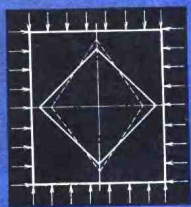


材料力学 上



杜星文
编

哈尔滨工业大学出版社

内 容 提 要

本书是为进一步提高教学质量而编写的新体系教材,在课程体系、内容等方面作了适当的改进,以利于学生对基本内容的深入理解,并为本学科知识的进一步扩展打下必要的基础。

本书共分上、下两册出版。

上册内容包括:导论、应力应变分析基础(一)、内力分析、拉伸与压缩、扭转、截面图形的几何性质、弯曲和工程剪切等。

下册内容包括:应力应变分析基础(二)、极限应力状态理论、复杂变形的强度计算、求位移的虚功法、静不定结构、弹—塑性变形与极限载荷法的概念、关于局部应力的某些概念、动荷问题、压杆的稳定性、薄壁容器、厚壁圆筒与旋转圆盘等。

本书可作为大专院校及电大的教材或参考书,亦可供工程技术人员与自学者使用。

材 料 力 学

(上册)

杜彦文 编

顾露露 主审

哈尔滨工业大学出版社出版发行

哈尔滨工业大学印刷厂印装

开本 787×1092 1/16 印张 21.375 字数 483,000

1985年1月第1版 1985年1月 第1次印刷

印数 1—7,000

书号 13341.1 定价 3.25元

前 言

如何进一步提高“材料力学”课程的教学质量,使学生将来能在迅速发展的科学技术中适应强度方面不断提出的新要求,这是许多讲授材料力学课程的教师共同关心的问题。编者试图使学生通过材料力学课程的学习,去掌握具有普遍意义的基本概念、基本原理、基本分析思想和分析方法,为在未来的工程实践中解决有关强度问题,为在强度科学领域内知识的扩展打下必要的基础。

本书在内容范围上,既着眼于现行教学大纲所规定的基本内容,又兼顾到讲授学时伸缩的可能性。这里所增加的少量内容,主要是为了帮助学生更好地理解基本内容。例如第十一章介绍弹—塑性变形和极限载荷法的概念,不但为了扩大学生的视野,同时有助于学生更深刻、更全面地认识弹性计算和极限应力法。

在课程体系安排上,以“强度分析”的基本思想作为主线,安排各部分内容。此外,还做两点重要的变动:

1. 加强了“应力分析”在本课程中的地位。将应力分析的基本内容放在第一章,并且后续各章的讲解都以应力分析的概念为基础。
2. 按照问题性质和分析方法进行适当地集中。这样做有利于把同一种性质的问题述中讲透,对其基本分析方法进行集中训练,使学生掌握地更好。同时也注意到集中讲的集内容在以后的章节中加以巩固。

在阐述上,坚持“点深面广”的原则。讲解每一个具体问题,都尽量让学生立足于分析该问题所依据的最基本的原理。同时又尽量让学生了解与该问题相邻、相关的问题。使学生学完之后,对材料力学有一个立体的认识。

对基本内容的阐述尽量做到详尽充实。课堂上教师不需要面面俱到地讲解,只需要讲透基本思想和基本分析方法。为了指导学生自学,每一部分都增设了“问题”和“例题与指导”等内容。

本教材是出自编者对“材料力学”课程改革的设想,并基于多年教学体会,在试点试用的基础上编写的。

哈尔滨建筑工程学院干光瑜、哈尔滨电工学院顾能康、哈尔滨船舶工程学院费纪生、哈尔滨科技大学翁兆祥等诸位老师对本书的初稿进行了认真地审阅,并提出许多意见和建议。哈尔滨工业大学材料力学教研室大部分老师对初稿进行了审阅,顾震隆老师审阅了全部书稿。基础部张泽华老师在教材的编写和试点中给予许多支持和指导。对此,一并表示衷心感谢。

