

高等学校教材

机械原理

(第二版)

上册

天津大学 西北工业大学 北京航空学院 合编
上海交通大学 北京钢铁学院 清华大学
祝毓琥 主编

1
2

高等教育出版社

高等学校教材

机械原理

(第二版)

上册

天津大学 西北工业大学 北京航空学院
上海交通大学 北京钢铁学院 清华大学
祝毓琬 主编

合编

高等教育出版社

本书是在1979年版的基础上修订的,保持了图解法的基本内容,增加了解析法的内容,并在附录中编入了运动分析、力分析、平面连杆机构、凸轮机构、系统动力学、机构最优化设计等的计算机程序。

本书除绪论外共十五章,分上、下两册。上册包括绪论、机构的结构分析、平面机构的运动分析、平面机构的力分析、运动副的摩擦和机械效率、平面连杆机构、空间连杆机构、平面高副机构的设计基础和凸轮机构等八章;下册包括齿轮机构、轮系、间歇运动机构、机构的组合与选型、机械系统动力学、机械的平衡和机构最优设计引论等七章。

本书可作为高等工业学校机械类各专业的教材,有些内容可作为选修课教材,也可供研究生、教师及有关工程技术人员参考。

高等学校教材

机械原理

(第二版)

上册

天津大学 西北工业大学 北京航空学院
上海交通大学 北京钢铁学院 清华大学

合编

祝毓斌 主编

*

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

人民教育出版社印刷厂印装

*

开本 787×1092 1/16 印张 15.5 字数 350,000

1979年4月第1版 1986年9月第2版 1986年9月第1次印刷

印数 00.001—9,000

书号 15010·0778 定价 2.30元

修订版序

本书是在天津大学等六院校合编、天津大学主编的《机械原理》(1979版)的基础上修订而成的。本修订版仍保持了原版的体系,并对各章进行了相应的增删与修改。为了便于计算机的使用,本修订版在第二、三、五、八、十三、十五章内增加了解析法的内容,并在附录中编入了相应的计算机程序(PC-1500机、BASIC语言)。

根据教学改革既要保证基本要求又要搞活的精神,今后不同学校不同专业(对各章)的要求将有更大的差别。本书内容比较广泛、深入,为了适应不同的需要,在选用本书作为教材时,希根据统一的基本要求和各校的具体情况,对教材内容作适当的取舍或增补。

本书中有些内容可作为选修课教材和参考之用。

本书绪论和第五、十一、十二章由天津大学祝毓琥、孔伟程、石则昌、陆锡年编写;第一、九章由西北工业大学孙桓、付则绍编写;第二、三、六章由北京航空学院张启先编写;第四、七、八章由上海交通大学楼鸿棣、许有恒编写;第十、十五章由北京钢铁学院陈立周编写;第十三、十四章由清华大学唐锡宽、张济川编写。书中的全部计算机程序均由孔伟程审阅。全书由祝毓琥主编。

本书蒙工科机械基础课程教学指导委员会机械原理教学指导小组委员合肥工业大学丁爵曾教授审阅,提出了很多宝贵的意见和建议,编者特此表示衷心的感谢。

在本书的修订工作中,天津大学查建中、王多同志给予了不少帮助,编者在此一并表示感谢。由于我们的水平所限,遗误不妥之处必不会少,恳切希望广大读者批评指正。

编 者

1985. 12.

