第 2 章　水力学图算法

第 3 章　工程结构图算法

第4章 给水排水图算法

附 图

附 录

第1章 高次方程图算法

本章介绍的三次方程、四次方程及二项方程图算法，在图上画一两条直线就求出近似实根，接着可用迭代法或弦位法提高根的精度

1.1 三次方程图算法

附图1.1用以求三次方程 $x^3-ax^2-bx-c=0$ 之实根，用图时须注意下列性质

1 方程 $f(x)=0$ 之负根，就是 $f(-x)=0$ 之正根改成负号，本式之 $f(-x)=x^3-ax^2+bx-c=0$。

2 方程 $x^n+ax^{n-1}+\cdots=0$ 各根之和与系数 a 的绝对值相等，符号相反。

3 实系数三次方程，其三根皆为实数或一根为实数、两根为虚数

4 若已知方程 $x^3+ax^2+bx+c=0$ 之一根 x_1，解二次方程（1.1.1）可求出其余二根

$$x^2-\left(\frac{b}{x_1}-\frac{c}{x_1^2}\right)x-\frac{c}{x_1}=0 \qquad (1.1.1)$$

例1.1.1 解 $33.2v_c^3-11\,986v_c+18\,326=0$。（文献[5]，70页）

解 原式即 $v_c^3-361.024v_c+551.988=0$

设 $v_c=10x$ 代入 $(10x)^3-361.024(10x)+551.988=0$

除以 10^3 得 $x^3-3.610\,24x+0.551\,988=0$

以 $b=-3.61$，$c=0.552$ 在附图1.1画直线③，交曲线 $a=0$ 得 $x_1=1.83$，$x_2=0.15$，x_2不合题意，用 $v_{c0}=1.83\times10=18.3$ 迭代提高精度。

$$v_{c1}=\sqrt[3]{361.024\times18.3-551.988}=18.226$$

$$v_{c2}=\sqrt[3]{361.024\times18.226-551.988}=18.200$$

……

$v_{c8}=v_{c9}=18.184$，故取 $v_c=18.184$

例1.1.2 解 $x^3-5x^2+6x-1=0$。（文献[2]，2-243页）

解 以 $b=6$，$c=-1$ 在附图1.1画直线④，交曲线 $a=-5$ 得 $x_1=3.25$，$x_2=1.52$，$x_3=0.21$，用迭代法提高 x_1 的精度：

$$x_{1-1}=\sqrt[3]{5\times3.25^2-6\times3.25+1}=3.2495$$

……

$x_{1-5}=3.2483$，$x_{1-6}=3.2481$，故取 $x_1=3.248$

用式 (1.1.1) 解二次方程

$$x^2-\left(\frac{6}{3.248}-\frac{1}{3.248^2}\right)x+\frac{1}{3.248}=0$$

得 $\qquad x_2=1.554$ ， $x_3=0.198$

用性质 2 验算 $\qquad 3.248+1.554+0.198=5=-a$

1.2 四次方程图算法

附图 1.2 用以求四次方程 $y^4+Ay^3+By^2+Cy+D=0$ (1.2.1)

之实根，用图须知：

1. 先将式 (1.2.1) 化成缺三次项的方程。

设 $\qquad y=x-A/4$ (1.2.2)

代入式 (1.2.1) 得 $\qquad x^4+ax^2+bx+c=0$ (1.2.3)

系数关系为

$$\left.\begin{aligned} a&=-\frac{3}{8}A^2+B \\ b&=\frac{A^3}{8}-\frac{AB}{2}+C \\ c&=-3\left(\frac{A}{4}\right)^4+\left(\frac{A}{4}\right)^2B-\frac{AC}{4}+D \end{aligned}\right\} \qquad (1.2.4)$$

2. 求负根的方法，是求 $f(-x)=x^4+ax^2-bx+c=0$ 之正根再改成负号。

3. 实根数目的有三种类型：

(1) 4 个实根，例如 $x^4-5x^2+4=0$ 的根为 ±1 及 ±2 。

(2) 2 个实根，例如 $x^4+x^2+4x-3=0$ 的根为 $(-1\pm\sqrt{5})/2$ 及 $(1\pm i\sqrt{11})/2$。

(3) 0 个实根，例如 $x^4+1.75x^2+0.75=0$ 的根为 $\pm i$ 及 $\pm i\sqrt{3}/2$。

判别三种类型实根的通常方法，是用 b 和 c 值，$-b$ 和 c 值在附图 1.2 画直线，与 a 曲线的交点数就是实根数。

例 1.2.1 解四次方程

$$V^2=29-\frac{750V}{135.6-V^2}$$ （文献（18）331 页）

解 原方程即 $\quad V^4-164.6V^2-750V+3\,932.4=0$ (1.2.5)

