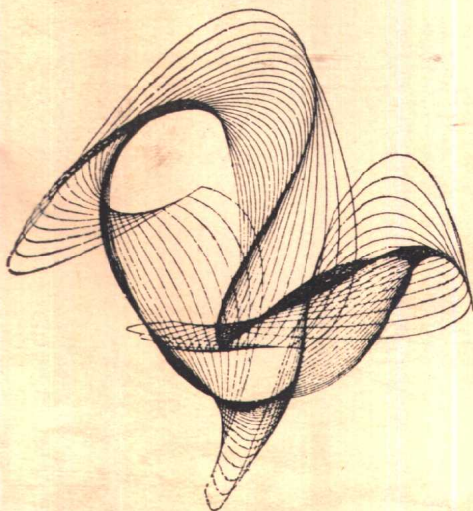


数学

I

[日]小平邦彦 编



吉林人民出版社

数 学

1

(日本高中数学)

〔日〕 小 平 邦 彦 编
高绪珏 王家彦 苏明礼 马忠林 译

吉 林 人 民 出 版 社

数 学

日本东京书籍株式会社

1977

数 学

I

(日本高中数学)

〔日〕小平邦彦 编

高绪珏 王家彦 苏明礼 马忠林 译

*

吉林人民出版社出版 吉林省新华书店发行

长春新华印刷厂印刷

*

787×1092毫米32开本 10%印张 209,000字

1979年5月第1版 1979年5月第1次印刷

印数：1—60,000册

书号：7091·1048 定价：0.93元

内 部 发 行

前 言

数学是具有几千年历史，持续不断进步的学科，尤其是最近几十年，数学的发展更为惊人。

现代数学是从若干基本的假设出发，通过论证而展开的体系，而且这些基本的假设是任意的，只要没有矛盾，可以自由地加以选择。正如康德所说：“数学在本质上是自由的，数学家对于凡是可能思考的事物都可以自由地思考，在这种意义下，可以说数学是人类精神的自由创造物。”

另一方面，数学广泛应用于各个领域。例如复数，如所谓虚数这个名称所表示的，开始是作为不是实际存在的、空想的数而引入的。而现代物理学的基础理论等，没有复数是不可想象的。因此，可以认为复数的世界是真实的实际存在，而实数世界只不过是它的一个断面。又如，概率论表明，就连杂乱无章的现象也受某些数学规律的支配。从上述这些事实来看，数学是构成森罗万象的基础，绝不能认为数学是人类精神随意编造出来的。

可见数学是作为各种学科基础的非常重要的学科。本书是高中数学〈I〉教科书。

在本书第I章，继续学习初中已学过的关于数与式子、分式等基本内容。第II章，学习方程与不等式，特别是二次

方程的解法和与之关联的复数。第Ⅲ章，学习图形与式子的关系。在第Ⅳ章学习向量。第Ⅴ章和第Ⅵ章讲解二次函数、指数函数、对数函数和三角函数等内容。这些函数对于微积分学是重要的，而且应用很广泛。在第Ⅶ章学习概率。

从第Ⅰ章到第Ⅶ章层次应用集合的想法，并且也就逻辑方面予以叙述。在第Ⅷ章中则系统地处理集合和逻辑。并在这一章学习有关映射的内容。

学习数学，充分独立思考是非常重要的。对于抽象、一般的事物，如果通过认真思考作为它的基础的具体实例，则会自然地理解本书的内容。本书考虑到这一点，对抽象、一般的内容，力求从具体实例出发，通俗易懂地进行说明。

例 是为帮助理解课文所示的具体例子。

例题 是为帮助理解有关内容而举的代表性题目，以框线围起来的〔解〕或〔证明〕是示范用的。

注意 *) 注意或页下的脚注，是有助于理解的补充说明。

问 为立刻掌握刚学过的内容，以及为导入新内容而设的问题列入正文。

问题 在各节末尾，为练习在该节所学内容而设的问题。

习题 在各章末尾，列举了全章的复习题和应用题。A是以基本问题为主，而B是程度稍高一些的问题。

附录 卷末的补充问题，是为再提高一步的学习内容。

关于封面与章首插图的说明

封面与各章首插图是用电子计算机由自动制图程序系统绘制的。

例如，第Ⅰ章的插图是在缩小矩形的过程中，沿某曲线旋转而形成的。又如，第Ⅲ章的插图，是将抛物线作平行移动的图形同将二点和正弦曲线上的移动点连接起来的图形以及将直线旋转的图形等合并而成。

内 容 提 要

《数学》是日本现行高中数学教科书，分为Ⅰ、Ⅰ_A及Ⅰ、Ⅰ_B、Ⅱ两套。特别是第二套，使用的更为普遍。另外还有《数学概论》，它的作用相当于《数学Ⅰ》，如学《数学概论》，就不学《数学Ⅰ》。第一套的内容包括：（1）代数和几何（数的扩张，方程和不等式，平面图形及方程，向量，矩阵）；（2）分析（简单函数、三角函数，微积分及其应用）；（3）概率与统计（基本原则，概率分布，统计推断）；（4）集合与逻辑；（5）电子计算机和框图。第二套的内容比第一套的更深入，并给出了明确的极限概念，增加了无穷数列、无穷级数、平面几何公理的构成等内容。