上册目录

绪论	1	习题	116
第一章 机构的结构分析	6	第六章 空间连杆机构	119
§1-1 概述	6	§6-1 空间连杆机构的应用、特点和研究方法	119
§1-2 机构的组成	6	§6-2 方向余弦矩阵	120
§1-3 运动副的分类	8	§6-3 空间 <i>RSSR</i> 、 <i>RSSP</i> 、 <i>RSCS</i> 四杆机构的运动分析	124
§1-4 机构的自由度	11	§6-4 球面四杆机构和万向联轴节的运动分析	130
§1-5 机构运动简图	14	§6-5 空间 <i>RSSR</i> 及 <i>RSSP</i> 四杆机构中的传动质量和主动杆回转特性	134
§1-6 机构的组成原理	20	§6-6 含有两个球面副的空间四杆机构的设计	135
§1-7 平面机构中的高副低代	22	习题	138
习题	24	第七章 平面高副机构的设计基础	140
第二章 平面机构的运动分析	28	§7-1 瞬心线	140
§2-1 机构运动分析的目的和方法	28	§7-2 瞬心线机构	143
§2-2 机构运动分析中的图解法	28	§7-3 共轭曲线	146
§2-3 用解析法作四杆机构的运动分析	34	§7-4 共轭曲线机构	148
§2-4 平面多杆机构运动的电算分析	41	§7-5 欧拉-沙瓦里公式及其应用	156
习题	52	习题	159
第三章 平面机构的力分析	55	第八章 凸轮机构	161
§3-1 机构力分析的目的和方法	55	§8-1 凸轮机构的应用和分类	161
§3-2 构件惯性力和静定杆组的确定	56	§8-2 从动件常用运动规律	164
§3-3 II 级机构的动态静力分析	57	§8-3 用图解法设计平面凸轮的廓线	178
§3-4 高级机构的动态静力分析	65	§8-4 用解析法设计平面凸轮的廓线	182
习题	67	§8-5 压力角及其许用值	189
第四章 运动副的摩擦和机械效率	69	§8-6 盘形凸轮基圆半径的确定	193
§4-1 研究机械中摩擦的目的	69	§8-7 圆柱凸轮机构设计	197
§4-2 移动副的摩擦	69	§8-8 高速凸轮机构简介	199
§4-3 螺旋副的摩擦	72	习题	203
§4-4 转动副的摩擦	73	附录 1-1 单杆及 II 级组运动分析的子程序	206
§4-5 机械效率和自锁	77	附录 1-2 II 级组六杆机构运动分析的计算程序	208
习题	79	附录 1-3 高级组多杆机构的运动分析	209
第五章 平面连杆机构	81		
§5-1 连杆机构的应用及其设计的基本问题	81		
§5-2 四杆机构的基本型式及其演化	82		
§5-3 平面四杆机构有曲柄的条件及其特性	88		
§5-4 用图解法设计平面连杆机构	93		
§5-5 用解析法设计平面连杆机构	102		

附录 2-1 II 级组及主动杆力分析 的子程序.....	214	附录 3-3 近似实现刚体给定位置 的设计程序.....	230
附录 2-2 铰链四杆机构动态静力分析的计算 程序.....	218	附录 3-4 近似实现函数关系的设计程序.....	232
附录 3-1 精确实现连杆给定位置和两连架杆对 应角位移的设计程序.....	220	附录 4 直动滚子从动件盘形凸轮机构的设计程 序.....	234
附录 3-2 通过给定点位实现已知轨迹的设计程 序.....	226	参考文献	241

绪 论

一、机械原理研究的对象

“机械原理”是“机构和机器原理”的简称。它是一门以研究机构和机器为对象的科学。

机器的种类极多,其构造、用途和性能等各不相同。例如图 0-1 所示的单缸四冲程内燃机是由气缸体 1、活塞 2、进气阀 3、排气阀 4、连杆 5、曲轴 6、凸轮 7、顶杆 8、齿轮 9 和 10 等组成。燃气推动活塞作往复移动,通过连杆转变为曲柄的连续转动,从而将燃气的热能转换为曲轴转动的机械能。至于燃气的定时进入气缸和排出气缸,则由齿轮、凸轮推动阀门来完成。又如图 0-2 所示为机械厂加工用的送料机,它是模拟人工操作的动作而设计的一种专用机械手,代替人工,完成一定的动作。它的动作顺序是:手指夹料;手臂上摆;手臂回转一角度;手臂下摆;手指张开放料;手臂再上摆、反转、下摆,复原。其外形图如图 0-2, a 所示。图 0-2, b 为机械传动图,电动机通过减速装置减速后(此部分图中未画出),带动分配轴 2 上的链轮 1 转动。分配轴 2 上的齿轮 17 与