编写本教材实际上是一次大胆地尝试,加之编者的经验和水平所限,教材中可能存在缺点和值得商榷之处,热切希望读者不吝指正。

编 者

本书主要符号

符 号	定 义	单 位	注
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \sigma_N$	正应力	MPa Pa	$1\text{Pa} = 1\text{N/m}^2$
$\tau_{xy}, \tau_{yz}, \dots, \tau_{NT}$	剪应力		$1\text{MPa} = 10^6 \text{ Pa}$
σ^*, τ^*	极限应力		$= 1\text{N/mm}^2$
$[\sigma], [\tau]$	许用应力		$1\text{kgf/cm}^2 \approx 0.09807\text{MPa}$
$\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$	主应力		$\approx 0.1\text{MPa}$
$\sigma_{0.1}, \sigma_{0.2}$	(平圆) 屈服力		
σ_e	弹性极限		
σ_b	屈服极限		
σ_s	强度极限		
σ_{ci}	临界应力		
$\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z, \epsilon_N$	线应变		
$\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$	剪应变		
E	弹性模量	GPa	$1\text{GPa} = 10^9 \text{ Pa}$
G	剪切弹性模量		
μ	横向变形系数		
P	集中载荷		
q	分布载荷	N, kN	
m	外力偶矩	N/m, kN/m	$1\text{kN} = 10^3 \text{ N}$ $1\text{kgf} \approx 9.807 \text{ N}$
N	轴 力	N-m, kN-m	
Q_1, Q_2	剪 力		
M_x	扭 矩	N, kN	
M_1, M_2	弯 矩		
δ	延伸率	N-m, kN-m	
ψ	截面收缩率		
$\alpha_1, \alpha_{0.2}$	主平面方位角	%	
θ	转 角	rad	
n	单位长度扭转角	rad/m	
$[\eta]$	计算安全系数		
Y, Z	规范安全系数		
S_y, S_z	形心坐标	m, cm	
J_y, J_z	静 矩	m ⁴ , cm ⁴	
J_{yz}	惯性矩	m ⁴ , cm ⁴	
J_0	惯性积		
W_y, W_z	抗弯截面模量	m ³ , cm ³	
W_0	抗扭截面模量		
i_y, i_z	惯性半径	m, cm	

上册目录

本书主要符号

导 论

0—1 本课程的性质与任务	(1)
0—2 有关材料的基本假设	(3)
0—3 计算简图	(4)
0—4 内力和应力的概念	(8)
0—5 变形与位移的概念	(10)
0—6 若干计算原则与计算原理	(12)
0—7 学习指导	(15)

第1章 应力应变分析基础 (一)

1—1 应力状态的概念	(16)
1—2 基本应力状态的应力分析和应变	(21)
1—3 平面应力状态分析	(30)
1—4 平面应力状态分析的几何描述	(34)
1—5 平面应变状态分析	(39)
1—6 普朗特-李维定律	(47)
1—7 例题与指导	(52)
问 题	(64)
习 题	(64)

第2章 杆的内力分析

2—1 引 言	(69)
2—2 截面法	(70)
2—3 内力分量	(71)
2—4 轴力 轴力图	(72)
2—5 扭矩 扭矩图	(76)
2—6 例题与指导 (一)	(78)
2—7 弯矩 剪力	(84)
2—8 剪力方程与弯矩方程	(87)
2—9 剪力图 弯矩图	(89)
2—10 内力曲线图形的特点	(91)
2—11 利用微分关系和增量关系作内力图	(98)
2—12 应用迭加原理求内力与作内力图	(100)
2—13 较复杂杆或杆系的内力分析 (举例)	(103)

• I •

2-14 例题与指导 (二)	(108)
2-15 内力分量与基本变形	(111)
2-16 结 语	(112)
问 题	(113)
习 题	(114)

第3章 拉伸与压缩

一、直杆在拉伸与压缩时的强度与刚度计算	(122)
3-1.1 应力计算公式	(122)
3-1.2 强度条件	(124)
3-1.3 变形计算公式	(126)
3-1.4 例题与指导	(128)
二、拉伸与压缩时材料的力学性质	(134)
3-2.1 前 言	(134)
3-2.2 拉伸时材料的力学性质	(134)
3-2.3 压缩时材料的力学性质	(142)
3-2.4 材料的力学性质的条件性	(143)
3-2.5 关于材料的力学性质的结语	(148)
问 题	(151)
习 题	(152)