此教材可供中学教师、师范院校师生及教学研究人员了解日本中学数学现代化动态和研究我国中学数学现代化问题参考。

目 录

前言	1
凡例	3
I 数与式子	1
第1节 实数	2
1 数轴与实数	2
2 实数的运算与大小	6
3 平方根式的计算	10
第2节 整式	14
1 整式	14
2 整式的加法、减法、乘法	17
3 展开公式	20
4 因式分解	22
第3节 整式除法与分式	27
1 整式的除法	27
2 整式的最大公约、最小公倍	30
3 分式及其计算	31
4 整数与整式、有理数与有理式的相似点	35
问题	36
习题A, B	37

II	方程与不等式	40
	第1节 二次方程	41
	1 因式分解法	41
	2 复数	43
	3 根的公式	48
	4 根与系数的关系	51
	问题	54
	第2节 方程组与三次以上方程	55
	1 方程组	55
	2 三次以上方程	56
	3 因式定理	58
	问题	63
	第3节 不等式	64
	1 基本性质	64
	2 二次不等式	66
	3 不等式的证明	71
	问题	76
	习题 A, B	77
III	平面图形和方程	80
	第1节 点的坐标	81
	1 直线上点的坐标	81
	2 平面上点的坐标	83
	问题	89
	第2节 直线	89
	1 直线方程	89
	2 二直线的平行条件与垂直条件	92

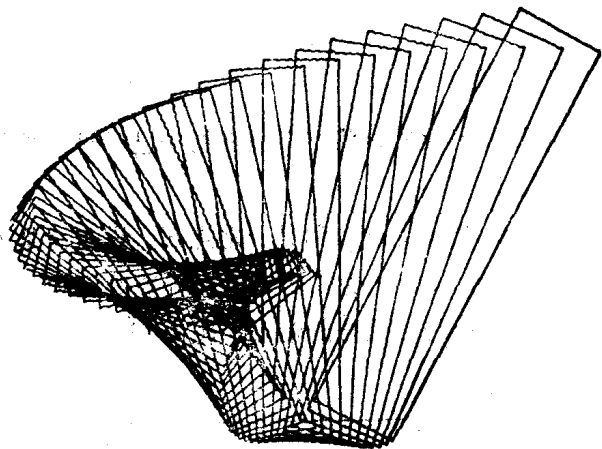
	3 轨迹方程	96
	问题	99
第 3 节	圆	100
	1 圆的方程	100
	2 圆与直线	103
	3 简单的二次曲线	108
	问题	112
第 4 节	不等式的区域	113
	1 不等式的区域	113
	2 联立不等式的区域	117
	3 不等式区域的应用	120
	问题	123
	习题 A, B	124
IV	向量	126
第 1 节	向量及其运算	127
	1 向量的意义	127
	2 向量的加法、减法	129
	3 向量的实数倍	132
	4 向量的分量	135
	问题	142
第 2 节	向量的应用	143
	1 位置向量	143
	2 直线和向量	147
	3 力、速度和向量	150
	问题	152
	习题 A, B	153

V	函数	156
	第1节 简单的函数	157
	1 二次函数和图象	157
	2 二次函数的图象与二次方程、二次不等式	164
	3 函数 $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ 的图象	168
	4 复合函数	171
	问题	174
	第2节 反函数, 指数函数, 对数函数	175
	1 反函数	175
	2 乘方和方根	179
	3 指数法则与指数函数	183
	4 对数函数	188
	问题	196
	习题 A, B	196
VI	三角函数	199
	第1节 三角比	200
	1 正切	200
	2 正弦、余弦	202
	3 三角比的相互关系	203
	问题	204
	第2节 三角函数	205
	1 一般角	205
	2 弧度法	207
	3 三角函数	209
	4 三角函数的图象	213
	5 三角函数的性质	217
	问题	224

第 3 节	三角函数的应用	225
1	在三角形上的应用	225
2	三角形的面积	229
3	三角函数与正投影	230
	问题	232
	习题 A, B	233
VI	概率	236
第 1 节	排列和组合	237
1	加法法则	237
2	乘法法则与直积	239
3	排列	242
4	组合	246
	问题	248
第 2 节	概率	249
1	概率的意义	249
2	事件和集合	252
3	概率的基本性质与加法定理	255
4	条件概率与乘法定理	259
5	独立事件与相依事件	262
	问题	265
	习题 A, B	265
VII	映射、集合、逻辑	268
第 1 节	映射	269
1	映射的意义	269
2	复合映射	273
3	到上映射、一一映射	275
4	逆映射	277