设 $V=10x$，代入上式得 $(10x)^4-164.6(10x)^2-750(10x)+3\,932.4=0$

除以 10^4 得 $\qquad x^4-1.646x^2-0.75x+0.393\,24=0$

以 $b=-0.75$, $c=0.393$ 在附图 1.2 画直线①，交曲线 $a=-1.646$ 得 $x_1=0.316$ ，$x_2=1.4$ ，x_2不合题意。所以 $V=0.316\times10=3.16$ 。用弦位法提高精度：代入式 (1.2.5) 计算

$$f(3.16)=3.16^4-164.6\times3.16^2-750\times3.16+3\,932.4=18.48$$

$f(3.18)=-14.84$，所以 V 介于 3.16 与 3.18 之间。用式 (附 1.1) 计算：

$$V=3.16+(3.18-3.16)\div(1+14.84\div18.48)=3.17\text{m/s}$$

例1.2.2 解例2.3.3推导出的四次方程

$$\xi^4+6\xi^3+4.3265\xi^2-4.8980\xi-1.6327=0$$

解 1. 化成缺二次项的方程。由式(1.2.4)算出新系数

$$a=-\frac{3}{8}\times6^2+4.3265=-9.1735,\ b=\frac{6^3}{8}-\frac{6}{2}\times4.3265-4.8980=9.1225$$

$$c=-3\left(\frac{6}{4}\right)^4+\left(\frac{6}{4}\right)^2\times4.3265+\frac{6}{4}\times4.8980-1.6327=0.2614$$

得到新方程 $X^4-9.1735X^2+9.1225X+0.2614=0$

2. 上式系数超过附图1.2的范围，须缩小才能用图。设 $X=2x$，代入上式得

$$(2x)^4-9.1735(2x)^2+9.1225(2x)+0.2614=0$$

除以 2^4，得 $x^4-2.293x^2+1.140x+0.016=0$ (1.2.6)

以 $b=1.14$, $c=0.016$ 在附图1.2画斜线②，交曲线 $a=-2.293$ 得 $x_1=1.13$、$x_2=0.54$ 不合题意。

3. 用弦位法提高精度，代 x_1 入式(1.2.6)，

$$f(1.13)=1.13^4-2.293\times1.13^2+1.140\times1.13+0.016=0.0068,\ f(1.12)=-0.0100$$

代入式(附1.1)计算 $x=1.12+(1.13-1.12)\div(1+0.0068\div0.0100)=1.126$

∴ $X=2x=2.252$

由式(1.2.2)得 $\xi=2.252-6/4=0.752$

1.3 三项方程图算法

在只有三项的方程 $X^m+aX^n+b=0$ 中，已知 m, n, a 和 b 值时，可用附图1.3或附图1.4求出 X^n，然后算出 X。式中 $m>n$。

例1.3.1 群论的创立者、法国数学家伽罗华曾经指出方程 $x^5-4x-2=0$ 没有代数解。在此试用图算法求出近似实根。

解 以 $a=-4$, $b=-2$ 在附图1.3画直线⑧，交曲线 $m/n=5/1=5$，得 $X^n=x=1.52$。用计算器迭代提高精度：

$$x_1=\frac{x^5-2}{4}=\frac{1.52^5-2}{4}=1.5284,\quad x_2=\frac{1.5284^5-2}{4}=1.5851,\quad x_3=\frac{1.5851^5-2}{4}=2.0016,$$

迭代出现发散，改用反函数迭代一定收敛[20]。

$$x_1=(4x+2)^{0.2}=(4\times1.52+2)^{0.2}=1.5187,\quad x_2=(4\times1.5187+2)^{0.2}=1.5185,$$

$$x_3=1.5185,$$

∴ $x=1.5185$

其他例题见例1.4.1，例2.1.4.1，例2.1.4.2，例4.5，例4.7。

1.4 扩大图尺使用范围的一个方法

图算中经常出现已知数超出图尺范围，一时无法使用算图的情况。解决的方法是在算图上下两边添横向图尺。如图1.4.1 的A 和B 尺，就能把a 和b 尺的取值范围扩大无穷。

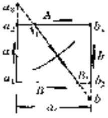

图 1.4.1

当a_3大于a尺的上界a_2、b_3小于b尺的下界b_1时，在图上不能作出a_3和b_3点，但能算出直线a_3b_3与图尺A和B的交点值，从而绘出线段A_1B_1。

图 1.4.1 的a和b尺为相同的均等分度，$a_1=b_1$，$a_2=b_2=0$，A和B 尺为相同的均等分度，两尺左端起点为0。四尺皆按箭头方向递增。

由
$$\frac{A_1}{a_1-a_2}=\frac{a_0-A_1}{b_2-b_1}$$

得
$$A_1=\frac{a_0(a_1-a_2)}{a_2-b_1} \tag{1.4.1}$$

由
$$\frac{B_1}{a_2-a_1}=\frac{a_0-B_1}{b_1-b_2}$$

得
$$B_1=\frac{a_0(a_2-a_1)}{a_2-b_1} \tag{1.4.2}$$

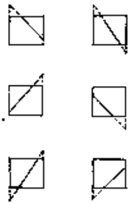

图 1.4.2

a_3和b_3中有一个或两个超出图尺范围的6种情况，如图1.4.2所示，都可以用式（1.4.1）和式（1.4.2）计算交点A_1和B_1值。

例 1.4.1 用附图1.3解三项方程

$$X^{9.26}+X^{5.41}-12.96=0$$

解 附图1.3的图宽$a_0=14$cm，$a_1=-10$，$a_2=0$。该图可解$X^m+a_2X^n+b_1=0$型三项方程。本例$a_2=1$，$b_1=-12.96$，代入式（1.4.1）及式（1.4.2）计算

$$A_1=\frac{14(1-0)}{1-(-12.96)}=1.003,\quad B_1=\frac{14[1-(-10)]}{1-(-12.96)}=11.032$$

