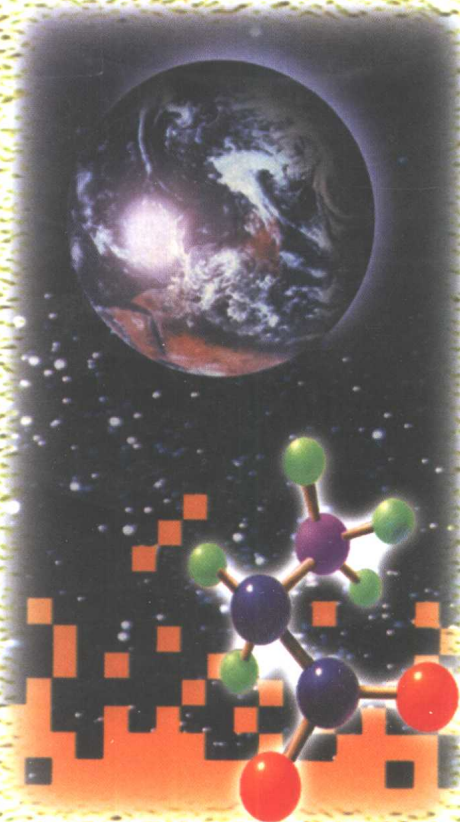




中国科学院研究生教学丛书



矩阵扰动分析

(第二版)

孙继广 著

科学出版社

O241.6

27

中国科学院研究生教学丛书

矩阵扰动分析

(第二版)

孙继广 著

科学出版社

2001

内 容 简 介

本书系统地论述了矩阵扰动分析的理论、方法和新的进展.内容包括:矩阵空间的范数与度量,线性方程组和最小二乘问题的扰动理论,代数特征值问题的扰动理论等.本书不仅是总结作者多年研究工作的专著,而且是一本很好的教材.书中各节都附有难易程度不同的习题.

本书读者对象为高等学校有关专业的高年级学生、研究生、教师和工程技术人员.

图书在版编目(CIP)数据

矩阵扰动分析/孙继广著.—2版.—北京:科学出版社,2001

(中国科学院研究生教学丛书)

ISBN 7-03-009512-X

I.矩… II.孙… III.矩阵-摄动理论 IV.O241.6

中国版本图书馆CIP数据核字(2001)第037556号

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

新蕾印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2001年11月第一版 开本:850×1168 1/32

2001年11月第一次印刷 印张:15 5/8

印数:1—3 000 字数:405 000

定价:32.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈北燕〉)

《中国科学院研究生教学丛书》总编委会

主任 白春礼
副主任 何 岩 师昌绪 杨 乐 汪尔康
 沈允钢 黄荣辉 叶朝辉
委员 朱清时 叶大年 王 水 施蕴渝
 余翔林 冯克勤 冯玉琳 高 文
 洪友士 王东进 龚 立 吕晓澎
 林 鹏

《中国科学院研究生教学丛书》数学学科编委会

主 编 杨 乐
副主编 冯克勤
编 委 王靖华 严加安 文志英 袁亚湘
 李克正

《中国科学院研究生教学丛书》序

在 21 世纪曙光初露,中国科技、教育面临重大改革和蓬勃发展之际,《中国科学院研究生教学丛书》——这套凝聚了中国科学院新老科学家、研究生导师们多年心血的研究生教材面世了.相信这套丛书的出版,会在一定程度上缓解研究生教材不足的困难,对提高研究生教育质量起着积极的推动作用.

21 世纪将是科学技术日新月异,迅猛发展的新世纪,科学技术将成为经济发展的最重要的资源和不竭的动力,成为经济和社会发展的首要推动力量.世界各国之间综合国力的竞争,实质上是科技实力的竞争.而一个国家科技实力的决定因素是它所拥有的科技人才的数量和质量.我国要想在 21 世纪顺利地实施“科教兴国”和“可持续发展”战略,实现小平同志规划的第三步战略目标——把我国建设成中等发达国家,关键在于培养造就一支数量宏大、素质优良、结构合理,有能力参与国际竞争与合作的科技大军,这是摆在我国高等教育面前的一项十分繁重而光荣的战略任务.