第4章 扭 转

4-1 前 言	(158)
4-2 圆杆扭转时的应力计算公式	(159)
4-3 圆杆扭转时的强度计算	(163)
4-4 圆杆扭转时的变形计算公式	(165)
4-5 例题与指导 (一)	(167)
4-6 非圆截面杆扭转问题的概念	(173)
4-7 矩形截面杆的扭转	(176)
4-8 开口与闭合薄壁杆件的扭转	(177)
4-9 例题与指导 (二)	(182)
问 题	(185)
习 题	(187)

附录1 截面图形的几何性质

F 1-1 定 义	(194)
F 1-2 截面图形的形心	(195)
F 1-3 几种简单图形的惯性矩	(200)
F 1-4 复杂图形惯性矩的计算	(202)
F 1-5 平行移轴公式	(205)
F 1-6 转轴公式	(207)

F 1—7	截面图形的主惯性矩与主轴	(210)
F 1—8	例题与指导	(212)
	问 题	(217)
	习 题	(217)
第 5 章 弯 曲		
一、前言		(222)
二、弯曲强度问题		(225)
5—2.1	纯弯曲时杆横截面上的正应力	(225)
5—2.2	剪力弯曲时杆横截面上的应力	(233)
5—2.3	杆在平面弯曲时的基本强度条件	(246)
5—2.4	例题与指导	(248)
5—2.5	弯曲强度设计	(254)
5—2.6	平面弯曲的一般条件 弯曲中心的概念	(257)
5—2.7	弯曲强度问题的结语	(261)
5—2.8	组合杆的弯曲正应力	(262)
5—2.9	平面曲杆的弯曲正应力	(263)
三、弯曲刚度问题		(266)
5—3.1	挠度曲线近似微分方程	(266)
5—3.2	积分法求变形	(269)
5—3.3	求变形的迭加法	(277)
5—3.4	弯曲变形的刚度条件	(284)
5—3.5	弯曲刚度问题的结语	(284)
	问 题	(285)
	习 题	(285)
附录 2 工程剪切		
F 2—1	前 言	(308)
F 2—2	剪切强度实用计算	(309)
F 2—3	挤压强度实用计算	(311)
	问 题	(316)
	习 题	(316)
附录 3 关于平面应力状态中应力极值与作用面间对应关系的判别方法		320
哈工大 8125 班学生 王超望 孙毅刚		
附录 4 热轧型钢几何特征值		(323)
上册习题答案		(326)

导 论

0—1 本课程的性质与任务

工程中的结构或机械，在工作过程中，它的每个构件都要承受一定形式的力的作用。如果构件所受的力超过某种限度，构件就有可能丧失承载能力，使结构或机械不能正常工作。构件丧失承载能力的可能形式有如下三种：

1. 破坏例如图 0-1 所示的锅炉汽包，它是一个承受内压力的薄壁容器。如果容

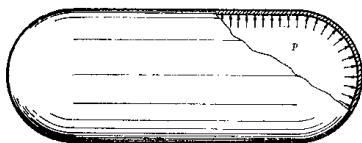


图 0—1

器壁太薄，或者压力过大，就有可能由于容器的破坏而爆炸。不但使锅炉不能正常工作，严重的可能造成人身伤亡和重大经济损失。再如图 0-2 所示飞机机翼。如果机翼上受载过大，机翼可能断裂，其后果是可想而知的。

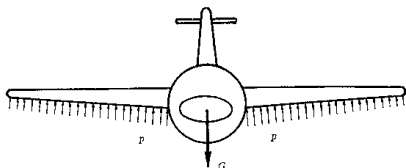


图 0—2

2. 变形过大 超过保证正常工作所允许的限度。例如图 0-3 所示的机床主轴，如果变形过大就不能保证机床的加工精度。

3. 原有的平衡形式不能稳定地保持 如图 0-4 所示支架，支杆 AB 承受沿轴线方向的压力作用。支撑作用要求支杆保持直线的平衡形态，但如压力超过某一数值，它就有可能突然弯曲，而丧失直线的平衡形态。再如图 0-5 所示之锅炉中承受外压强作用的薄壁圆筒，如果外压强超过某限度值，它会丧失圆筒形的平衡形态，使承载能力