用A_1和B_1值在附图1.3画直线①，交曲线$m/n=9.26/5.41=1.71$，得$X^m=X^{9.26}=3.65$，则$X=3.65^{1/9.26}\approx 1.27$。用计算器迭代计算，提高根的精度

$$X_1=(12.96-1.27^{5.41})^{1/9.26}=1.2726,\qquad X_2=(12.96-1.2726^{5.41})^{0.108}=1.2720$$

$$X_3=(12.96-1.2720^{5.41})^{0.108}=1.2721,\qquad X_4=(12.96-1.2721^{5.41})^{0.108}=1.2721$$

∴ $X=1.2721$

验算 $1.2721^{9.26}+1.2721^{5.41}-12.96=0.0015$

第2章 水力学图算法

2.1 管 流

2.1.1 长管流量图算法

在此论述的长管是指沿程没有支管的简单管路。长管的局部水头损失比沿程水头损失小得多，计算时不计局部水损。本节介绍已知 h_w、l、D、ν 和 K，求 Q 时不用试算。

图算依据：将常用的莫迪（Moody）图表示为隐函数式

$$f=F(R_e,\ K/D) \tag{2.1.1.1}$$

又

$$R_e=\frac{DV}{\nu}=\frac{D}{\nu}\sqrt{\frac{2gh_w D}{fl}}$$

设

$$K_1=\frac{D}{\nu}\sqrt{\frac{2gh_w D}{l}} \tag{2.1.1.2}$$

则

$$f=\left(\frac{K_1}{R_e}\right)^2 \tag{2.1.1.3}$$

式（2.1.1.1）等于式（2.1.1.3），得 $K_1=R_e\sqrt{F(R_e,\ K/D)}$

由上式在莫迪图基础上绘成图2.1.1。

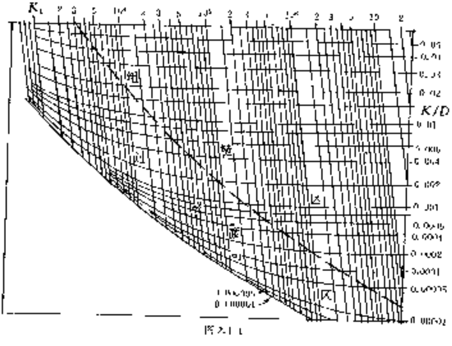

图2.1.1

求解时，先算出相对粗糙率 K/D，再由式（2.1.1.2）算出 K_1，在图 2.1.1 中画出一点。如果此点位于粗糙区，则用式（2.1.1.4）计算；如果此点位于过渡区，则用式（2.1.1.5）计算。

卡门公式

$$\frac{1}{\sqrt{f}}=-2\lg\frac{K}{3.7D} \tag{2.1.1.4}$$

柯莱布鲁克—怀特公式

$$\frac{1}{\sqrt{f}}=-2\lg\left(\frac{K}{3.7D}+\frac{2.51}{K_1}\right) \tag{2.1.1.5}$$

算出 $1/\sqrt{f}$ 值后，由下式计算 Q：

$$Q=\frac{\pi}{4}D^2V=\frac{\pi D^2}{4}\cdot\frac{R_e\nu}{D}=\frac{\pi D\nu}{4}\cdot\frac{K_1}{\sqrt{f}}=0.7854\frac{K_1D\nu}{\sqrt{f}} \tag{2.1.1.6}$$

例 2.1.1.1 温度为 20℃ 的水在 $D=0.5$m 的焊接钢管中流动，已知水力坡度 $J=0.006$，$K/D=0.046/500=0.000\,09$，求管中流量。(文献[3]例5)

解 代已知值入式（2.1.1.2）计算

$$K_1=\frac{0.5}{1\times10^{-6}}\sqrt{2g\times0.006\times\frac{0.5}{1}}=1.212\times10^5$$

在图 2.1.1 画斜线 $K_1=1.212\times10^5$ 与曲线 $K/D=0.000\,09$ 的交点 1，位于过渡区，用式（2.1.1.5）计算

$$\frac{1}{\sqrt{f}}=-2\lg\left(\frac{0.000\,09}{3.7}+\frac{2.51}{1.212\times10^5}\right)=8.69$$

代入式（2.1.1.6），则

$$Q=0.785\,4\times1.212\times10^5\times0.5\times10^{-6}\times8.69=0.41\text{m}^3/\text{s}$$