中国科学院作为我国自然科学与高新技术的综合研究与发展中心,在建院之初就明确了出成果出人才并举的办院宗旨,长期坚持走科研与教育相结合的道路,发挥了高级科技专家多,科研条件好,科研水平高的优势,结合科研工作,积极培养研究生;在出成果的同时,为国家培养了数以万计的研究生.当前,中国科学院正在按照江泽民同志关于中国

科学院要努力建设好“三个基地”的指示,在建设具有国际先进水平的科学研究基地和促进高新技术产业发展基地的同时,加强研究生教育,努力建设好高级人才培养基地,在肩负起发展我国科学技术及促进高新技术产业发展重任的同时,为国家源源不断地培养输送大批高级科技人才。

质量是研究生教育的生命,全面提高研究生培养质量是当前我国研究生教育的首要任务。研究生教材建设是提高研究生培养质量的一项重要基础性工作。由于各种原因,目前我国研究生教材的建设滞后于研究生教育的发展。为了改变这种情况,中国科学院组织了一批在科学前沿工作,同时又具有相当教学经验的科学家撰写研究生教材,并以专项资金资助优秀的研究生教材的出版。希望通过数年努力,出版一套面向21世纪科技发展,体现中国科学院特色的高水平的研究生教学丛书。本丛书内容力求具有科学性、系统性和基础性,同时也兼顾前沿性,使阅读者不仅能获得相关学科的比较系统的科学基础知识,也能被引导进入当代科学研究的前沿。这套研究生教学丛书,不仅适合于在校研究生学习使用,也可以作为高校教师和专业研究人员工作和学习的参考书。

“桃李不言,下自成蹊。”我相信,通过中国科学院一批科学家的辛勤耕耘,《中国科学院研究生教学丛书》将成为我国研究生教育园地的一丛鲜花,也将似润物春雨,滋养莘莘学子的心田,把他们引向科学的殿堂,不仅为科学院,也为全国研究生教育的发展作出重要贡献。

钱亦群

第二版前言

《矩阵扰动分析》一书在 1987 年出版以后,受到了读者的欢迎.十几年来,矩阵扰动分析仍然是国际上数值代数和矩阵论研究的一个活跃的领域,并且取得了明显的进展,因此有必要根据这一领域的最新成果,对原书进行修改和补充.

本书第二版与第一版的不同之处,有以下几点:

1. 对原书的总体结构进行了调整,原书的第五章提前为第三章.
2. 对原书第一章到第五章的正文、习题和说明,作了部分修改和补充.第二版的第一章 § 9,第二章 § 4.5,第三章 § 5,第四章 § 7.4 和第五章 § 7,是新增加的内容.
3. 增加了第六章:向后扰动分析.
4. 增补了 15 年来国际上有关矩阵扰动分析的文献 200 余篇.

作者希望,本书第二版能够对计算数学工作者、工程技术人员、高等学校有关专业的教师、研究生和高年级学生,提供更多的参考与帮助.

作者感谢科学出版社林鹏副总编的热心支持,感谢刘嘉善编审为本书新版所做的工作.10 年来,瑞典国家自然科学基金会(The Swedish Natural Science Research Council),Umeå 大学科学与技术学院和计算科学系(The Faculty of Science and Technology and the Department of Computing Science, Umeå University)对作者的科学研究工作提供了持续不断的资助,作者在此一并致谢.

欢迎读者对本书新版提出批评指正.

孙继广

2000 年 4 月

于瑞典 Umeå 大学

第一版前言

所谓“矩阵扰动分析”就是研究矩阵元素的变化对于矩阵问题的解的影响. 这个课题的研究, 不仅对于矩阵论和算子理论, 而且对于矩阵计算, 都有重要意义.

与矩阵计算有关的扰动理论及其主要结果是在最近二三十年里得到的. 近十年来, 随着各种科学计算问题的深入与扩大以及计算机的发展, 矩阵扰动理论又有不少新的进展; 同时, 还存在许多问题有待于进一步解决.