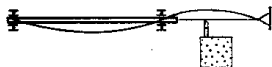
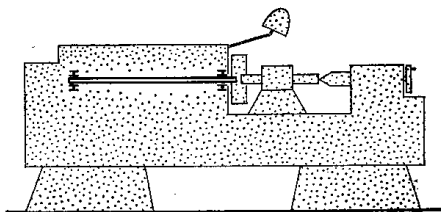


图 0—3

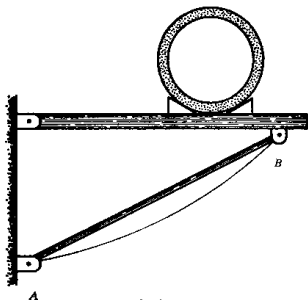


图 0—4

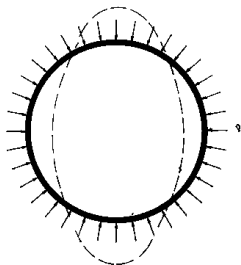


图 0—5

大大降低。

由此可知，为保证结构或机械能正常工作，必须使每个构件都具有一定的强度，一定的刚度和一定的稳定性。所谓**强度**，是指构件抵抗破坏的能力；所谓**刚度**，是指构件抵抗变形的能力；所谓**稳定性**，是指构件保持原有的平衡形态的能力。

为了保证构件的强度、刚度及稳定性要求，即保证构件的安全性要求，而盲目地增大构件截面尺寸（尽量地粗大或尽量地厚）或盲目地选用优质材料，这样会造成：

1. **经济上的浪费。**过多增加截面尺寸，就会增加原材料的消耗。如一套大型轧钢设备，一套大型发电设备，大型桥梁等都需要上千吨钢材，如果增加 1%，就是拾儿吨或儿拾吨。这不但提高成本，而且给运输、安装、使用都会造成额外负担。如不适当地

选用优质材料,也同样会提高产品成本。例如,普通低合金钢的价格一般约为碳钢价格的两倍,而高合金钢价格则约为碳钢的二十倍。

2. 使机械或机器的效率降低。可以设想,如果单纯考虑安全而使飞机的每个零部件又粗又大,这势必大大提高飞机本身的结构重量,而降低有效载荷的比例。即便是自行车,如果十分笨重,也就失去它的价值。

3. 在某种条件下,则起到相反的效果。某些构件增大截面尺寸超过一定限度,反而会降低构件的强度。例如图 0—1 所示的锅炉汽包,由于内部温度远远大于外部温度,如果壁厚超过一定限度,反而降低汽包的强度。这和日常用的玻璃杯装开水时,壁太厚反而容易坏是同一个道理。

可见,要想设计出具有足够强度、刚度和稳定性,同时又具有最大限度经济性的合理构件,只有充分掌握构件的强度、刚度和稳定性的规律才能做到。这正是材料力学所研究的内容。

材料力学将提供对构件进行强度、刚度和稳定性分析、计算的理论基础和方法,以及基本的实验原理和方法。构件的强度分析计算(习惯将强度计算,刚度计算和稳定性计算统称之为强度计算),通常是结构或机械构件设计的重要方面。但是,结构或机械构件的安全性是由多方面因素来保证的:强度计算、设计、材料、制造、安装、环境、使用(操作)……等等。在所有这些影响构件安全性的诸因素中,强度计算是起基础和指导作用的。

只要掌握了构件的强度、刚度、稳定性的基本规律,就可按照各种不同的意图进行设计。例如要设计某种炸弹的弹壳,必须使它在一定的压力时爆炸,否则就会成为“哑弹”。但又必须使它不能在过低的压力下爆破,否则就不能保证它具有足够的杀伤力。再如设计机器上的安全销,必须保证它在一定的载荷下断裂,避免机器主体因超载而受损。但又要求它不能在小于此载荷值时断裂,以致影响机器的正常工作。再如化工容器上的安全阀弹簧,要求它在一定压力时产生一定的变形,使安全阀开启泄压,保证容器不致因超压而爆破。