例 2.1.1.2 一条新的钢管输水管道，管径 $D=0.15$m，管长 $l=1200$m，测得沿程水头损失 $h_f=37$m，水温为 20℃，试求管中流量 Q。(文献[5]130页)

解 取新钢管的 $K=0.000\,1$m，由水温为 20℃ 查文献引附表 1-2，得 $\nu=1.003\times10^{-6}$ m²/s，相对粗糙率为 $K/D=0.000\,1/0.15=0.000\,67$。

用式（2.1.1.2）计算

$$K_1=\frac{0.15}{1.003\times10^{-6}}\sqrt{2g\times\frac{37\times0.15}{1200}}=4.5\times10^4$$

在图 2.1.1 画斜直线 $K_1=4.5\times10^4$ 与曲线 $K/D=0.00067$ 的交点 2，位于过渡区，用式（2.1.1.5）计算

$$\frac{1}{\sqrt{f}}=-2\lg\left(\frac{0.000\,67}{3.7}+\frac{2.51}{4.5\times10^4}\right)=7.25$$

代入式（2.1.1.6）

$$Q=0.785\,4\times4.5\times10^4\times0.15\times1.003\times10^{-6}\times7.25=0.038\,6\text{m}^3/\text{s}$$

2.1.2 长管直径图算法

本节介绍长管的简单管路计算中，已知 $h_{沿}$，l，Q，ν 和 K，求 D 时不用试算，这一方法是由图 2.1.2 与附图 2.1.2 结合使用，答案精度有所提高。

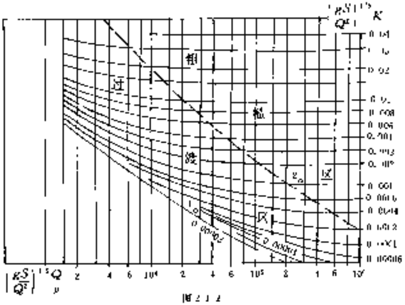

图 2.1.2

已知沿程水头损失 $h_{沿}=f\dfrac{lv^2}{2gD}$

即 $$v^2=\frac{2gDh_{沿}}{fl} \tag{2.1.2.1}$$

又 $Q^2=\left(\dfrac{\pi}{4}D^2v\right)^2$

即 $$D^4=\frac{Q^2}{(\pi/4)^2v^2} \tag{2.1.2.2}$$

代式 (2.1.2.1)入式(2.1.2.2) $$D^5=\frac{Q^2lf}{12.1h} \tag{2.1.2.3}$$

设已知值 $$K_2=\frac{Q^2l}{12.1h} \tag{2.1.2.4}$$

则 $$D=K_1^{1/5}f^{1/5} \tag{2.1.2.5}$$

由式 (2.1.1.5) 得 $$10^{\frac{1}{2\sqrt{f}}}=\frac{K}{3.7D}+\frac{2.51}{R_e\sqrt{f}} \tag{2.1.2.6}$$

由式 (2.1.1.6) 得
$$Re=\frac{4Q}{\pi D\nu} \tag{2.1.2.7}$$

代式 (2.1.2.5) 及式 (2.1.2.7) 入式 (2.1.2.6)

$$10^{-\frac{1}{2f^{1/2}}}=\frac{K}{3.7K_2^{1/5}f^{1/5}}+\frac{2.51K_2^{1/5}f^{1/5}}{\frac{4Q}{\pi\nu}f^{1/2}}$$

即
$$f^{1/5}10^{-\frac{1}{2f^{1/2}}}=\frac{K}{3.7K_2^{1/5}}+\frac{2.51K_2^{1/5}\pi\nu}{4Q}f^{-\frac{1}{10}}$$

设已知值
$$K_3=\frac{K}{3.7K_2^{1/5}} \tag{2.1.2.8}$$

$$K_4=\frac{2.51\pi\nu K_2^{1/5}}{4Q} \tag{2.1.2.9}$$

代入上式后得
$$f^{1/5}10^{-\frac{1}{2f^{1/2}}}=K_3+K_4f^{-\frac{1}{10}} \tag{2.1.2.10}$$

由式 (2.1.2.10) 作成附图2.1.2。用该图之前，须在图2.1.2判别例题属于哪一区。若在粗糙区，则式 (2.1.2.10) 的 K_4为0，因为粗糙区用式 (2.1.1.4)。

例 2.1.2.1 清洁的、新铸铁管用来输送 $Q=0.25\text{m}^3/\text{s}$ 的油，$\nu=9.29\times10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$，在管长 3 000m 上有能头损失 $h=23\text{m}$，试计算其管径 D。(见教材90页)