这本书是从计算数学的角度, 利用代数方法, 系统地、比较全面地阐述矩阵扰动理论的主要结果. 据作者所知, 国内外还没有一部这样的专门著作.

本书除了介绍必要的预备知识之外, 重点在以下三个方面: 1. 矩阵空间上的范数与度量, 2. 代数特征值问题(包括普通的和广义的特征值问题)的扰动理论, 3. 广义逆与最小二乘问题的扰动理论. 本书在内容上, 力求向读者展示矩阵扰动理论中最基本、最重要的知识、方法和技巧, 以及若干新的进展, 并且对所述结果给出完整的和严格的数学论证. 书中每一节都安排几道难易程度不同的习题, 书末附有比较详细的参考文献目录.

作者曾以本书的部分章节作为教材, 在中国科学院研究生院讲授“矩阵扰动分析”课程. 作者希望, 已经学习过线性代数、数学分析和复变函数论基础教程的读者, 在阅读本书时不致于感到困难.

作者感谢冯康教授以及中国科学院计算中心科学计算部的同志们的鼓励与支持, 感谢复旦大学蒋尔雄同志对书稿仔细认真的审阅.

请读者对本书提出批评指正.

孙继广

1984年国庆节

符 号 表

$\mathbb{C}^{m \times n}$	所有 $m \times n$ 复元素矩阵的全体
$\mathbb{R}^{m \times n}$	所有 $m \times n$ 实元素矩阵的全体
$\mathbb{C}_r^{m \times n}$	$\mathbb{C}^{m \times n}$ 中所有秩为 r 的矩阵的全体
\mathbb{C}^n	所有复 n 维列向量的全体(即 $\mathbb{C}^{n \times 1}$)
\mathbb{R}^n	所有实 n 维列向量的全体(即 $\mathbb{R}^{n \times 1}$)
\mathbb{C}	所有复数的全体(即 \mathbb{C}^1)
\mathbb{R}	所有实数的全体(即 \mathbb{R}^1)
\mathcal{O}_n	所有 $n \times n$ 酉阵的全体
\bar{A}	矩阵 A 的共轭
A^T	矩阵 A 的转置
A^H	矩阵 A 的共轭转置(即 \bar{A}^T)
A^{-1}	矩阵 A 的逆
A^\dagger	矩阵 A 的广义逆(即 A 的 Moore-Penrose 广义逆)
$A > 0$	指矩阵 A 是正定的 Hermite 阵
$A \geq 0$	指矩阵 A 是半正定的 Hermite 阵
I	单位矩阵
$I^{(n)}$	$n \times n$ 单位矩阵
0	零矩阵
$R(A)$	由矩阵 A 的所有列向量所张成的子空间
$N(A)$	矩阵 A 的零空间
G_l^n	\mathbb{C}^n 内所有 l 维列空间的全体
P_A	到 $R(A)$ 上的正交投影算子
$\det A$	矩阵 A 的行列式
$\text{rank}(A)$	矩阵 A 的秩

$\text{tr}(A)$	矩阵 A 的迹
$\rho(A)$	矩阵 A 的谱半径
$\lambda(A)$	矩阵 A 的所有特征值的全体
$\sigma(A)$	矩阵 A 的所有奇异值的全体
$\sigma_+(A)$	矩阵 A 的所有正奇异值的全体
$\sigma_{\max}(A)$	矩阵 A 的最大奇异值
$\sigma_{\min}(A)$	矩阵 A 的最小奇异值
$\ \mathbf{x}\ _2$	向量 \mathbf{x} 的 Euclid 长度
$\ A\ _2$	矩阵 A 的谱范数
$\ A\ _F$	矩阵 A 的 Frobenius 范数
\in	元素属于
\subseteq	集合含于
\cup	集合的并
\cap	集合的交
\emptyset	空集
\Leftrightarrow	等价
\Rightarrow	蕴涵
$\mathcal{A} \times \mathcal{B}$	二子空间 \mathcal{A} 与 \mathcal{B} 的乘积空间, 即 $\mathcal{A} \times \mathcal{B} = \{(a, b) : a \in \mathcal{A}, b \in \mathcal{B}\}$
$m \cdot n$	如无特别说明, m 表示 § m , n 表示 § m 中小节的序号
$(m \cdot n)$	如无特别说明, m 表 § m , n 表示 § m 中的公式序号
$[m]$	如无特别说明, m 表示书末参考文献的序号