对某些几何形状和受力情况比较复杂的构件,通常应用试验方法或试验与理论分析相结合的方法进行强度分析。

0—2 有关材料的基本假设

任何一门学科,都需要建立一个理想化的模型,对被研究对象的属性进行概括,忽略那些不影响或影响很小的因素,以反映该学科所研究的问题的主要性质,从而深入到问题的本质。因为每个具体的对象都具有多方面的性质,要想考虑到所有这些性质来解决问题,在实际上是根本做不到的。材料力学是以材料的宏观性质为基础,研究物体的强度、刚度和稳定性,而不考虑材料的微观与亚微观组织的特点。由此提出如下假设:

1. 连续性假设 认为整个物体的体积内连续地、毫无空隙地被组成该物体的物质所充满。这样的物质称为连续介质。由于这种连续性,使得在材料力学中可以应用极限、微分、积分等数学工具。

2. **均匀性假设** 认为物体内任何部分的材料性质完全相同。从物体内切取一部分材料的性质与所切取的部位、切取的大小无关。因此描述材料性质的各量之间的关系以及各种特征量在物体的任何一部分都相同。例如在物理学中早为大家熟知的材料的弹性模量,由于均匀性假设,它对物体任何一点都具有相同的值,成为一个常量,即 $E = \text{常量}$ 。否则,它将变成物体上点的坐标的函数,即 $E = f(x, y, z)$ 。这将使问题变得十分复杂。

3. **各向同性假设** 认为物体内每一点,沿任何方向材料的性质都是相同的。这样,描述物质性质的各种特征量以及各量之间的关系都没有方向性。如果从物体内切取一部分,该部分材料的性质与其在物体内的方位无关。这种物质称为各向同性物质,具有这性质质的物体称为各向同性体。否则称为各向异性体。

从微观与亚微观的角度看,任何材料都是不连续的,不均匀的和各向异性的。例如金属物体就是由许多大小,形状不同的晶体错综复杂的排列而成的,因此是不均匀的。从每个单晶来看,它又是各向异性的。从组成晶体的分子结构看,各分子之间,原子之间是有空隙的,因此不是连续的。但在材料力学中所讨论的物体的尺寸,不但比其分子尺寸,甚至比晶体的尺寸都要大到不可比拟的程度。另一方面,物体的体积内包含了非常多的错综复杂排列的晶体。从宏观的,统计的角度看,把它视为连续的,均匀的和各向同性的更能反映它的主要性质。

在某些情况下,由于所讨论的对象或问题的性质不同,就不得不放弃其中某一个或某几个假设,从而建立新的材料模型。例如,当研究像木材这样一类各向异性材料时,就只好放弃各向同性假设;当研究由几种性质不同的材料组成的物体时,就不得不放弃均匀性假设,而研究所谓复合材料。

在材料力学中主要研究连续、均匀、各向同性体。如果不特殊说明,自然就是这种物体。

0-3 计算简图

工程实际中的构件的几何形状和受力状况是各式各样、千变万化、十分复杂的。在材料力学中将那些与构件的强度、刚度、稳定性无关的或次要的方面忽略之后,抽象出来的力学模型称为计算简图。它比个别的真实物体更具普遍性,也更能反映事物的本质。因此在研究每一个具体的真实构件时,首先对它进行简化、抽象,而成为力学模型——计算简图。然后针对计算简图进行强度、刚度或稳定性方面的分析计算,从而得到恰当的结论。

对具体构件的简化,主要有如下三个方面:

1. **几何形象的简化** 根据物体的几何特征可分成三类:

(1) **杆** 例如图0-2所示的机翼,图0-3所示的机床主轴以及图0-4所示的支杆AB都可被简化为杆。它们的共同特点是其一个方向的尺度远远大于另外两个方向的尺度。杆的几何特征有二:

横截面——与轴线垂直的截面,

轴线——各横截面形心的连线,如图0-6所示,

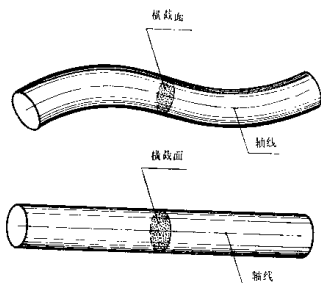


图 0—6

中面 —— 各厚度中点所形成的面；

厚度 —— 垂直中面方向的尺度。

中面为曲面的板，称为曲板，通常称为壳。中面为平面的板称为平板，通常直接称之为板。当厚度远远小于中面两个方向的尺度时，分别称为薄壳或薄板。反之称为厚壳或厚板。根据形状，板有圆板，方板……等等，壳有球壳，柱壳……等等。例如图 0—1 所示锅炉汽包，其中部筒体部分为薄筒壳，两端的封头部分则为薄球壳。