解 查文献[3] 表 4.3，$K=0.046\text{mm}$，先算出图 2.1.2 的坐标值

$$\left(\frac{gh}{LQ^2}\right)^{1/5}K=\left(\frac{9.8\times23}{3\ 000\times0.25^2}\right)^{1/5}\times0.000\ 046=0.000\ 047\ 7$$

$$\left(\frac{gh}{LQ^2}\right)^{1/5}\frac{Q}{\nu}=\left(\frac{9.8\times23}{3\ 000\times0.25^2}\right)^{1/5}\times\frac{0.25}{9.29\times10^{-6}}=2.79\times10^6$$

由以上两值在图 2.1.2 画出点 1，位于过渡区，须算出 K_3 和 K_4 值。用式 (2.1.2.4)

$$K_2^{1/5}=\left(\frac{0.25^2\times3\ 000}{12.1\times23}\right)^{1/5}=0.924$$

代入式 (2.1.2.8) 和式 (2.1.2.9) 计算

$$K_3=\frac{0.000\ 046}{3.7\times0.924}=0.000\ 013\ 5,\quad K_4=\frac{2.51\pi\times9.29\times10^{-6}\times0.924}{4\times0.25}=0.000\ 067\ 7$$

在附图 2.1.2 画直线①，交曲线得 $f^{1/5}=0.453\ 8$，代入式 (2.1.2.5) 计算

$$D=0.924\times0.453\ 8=0.419\text{m}，采用 D=450\text{mm}$$

例 **2.1.2.2** 一长为 2 400m 的等直径水平铸铁管，已知总水头 $h=30m$，出口为大气压，需通过温度 $t=20$ ℃，流量 $Q=250l/s$ 的水，试确定输水管直径。(文献[23]5－54页)

解 查文献[23]表 5.5－2，$K=0.001m$。算出图 2.1.2 的坐标值

$$\left(\frac{gh}{lQ^2}\right)^{1/5}K=\left(\frac{9.8\times 30}{2\ 400\times 0.25^2}\right)^{1/5}\times 0.001=0.001\ 14$$

由文献[23]表 5.1.17，查得 $\nu=1.01\times 10^{-6}m^2/s$，故

$$\left(\frac{gh}{lQ^2}\right)^{1/5}\frac{Q}{\nu}=\left(\frac{9.8\times 30}{2\ 400\times 0.25^2}\right)^{1/5}\frac{0.25}{1.01\times 10^{-6}}=2.83\times 10^5$$

在图 2.1.2 画出点 2，位于粗糙区，故 K_1 为 0，只须算出 K_2，用式(2.1.2.4)和式(2.1.2.8)计算

$$K_2^{1/5}=\left(\frac{0.25^2\times 2400}{12.1\times 30}\right)^{1/5}=0.838，K_3=\frac{0.001}{3.7\times 0.838}=0.000\ 322\ 5$$

在附图 2.1.2 画直线②，交曲线得 $f^{1/5}=0.477\ 7$，代入式 (2.1.2.5) 计算

$$D=0.838\times 0.477\ 7=0.400m=400mm$$

2.1.3 分叉管路流量的代数解法

长管路水力计算中有一种分叉管路问题，往常要试算流量，本节的方法能免去试算，由文献[5]157 页得知基本公式为

$$H_1=h_f+h_{f1}=\frac{Q^2}{K^2}l+\frac{Q_1^2}{K_1^2}l_1,\qquad H_2=h_f+h_{f2}=\frac{Q^2}{K^2}l+\frac{Q_2^2}{K_2^2}l_2$$

$$Q=Q_1+Q_2=\frac{K_1}{\sqrt{l_1}}\sqrt{H_1-\frac{Q^2}{K^2}l}+\frac{K_2}{\sqrt{l_2}}\sqrt{H_2-\frac{Q^2}{K^2}l} \tag{2.1.3.1}$$

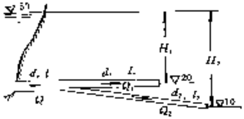

图 2.1.3.1

设已知值

$$a=K_1/\sqrt{l_1} \tag{2.1.3.2}$$

$$b=K_2/\sqrt{l_2} \tag{2.1.3.3}$$

$$c=l/K^2 \tag{2.1.3.4}$$

代入式（2.1.3.1）得 $$Q=a\sqrt{H_1-cQ^2}+b\sqrt{H_2-cQ^2}$$

上式可化成方程 $$AQ^4+BQ^2+C=0 \qquad (2.1.3.5)$$

式中 $$A=1+c\,(a^4c+b^4c+2a^2+2b^2-2a^2b^2c) \qquad (2.1.3.6)$$

$$B=-2H_1a^4c-2H_2b^4c-2H_1a^2-2H_2b^2+2(H_1+H_2)a^2b^2c \qquad (2.1.3.7)$$

$$C=(H_1a^2-H_2b^2)^2 \qquad (2.1.3.8)$$

算出系数 A、B 和 C 后，解方程可得 Q。

例 2.1.3.1 如图 2.1.3.1 所示管路自水库取水。已知，干管直径 $d=0.8\text{m}$，长度 $l=5\text{km}$，支管 1 的直径 $d_1=0.6\text{m}$，长度 $l_1=10\text{km}$；支管 2 的直径 $d_2=0.5\text{m}$，长度 $l_2=15\text{km}$。管壁的粗糙系数 $n=0.0125$，高差 $H_1=30\text{m}$，$H_2=40\text{m}$。试求两支管的出流量 Q_1 及 Q_2。（文献[5]157 页）