5	平面上点的移动	280
	问题	282
第2节	集合、逻辑	284
1	命题	284
2	等价命题	287
3	条件式与集合	290
4	“所有”和“存在”	291
5	必要条件和充分条件	295
6	交集、并集、余集	298
	问题	299
	习题A, B	300
	附录	302
	研究 欧几里得辗转相除法	303
	补充问题	304
	解答	312
	数表 平方、平方根、倒数表	318
	常用对数表、三角函数表	319

1. 数与式子



第1节 实数

第2节 整式

第3节 整式除法与分式

数学家花费了很长时间才形成了数的概念。从只有正数的世界到把0和负数也包括进来，时间之长是超出想象的。而且，据说从前不相信存在不能用有理数表示的量。毕达哥拉斯学派虽然想用有理数来说明一切，而在另一方面，对发现存在正方形的对角线之长与边长之比是 $\sqrt{2}$ 这样的无理数而大伤脑筋。实数的概念以严密的形式确定下来，还是上一世纪的事。

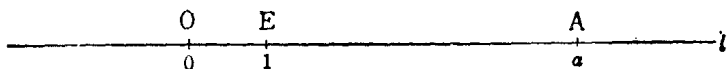
把不论未知量或已知量都用字母的表示式去处理的想法，是十七世纪初维达（1540~1603）确立的。由此使代数学体系化，为今天奠定了广阔发展的基础。

第 1 节 实 数

1 数轴与实数

在这一章学习数轴，将把以前在初中已学过的数的有关内容简单地加以复习。

在一直线 l 上确定点 O 和另一定点 E 。设点 A 是 l 上的任意点。 OA 表示以 OE 的长度为单位所量得的 O 、 A 两点间的距离。除去 O 与 A 重合的情形，距离 OA 是正数。



使直线 l 上的点 A 与定数 a 相对应如下：

从 O 看 A 与 E 在同侧时， $a = OA$

从 O 看 A 与 E 在异侧时， $a = -OA$

A 与 O 重合时， $a = 0$

于是， l 上的每个点分别与数相对应，与不同的两个点对应的数是不等的。

当把直线上的所有点考虑为用数表示其与每个点相对应时，则 l 叫做数轴， O 叫做原点， E 叫做单位点。与数轴 l 上点 A 对应的数叫做 A 的座标，当 a 是 A 的座标时记作 $A(a)$ ，并把点 A 简称做点 a 。

数有很多种，首先，数东西时所使用的数

$$1, 2, 3, \dots$$

叫做自然数或正整数。

$$-1, -2, -3, \dots$$

叫做负整数。正整数、负整数以及0统称为整数。

整数，如下图所示，用数轴上的按相等间隔排列的点表示。相邻两点 $A_{(m)}$ 与 $B_{(m+1)}$ 的间隔是1。



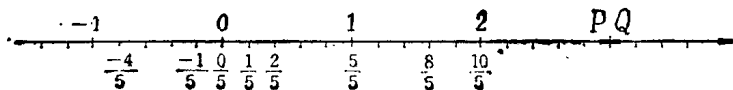
如上，按水平画出数轴时，通常把单位点 E 取在原点的右侧。也就是正方向（数逐渐变大的方向）是向右的。

问1 试求 $A(-8)$ 与 $B(20)$ 两点间的距离。

用整数 m ， n 表为 $\frac{m}{n}$ 形式的数叫做有理数。因为整数 m 可以表为 $\frac{m}{1}$ ，所以是有理数。

设取定一个自然数 n ， $\frac{m}{n}$ (m 是整数) 形式的有理数，可用数轴上按 $\frac{1}{n}$ 间隔排列的点表示。

下图是表示 $\frac{m}{5}$ 形式的有理数的点：



注意 如果 n 充分大时, 则间隔 $\frac{1}{n}$ 就成为无限小。因此, 在数轴上不论取多么短的线段 PQ , 只要 P 与 Q 不重合, 则在 P 与 Q 之间存在无限多个表示有理数的点。

非整数的有理数, 表为小数形式时, 如

$$-\frac{1}{8} = -0.125$$

的有限小数, 或如

$$\frac{4}{3} = 1.3333\cdots$$

$$\frac{9}{74} = 0.1216216216\cdots$$

从小数的某位以后是相同数字无限循环的无限小数。这样的小数叫做循环小数。

问 2 将下列各数化为 $\frac{m}{n}$ 的形式 (m 是整数, n 是自然数):

(1) 0.4 (2) $3\frac{1}{2}$ (3) 1.41 (4) -2.95

如右图, 已知数轴 l 上的线段 OE 为一个边的正方形。

以 O 为圆心, 以正方形的对角线长为半径画圆, 与 l 的交点为 P 、 Q 时, 则 P 与 Q 分别表示 $\sqrt{2}$ 与 $-\sqrt{2}$ 。
 $\sqrt{2}$ 和 $-\sqrt{2}$ 不是有理数。