(O-1378.0201)

责任编辑：刘嘉善

封面设计：槐寿明



中国科学院研究生教学丛书

ISBN 7-03-009512-X



9 787030 095121 >

ISBN 7-03-009512-X/O-1378

定 价：32.00 元

目 录

第一章 预备知识	(1)
§ 1. 特征值与特征向量	(1)
习题	(3)
§ 2. 初等矩阵	(4)
2.1 初等矩阵的一般形式	(4)
2.2 初等下三角阵	(7)
2.3 初等 Hermite 阵	(8)
习题	(10)
§ 3. 矩阵分解	(11)
习题	(21)
§ 4. 值域	(21)
习题	(25)
§ 5. Kronecker 乘积	(25)
5.1 基本概念	(25)
5.2 应用举例:线性矩阵方程	(26)
习题	(28)
§ 6. 广义逆	(28)
6.1 基本概念	(28)
6.2 基本性质	(31)
习题	(34)
§ 7. 投影	(34)
7.1 幂等阵与投影	(35)
7.2 正交投影	(38)
7.3 AA^\dagger 与 $A^\dagger A$ 的几何意义	(40)
7.4 应用举例:线性最小二乘问题	(42)
习题	(43)
§ 8. 行列式	(44)

8.1	Binet-Cauchy 公式	(44)
8.2	Hadamard 不等式	(46)
	习题	(50)
§ 9.	若干矩阵方程的解	(50)
	习题	(52)
	第一章说明	(52)
第二章	范数与度量	(54)
§ 1.	\mathbb{C}^n 上的范数	(54)
	习题	(59)
§ 2.	$\mathbb{C}^{m \times n}$ 上的范数	(60)
2.1	基本概念	(60)
2.2	算子范数	(63)
	习题	(71)
§ 3.	$\mathbb{C}^{m \times n}$ 上的酉不变范数	(73)
3.1	定义	(73)
3.2	von Neumann 不等式	(74)
3.3	SG 函数	(77)
3.4	酉不变范数的性质	(84)
	习题	(91)
§ 4.	\mathbb{G}_l^n 上的度量	(92)
4.1	基本概念	(92)
4.2	关于 $\ \sin\theta(Z, W)\ _2$	(95)
4.3	关于 $\ \sin\theta(Z, W)\ $	(99)
4.4	其它的度量	(102)
4.5	若干关系式	(108)
	习题	(110)
	第二章说明	(111)
第三章	线性方程组与最小二乘问题扰动分析	(113)
§ 1.	矩阵逆与线性方程组解的扰动	(113)
1.1	矩阵逆的扰动界限	(115)
1.2	线性方程组解的扰动界限	(117)
	习题	(118)

§ 2. 广义逆扰动分析	(119)
2.1 关于一对投影	(119)
2.2 锐角扰动	(128)
2.3 广义逆的扰动界限	(130)
习题	(143)
§ 3. 投影的扰动	(144)
3.1 关于投影的连续性	(144)
3.2 投影的扰动界限	(145)
习题	(150)
§ 4. 线性最小二乘问题扰动分析	(151)
习题	(157)
§ 5. 关于条件数的一点注记	(157)
5.1 基本概念	(157)
5.2 条件数 $c_p(A, b; x)$ 的表达式	(161)
习题	(166)
第三章说明	(167)
第四章 特征值问题扰动分析	(168)
§ 1. 特征值问题的稳定性	(168)
1.1 特征值的连续性	(168)
1.2 扰动性质的数学描述	(173)
习题	(176)
§ 2. Gerschgorin 理论	(176)
2.1 Gerschgorin 定理	(176)
2.2 应用举例	(179)
习题	(182)
§ 3. Hermite 阵的特征值	(183)
3.1 极小极大定理	(183)
3.2 极小极大定理的一般形式	(187)
3.3 Hermite 扰动	(195)
3.4 关于奇异值的扰动	(197)
习题	(199)
§ 4. 正规阵与可正规化阵的特征值	(201)