解 查文献[5]附表 5－1 得 $K=13.57\times10^3\text{l/s}$，$K_1=6.386\times10^3\text{l/s}$，$K_2=3.927\times10^3\text{l/s}$。代已知数入式（2.1.3.2），式（2.1.3.3）和式（2.1.3.4）计算

$$a=\frac{6.386}{\sqrt{10\ 000}}=0.063\ 86\ ,\ b=\frac{3.927}{\sqrt{15\ 000}}=0.032\ 06\ ,\quad c=\frac{5\ 000}{13.57^2}=27.15$$

按式（2.1.3.6）～（2.1.3.8）算出 A，B，C 后得

$$1.283\ 9Q^4-0.340\ 1Q^2+0.006\ 6=0$$

解 Q^2 的二次方程得 $Q^2=0.2437$，$Q=0.494\text{m}^3/\text{s}$

$$Q_1=a\sqrt{H_1-cQ^2}=0.063\ 86\sqrt{30-27.15\times0.243\ 7}=0.309\text{m}^3/\text{s}$$

$$Q_2=b\sqrt{H_2-cQ^2}=0.032\ 06\sqrt{40-27.15\times0.243\ 7}=0.185\text{m}^3/\text{s}$$

例 2.1.3.2 水面高程分别为 100m，87m 和 75m 的三个贮水池，用图 2.1.3.2 那样的管路连接。各管的尺寸及 f 如下表所给时，求各管流量。（文献[18]216 页）

管路	管长 l(m)	管径 D(m)	f
AB	500	0.35	0.0298
BC	300	0.35	0.0298
BE	1,000	0.50	0.0265

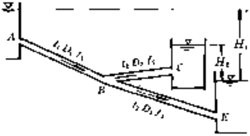

图 2.1.3.2

解 文献[18]式（4.36）中的 $g\pi^2D^5/8f$ 相当于式（2.1.3.1）中的 K^2，故有

$$K_1^2=\frac{g\pi^2\times0.35^5}{8\times0.029\ 8}=2.131\ ,\ K_1=K_2=1.460\ ,\quad K_3^2=\frac{g\pi^2\times0.5^5}{8\times0.026\ 5}=14.257$$

代入式 (2.1.3.2)，式 (2.1.3.3) 和式 (2.1.3.4) 计算

$$a=\frac{1.460}{\sqrt{500}}=0.065\,3,\ b=\frac{1.460}{\sqrt{300}}=0.084\,3,\ c=\frac{1\,000}{14.257}=70.1$$

$$H_1=100-75=25\text{m},\qquad H_2=87-75=12\text{m}$$

由管径分析所知 $Q_3=Q_1+Q_2$，得到式 (2.1.3.1) 形式的方程

$$Q_3=0.065\,3\sqrt{25-70.1Q_3^2}+0.084\,3\sqrt{12-70.1Q_3^2}$$

代上式系数入式 (2.1.3.6)，(2.1.3.7) 和 (2.1.3.8) 算出新系数，得到方程

$$2.633\,9Q_3^4-0.375\,3Q_3^2+0.000\,454=0$$

解得

$$Q_3^2=0.141\,3,\quad Q_3=0.376\text{m}^3/\text{s}$$

$$Q_1=0.065\,3\sqrt{25-70.1\times 0.141\,3}=0.254\text{m}^3/\text{s}$$

$$Q_2=0.084\,3\sqrt{12-70.1\times 0.141\,3}=0.122\text{m}^3/\text{s}$$

2.1.4 倒虹吸管直径图算法

水力学中计算倒虹吸管直径时常用试算法，如用附图1.3或附图1.4可以免去试算，举例如下。

例 2.1.4.1 某渠道与河道相交，用钢筋混凝土的倒虹吸管穿过河道与下游渠道相连接，如图 2.1.4.1 所示。管长 $l=50$m，沿程阻力系数 $\lambda=0.025$，管道折角 $\alpha=30°$。当上游水位为 110m，下游水位为 107m，通过流量 $Q=3\text{m}^3/\text{s}$ 时，求管径。(文献[1]209页)

图 2.1.4.1

解 因倒虹吸管出口在下游水面以下，为管道淹没出流。由式

$$Q=\mu_0\omega\sqrt{2gZ_0}\quad 及\ \mu_0=\frac{1}{\sqrt{\lambda\frac{l}{d}+\sum\zeta}}$$

得

$$Z_0=\frac{Q^2}{2g\omega^2\mu_0^2}=\frac{Q^2}{2g\omega^2}\left(\lambda\frac{l}{d}+\sum\zeta\right)=0.082\,6\frac{Q^2}{d^4}\left(\lambda\frac{l}{d}+\sum\zeta\right)$$