(3) 其它形体。

在工程中很多构件，例如机器的传动轴，各种梁、柱等都可简化为杆。很多结构可以看作由若干杆所组成的杆系结构。如机器、机械、建筑、桥梁等结构中的桁架、刚架等都是由杆所组成的杆系结构。一方面，杆在工程中比较普遍，另一方面，杆的问题最简单，最基本，可以成为进一步研究更复杂形体的基础。因此在材料力学中将杆的强度、刚度、稳定性问题作为研究的主要对象。

2. 约束形式的简化 机器、机械等工程结构中的每一个构件，都以一定的方式与其它物体相连接，构件的运动和位移要受到与其相连的其它物体的某种限制。这种限制作用，称为约束。由静力学已知，对平面问题来说，典型的约束形式有三种：

活动铰支座 如图 0—7(a) 所示。它表示限制垂直支撑面方向的线位移，允许平行支撑面方向的线位移和绕支点的角位移。

固定铰支座 如图 0—7(b) 所示。它表示限制各方向的线位移，只允许绕支点的角位移。

固定端 如图 0—7(c) 所示。它表示限制任何方向的线位移和角位移。

如果所受到约束足以使物体不能做任何刚性移动，这样的系统称为运动学不变系统。相反，物体可以沿某方向刚性移动，这样的系统称为运动学可变系统，在材料力学中主要研究那些属于运动学不变的系统。图 0—8 所示的数例中，(a)、(b) 为运动学不变系统，而 (c)、(d)、(e) 为运动学可变系统。

按轴线的形状，杆可分为直杆（轴线为直线）和曲杆（轴线为曲线）。按横截面沿轴线的变化又可分为等截面杆（横截面的形状和尺寸沿杆的轴线不变）和变截面杆（横截面的形状或尺寸沿杆的轴线发生变化）。等截面的直杆称为等直杆。按横截面形状，杆又可分为圆杆，矩形杆，方杆……等等。

(2) 板 当物体的一个方向的尺度远小于另外两个方向的尺度时，可简化为板。板的几何特征亦有二：

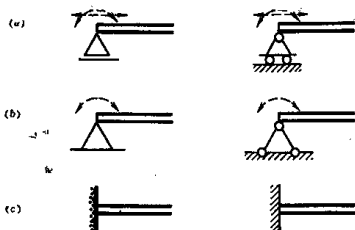


图 0—7

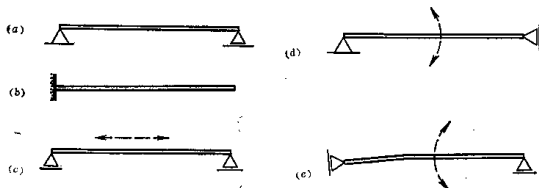


图 0—8

3. 载荷的简化 作为研究对象的物体来说，其它物体对它的作用，统称之为外力。外力包括载荷和约束反力。一般把主动力称为载荷。约束反力是被动力。约束反力是由于载荷作用，在约束处所引起的反作用。它的性质、方向由约束型式决定。它的大小与载荷的大小和作用方式有关。

按性质，载荷可分为静荷与动荷。静荷是指它所引起的变形加速度为零或者十分小可以忽略不计的载荷。如当载荷由零十分缓慢地增加，达到某一数值之后不再变化，这样的载荷即属静荷。相反，如果载荷引起物体或物体某部分的变形加速度较大而不可忽略时，则称为动荷。亦可简单地讲，动荷是指其大小或方向随时间作明显变化的载荷，静荷是指其大小和方向不随时间变化或者变化缓慢的载荷。例如锻造时汽锤对工件的打击力是冲击载荷，内燃机汽缸内的压力对汽缸的作用是周期变化的载荷，物体振动时各部分也承受周期变化的载荷，这些都属动荷。物体在静止状态所受的重力，建筑物中支柱、房梁，平时所承受的载荷虽有变化，但一般变化缓慢，均属静荷。在后而的讨论中将会看到，动荷的作用效果与静荷大不相同。因此，在工程设计中如果误把动荷当作静荷，强度计算是不可靠的，甚至可能产生危险的后果。