4.1	正规阵与可正规化阵	(201)
4.2	Hoffman-Wielandt 定理	(202)
4.3	Bauer-Fike 定理	(208)
4.4	Hermite 阵和正规阵的任意扰动	(209)
	习题	(219)
§ 5.	一般方阵的特征值	(220)
5.1	推广的 Bauer-Fike 定理	(220)
5.2	Henrici 定理	(222)
5.3	正规性偏离度的估计	(227)
5.4	Henrici 定理(续)	(231)
5.5	举例	(238)
	习题	(240)
§ 6.	条件数	(241)
6.1	特征值问题病态程度的数据标准	(241)
6.2	几种条件数之间的关系	(246)
	习题	(251)
§ 7.	特征空间的扰动界限	(252)
7.1	Rayleigh 商和剩余	(252)
7.2	Davis-Kahan $\sin\theta$ 定理	(259)
7.3	与近似特征空间有关的其它估计	(265)
7.4	注记	(270)
	习题	(272)
§ 8.	不变子空间的扰动界限	(273)
8.1	不变子空间	(273)
8.2	一个非线性方程及其解的估计	(278)
8.3	剩余与矩阵分离度	(284)
8.4	扰动定理	(290)
	习题	(293)
	第四章说明	(293)
	第五章 广义特征值问题扰动分析	(295)
§ 1.	基本概念	(295)
1.1	正则对与奇异对	(296)

1.2	特征值与特征向量	(298)
1.3	广义特征值问题的稳定性	(303)
1.4	几类重要的正则对	(311)
	习题	(315)
§ 2.	Gerschgorin 理论	(316)
2.1	Gerschgorin 型定理	(316)
2.2	应用举例	(319)
	习题	(323)
§ 3.	定型对的特征值	(324)
3.1	Crawford 数 $c(A, B)$ 的性质	(324)
3.2	\mathbb{C}^n 上的一种投影度量	(326)
3.3	Weyl-Лидский 型定理	(329)
3.4	关于广义奇异值的扰动	(336)
	习题	(341)
§ 4.	正规对、可对角化对与一般正则对的特征值	(342)
4.1	Hoffman-Wielandt 型定理	(343)
4.2	Bauer-Fike 型定理	(348)
4.3	Henrici 型定理	(352)
	习题	(356)
§ 5.	特征空间的扰动界限	(357)
5.1	特征空间	(357)
5.2	$\sin\theta$ 第一定理	(359)
5.3	$\sin\theta$ 第二定理	(371)
	习题	(374)
§ 6.	广义不变子空间的扰动界限	(374)
6.1	广义不变子空间	(374)
6.2	算子 $T(P, Q)$ 和函数 dif	(376)
6.3	逼近定理与扰动定理	(384)
	习题	(388)
§ 7.	广义不变子空间的扰动界限(续)	(388)
7.1	一个非线性方程组及其解的估计	(389)
7.2	广义不变子空间的扰动定理	(391)

习题	(395)
第五章说明	(395)
第六章 向后扰动分析	(397)
§ 1. 线性方程组	(397)
1.1 基本概念	(397)
1.2 范数型向后误差的计算公式	(400)
1.3 分量型向后误差	(402)
1.4 结构向后误差	(403)
1.5 欠定方程组	(405)
习题	(410)
§ 2. 最小二乘问题	(411)
2.1 向后误差的定义	(411)
2.2 $\eta_{LS}(\bar{x})$ 的计算公式	(413)
2.3 $\eta_{MLS}(\bar{x})$ 的计算公式	(420)
习题	(421)
§ 3. 特征值问题	(422)
3.1 一般矩阵的特征值问题	(422)
3.2 Hermite 矩阵特征值问题	(429)
3.3 奇异值分解	(439)
习题	(446)
§ 4. 广义特征值问题	(447)
4.1 基本概念	(447)
4.2 若干计算公式	(449)
习题	(456)
第六章说明	(457)
参考文献	(459)