已知 $Z_0\approx Z=110-107=3$m 及 Q，l，λ 值，由文献[1]表4.3取管道进口 $\zeta_进=0.5$，

30° 折角转弯 $\zeta_{弯}=0.2$，出口 $\zeta_{出}=1.0$，代入上式得

$$3=0.082\,6\times\frac{3^2}{d^4}\left(0.025\times\frac{50}{d}+0.5+2\times0.2+1\right)$$

即 $$d^5-0.47d-0.31=0$$

上式与三项方程 $x^m+ax^n+b=0$ 对照，$m=5$，$n=1$，$a=-0.47$，$b=-0.31$，用 a 和 b 值在附图 1.4 画直线①，与曲线 $m=5$ 相交，得 $x^n=d=0.94$m。

例 2.1.4.2 一河下圆形断面混凝土倒虹吸管(图 2.1.4.2)，已知：粗糙系数 $n=0.014$，上下游水位差 $Z=1.5$m，流量 $Q=0.5\text{m}^3/\text{s}$，$l_1=20$m，$l_2=30$m，$l_3=20$m，折角 $\theta=30°$，试求管径 d。(文献[5]149 页)

解

$$Q=\mu_c A\sqrt{2gz}，\quad \mu_c=\frac{1}{\sqrt{\zeta_e+2\zeta_{bc}+\zeta_0+\lambda\frac{l}{d}}}$$

$$\alpha=180°-\alpha'=180°-60°=120°$$

$$\zeta_e=0.5+0.3\cos120°+0.2\cos^2 120°=0.4$$

查文献[5]附表 4.4，$\zeta_{bc}=0.2$，$2\zeta_{bc}=0.4$，$\zeta_0=1$

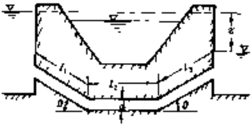

图 2.1.4.2

$$C=\frac{1}{n}R^{1/6}=\frac{1}{0.014}\left(\frac{d}{4}\right)^{1/6}，\quad \lambda=\frac{8g}{C^2}=\frac{8\times9.8}{\left[\frac{1}{0.014}\left(\frac{d}{4}\right)^{1/6}\right]^2}=\frac{0.024\,4}{d^{1/3}}$$

∴ $$\mu_c=\frac{1}{\sqrt{0.4+0.4+1+\frac{0.024\,4}{d^{1/3}}\cdot\frac{70}{d}}}=\frac{1}{\sqrt{1.8+\frac{1.71}{d^{4/3}}}}$$

$$Q=\frac{0.785\,4d^2\sqrt{19.6\times1.5}}{\sqrt{1.8+\frac{1.71}{d^{4/3}}}}，\quad 即\ 0.5=\frac{4.26d^2}{\sqrt{1.8+\frac{1.71}{d^{4/3}}}}$$

整理得 $$72.59d^{16/3}-1.8d^{4/3}-1.71=0$$

设 $D=d^{4/3}$ 代入上式得 $$D^4-0.024\,797D-0.023\,557=0$$

以 $a=-0.024\,8$，$b=-0.023\,6$ 在附图1.4 画直线②，交曲线 $m/n=4$，得 $x^n=D=0.42\sim0.44$。

用迭代法提高精度：

$$D_1=\sqrt[4]{0.024\,797\times0.42+0.023\,557}=0.429\,3$$

$$D_2=\sqrt[4]{0.024\,797\times0.429\,3+0.023\,557}=0.430\,0$$

$$D=0.43，\quad d=D^{3/4}=0.53\text{m}$$

2.2 明渠均匀流

本节给出明渠均匀流计算中，求梯形和矩形明渠底宽 b 和正常水深 h_0 的简化算法。若求 Q 或 i，先由式（2.2.1.3）算出 K，再代入式（2.2.1.2）计算。

2.2.1 梯（矩）形明渠：已知 Q、i、m、n 和 β 时，求 b 和 h_0 的代数解法

在梯形明渠均匀流计算中，已知流量 Q，底坡 i，边坡系数 m，粗糙系数 n 和宽深比 β 时，求底宽 b 和正常水深 h_0 可用下述代数解法。由满宁公式得

$$Q=\frac{1}{n}i^{1/2}R^{2/3}A=\frac{1}{n}i^{1/2}\frac{(bh_0+mh_0^2)^{5/3}}{(b+2h_0\sqrt{1+m^2})^{2/3}}$$

即

$$\left(\frac{nQ}{i^{1/2}}\right)^{3/2}=\frac{(bh_0+mh_0^2)^{5/2}}{b+2h_0\sqrt{1+m^2}} \tag{2.2.1.1}$$

已知

$$\beta=b/h_0$$

设

$$K=\left(\frac{nQ}{i^{1/2}}\right)^{3/2} \tag{2.2.1.2}$$

将 K 和 β 代入式（2.2.1.1）

$$K=\frac{(\beta+m)^{5/2}h_0^4}{(\beta+2\sqrt{1+m^2})} \tag{2.2.1.3}$$

∴

$$h_0=\left[\frac{K(\beta+2\sqrt{1+m^2})}{(\beta+m)^{5/2}}\right]^{1/4} \tag{2.2.1.4}$$