按作用方式，载荷可分为集中载荷（简称集中力）和分布载荷，还可分为表面力和体积力。

值得注意的是，静力学中力的作用点可以沿其作用线随意移动和所谓等效力系

原则，在材料力学中只有在一定的条件下才可应用。例如图 0—9 中所示二例：图 (a_1) 在二力 P 作用下杆承受拉伸变形，若用图 (a_2) 中的等效力系 P' 来代替，杆则变为承受压缩变形。因此，按静力学的观点，对杆的平衡来说，力系 P 和力系 P' 是等效的，但从材料力学的观点来看，对杆的强度、刚度和稳定性来说，力系 P 和力系 P' 则是不等效的，不能互相代替。再如图 0—9 中的 (b_1) ，在 P 力作用下杆受拉伸作用，当把力 P 沿其作用线移动到另一端（即图 (b_2) ）时，杆便不再受力了。这两项静力学原则只有在

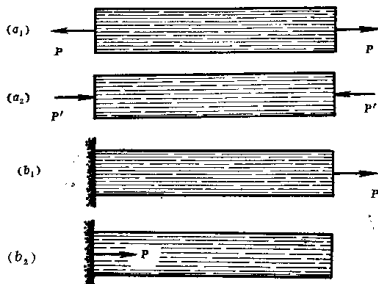


图 0—9

不改变所研究物体的变形与受力状况的条件下才可应用。待研究具体内容时再予详细讨论。

通过物体的几何形象的简化，约束形式的简化和载荷的简化后，标明主要数据，便得到计算简图。例如图 0—2 所示的飞机机翼，其几何形状可简化为变截面杆，机身对机翼的约束可简化为固定端，载荷为作用在机翼表面的分布载荷。计算简图如图 0—10

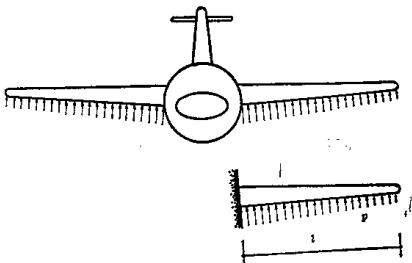


图 0—10

所示。图 0—3 所示机床主轴的计算简图如图 0—11 所示。

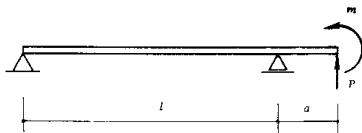


图 0—11

0—4 内力和应力的概念

当外力作用到物体上时，在物体内部各相邻部分之间便会产生相互作用力，称之为内力。由于这种内力的存在，使得平衡物体的各部分得以保持平衡。例如图 0—12 所示物体 AC，若用两个假想截面将它分成 A、B、C 三部分，当端部受力 P 作用时，由 A 部分的平衡可知，B 部分通过分界面 I—I 给它作用力 Q_1 、 M_1 。由作用与反作用定律可知，A 必通过分界面 I—I 给 B 部分以大小相等方向相反的反作用力 Q_1' 、 M_1' 。同样，C 部分必通过分界面 II—II 给 B 部分作用力 Q_2 、 M_2 ，以使 B 部分在 Q_1' 、 M_1' 作用下维持平衡。而 B 部分又给 C 部分以反作用力 Q_2' 、 M_2' 。C 部分是在 Q_2' 、 M_2' 以及支撑物（固定端）给它的约束反力共同作用下保持平衡。物体 AC 内部各部分之间的这些作用和反作用力，即为上述所定义的内力。由于这种作用和反作用力存在于分界面两侧各相邻质点之间，因此内力在截面（分界面）上是连续分布的。它的分布规律将为