例 2.2.1.1 某抽水站流量 $10\text{m}^3/\text{s}$，渠道为梯形断面，$m=1$，$n=0.02$，$i=1/3\,000$，宽深比 $\beta=5$。试计算此渠道的断面尺寸。（文献[8]134页）

解 将已知数代入式（2.2.1.2）和（2.2.1.4）计算

$$K=\left[\frac{10\times 0.02}{(1/3\,000)^{1/2}}\right]^{3/2}=36.26\ ,\quad h_0=\left[\frac{36.26(5+2\sqrt{2})}{(5+1)^{5/2}}\right]^{1/4}=1.34\text{m}$$

∴ $b=5\times 1.34=6.70\text{m}$

例 2.2.1.2 设计流量 $Q=10\text{m}^3/\text{s}$ 的矩形渠道，$i=0.000\,1$，采用一般混凝土护面（$n=0.014$）。试按水力最佳断面设计渠宽 b 和水深 h。（文献[3]321页）

解 将 m 值代入水力最佳断面的宽深比公式 $\beta=2(\sqrt{1+m^2}-m)=2(\sqrt{1+0}-0)=2$，将已知数代入式（2.2.1.2）和（2.2.1.4）计算

$$K=\left(\frac{10\times 0.014}{0.000\,1^{1/2}}\right)^{3/2}=52.383\ ,\quad h_0=\left[\frac{52.383(2+2)}{2^{5/2}}\right]^{1/4}=2.467\text{m}$$

∴ $b=2\times 2.467=4.934\text{m}$

2.2.2 梯（矩）形明渠：已知 Q、i、m、n和h_0时，求 b 的图算法

在式（2.2.1.3）中，

$$\frac{K}{h_0^{8/3}}=\frac{(\beta+m)^{5/3}}{(\beta+2\sqrt{1+m^2})^{2/3}}$$

设 $$A=\beta+m$$

则 $$b=\beta h_0=h_0(A-m) \tag{2.2.2.1}$$

代入上式

$$\frac{K}{h_0^{8/3}}=\frac{A^{5/3}}{(A-m+2\sqrt{1+m^2})^{2/3}}\quad\text{，}\quad\frac{K}{h_0^{8/3}}(2\sqrt{1+m^2}-m)=A^{5/2}-\frac{AK}{h_0^{8/3}} \tag{2.2.2.2}$$

故 $$B=\frac{K}{h_0^{8/3}}(2\sqrt{1+m^2}-m) \tag{2.2.2.3}$$

$$C=K/h_0^{8/3} \tag{2.2.2.4}$$

代入式（2.2.2.2），得 $B=A^{5/2}-AC$，绘成附图 2.2.2。

例 2.2.2.1 某河道上建一座矩形断面的钢筋混凝土渡槽，渡槽分 4 跨，每跨长 30m 总长 120m。根据渡槽两端渠道尺寸及渠底高程，选定渡槽的底坡 $i=1/2\,000$，槽内水深 $h_0=1.98$m。当设计流量 $Q=11.5\text{m}^3/\text{s}$ 时，试设计渡槽的宽度。（文献[1]243 页）

解 取钢筋混凝土渡槽的糙率 $n=0.014$。将已知代数入式（2.2.1.2）、式(2.2.2.4) 及式（2.2.2.3）计算

$$K=\left[\frac{11.5\times0.014}{\left(\frac{1}{2\,000}\right)^{1/2}}\right]^{3/5}=19.32$$

$$C=\frac{19.32}{1.98^{8/3}}=1.257\text{，}\qquad B=1.257\,(2\sqrt{1+0}-0)=2.514$$

用 B 和 C 值在附图 2.2.2 画直线①，交曲线得 $A=1.88$，代入式（2.2.2.1）计算

$$b=1.98\,(1.88-0)=3.72\text{m}$$

例 2.2.2.2 在底坡为 1.4×10^{-3}，边坡为 1∶1 的混凝土梯形断面渠道中，求水深为 2m，通过的流量为 $60\text{m}^3/\text{s}$ 时的底宽。假设 $n=0.015$。（文献[19]6 页）

解 将已知数代入式（2.2.1.2）、式（2.2.2.4）及式（2.2.2.3）计算

$$K=\left[\frac{60\times0.015}{0.001\,4^{1/2}}\right]^{3/5}=117.97$$

$$C=117.97/2^{8/3}=7.373\text{，}B=7.373(2\sqrt{1+1^2}-1)=13.478$$

用 B 和 C 值在附图 2.2.2 画直线②，交曲线得 $A=4.715$，代入式（2.2.2.1）计算

$$b=2\,(4.715-1)=7.43\text{m}$$

例 2.2.2.3 某梯形渠道流量 Q 为 $10\text{m}^3/\text{s}$，坡度为 1∶4 500，$n=0.022\,5$，$m=2$，水深 $h_0=1.15$m，求底宽 b。