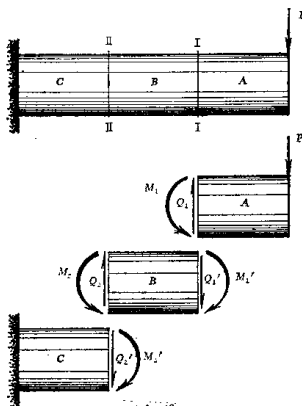


图 0—12

本课程的主要内容之一。图 0—13 中，内力只是以它在整个截面上的合力和合力矩来表示的。这些合力和合力矩的大小和方向根据静力学平衡方程是不难确定的（该内，容将在第 2 章中详细讨论）。

内力在截面上各点是连续分布的，一般情况下分布是不均匀的。因此同一截面上各点的受力程度和方向是各不相同的。为了描述内力在截面上各点的分布，引入“应力”这个量。

设某一受力物体（图 0—13(a)），由于外力的作用在截面 I—I 上产生内力。为了描述截面上点 B 的受力程度，围绕点 B 取一微面积 ΔA ，因微面积 ΔA 非常小，可认为在 ΔA 上内力方向一致。设在微面积 ΔA 上内力的合力为 ΔP （图 0—13(b)），则比值

$$\bar{p} = \frac{\Delta P}{\Delta A} \quad (0-1)$$

称为 ΔA 上的平均应力。让 ΔA 逐渐减小趋向零, (0—1) 式的极限

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta A} \quad (0-2)$$

称为 B 点的全应力。将全应力 p 向截面的法向和切向分解, 则得到两个应力分量:

1. 沿截面的法向应力分量, 称为正应力, 通常以 σ 表示。如果取截面的法向为坐标轴 x 方向, 则该截面上 B 点的正应力可表示为 σ_x , 如图 0—13(c) 所示。

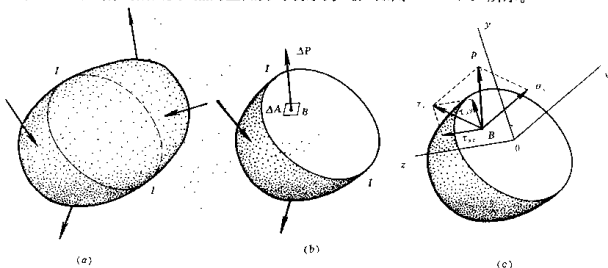


图 0—13

2. 沿截面的切向应力分量, 称为剪应力, 通常以 τ 表示。将剪应力再沿截面的两坐标方向 (y 轴与 z 轴方向) 分解, 则得两个剪应力分量 τ_{xy} 和 τ_{xz} , 如图 0—13(c) 所示。

在材料力学中, 甚至在整个变形固体力学中, 应力分量是最重要的基本力学量。上述应力分量表示方法是比较通用的表示方法, 即:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} & \begin{cases} \sigma & \text{表示正应力;} \\ i & \text{表示正应力方向, 亦即其所在截面的法线方向;} \end{cases} \\ \tau_{ij} & \begin{cases} \tau & \text{表示剪应力;} \\ i & \text{表示该剪应力所在截面的法线方向;} \\ j & \text{表示该剪应力的方向。} \end{cases} \end{aligned}$$

在个别情况下, 还会用到 τ_i , 它表示在法向为 i 的截面上的剪应力, 它是 τ_{ij} 和 τ_{ik} 两剪应力分量的合剪应力。在图 0—13(c) 中 $i=x$, $j=y$ (或 z)。应力的单位是 Pa ($1\text{Pa} = 1\text{N/m}^2$) 和 MPa ($1\text{MPa} = 10^6 \text{Pa} = 1\text{N/mm}^2$)。现时我国工程中常用的应力单位还有 kg/cm^2 和 kg/mm^2 ($1\text{kg/cm}^2 = 10^2 \text{kg/mm}^2 \approx 0.098 \text{MPa} \approx 0.1 \text{MPa}$)。英美还有 lb/in^2 。

今后, 将整个截面上合内力与合内力矩以及它们的分量统称之为内力。内力在截面上各点分布的集度以应力来表征。一般情况下物体上各点受力是不均匀的, 因此物体上各点应力不同。对同一点不同方位截面上的应力亦各不相同 (过同一点应力随截面方位面变化的规律将在第 1 章和第 6 章中详细讨论)。因此, 应力离开它的作用点是没有意义的。同样, 离开它的作用面的方位亦是没意义的。因此可以说, 应力是描述受力