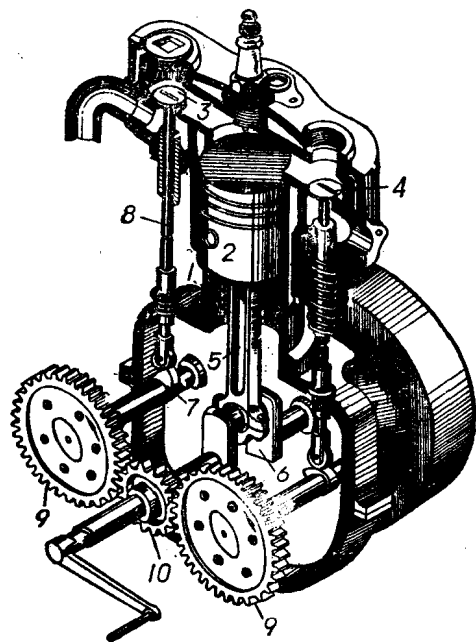


图 0-1

齿轮 16 相啮合,把转动传给盘形凸轮 19,使杆 18 绕固定轴 O_2 摆动。杆 18 带动连杆 20,并通过杆 9、10、11、12 和连杆 13,使夹紧工件的手指 14 张开。连杆 20 与杆 9 之间可以相对转动。手指 14 的复位夹紧由弹簧实现。同时,分配轴 2 上的盘形凸轮 5 的转动,通过杆 21 和圆筒 7 可使大臂 15 绕 O_3 轴上下摆动(O_3 轴支承在座 8 上)。此外,圆柱凸轮 3 通过齿条 4 和齿轮传动使座 8 作往复回转。又如图 0-3 所示的圆盘刻线机,动力由电动机通过带轮 1、2,蜗杆 3,蜗轮 4,曲柄 5,连杆 6,齿扇 7,齿轮 8,棘爪 9,棘轮 10,齿轮 11、12,蜗杆 13 及蜗轮 14,使工件 15 间歇转动,以实现分度运动。要在工件上刻线,除分度运动外,还要有刻刀的切削运动,这是这台刻线机的第二条传动路线。刻刀的切削运动是从蜗轮 4 引出的,即两条传动路线来源于同一台电动机,在蜗轮 4 处分开,通过双万向联轴节 20、凸轮 19 使带有刻刀的滑板 17 在机架 21 的导槽中往复移动,以实现刻刀的往复切削运动。凸轮 18 使刻刀在后退时抬起,以保护刀刃不被磨损。棘爪 22、棘轮 23、定位鼓轮 24 和定位螺钉 25 是用来控制所刻线条的长短的。再如发电机是一个转子(电枢)和一个定子(即机身)所组成。当发电机被拖动时,它便将转子转动的机械能转换为电能。

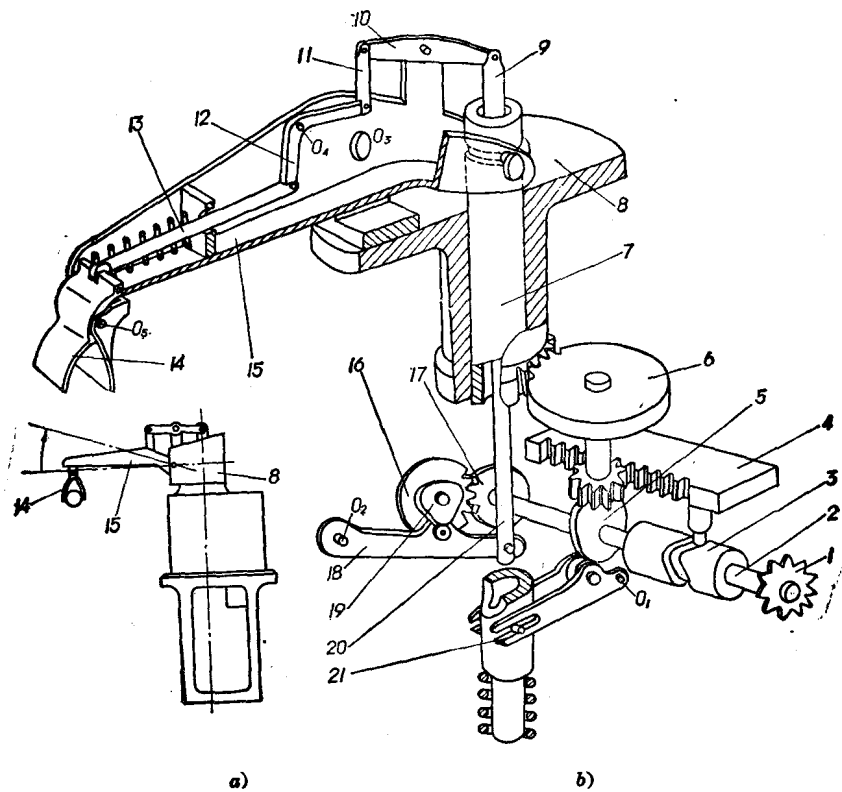


图 0-2

从以上四例可以看出,这些机器的构造、用途和性能各异,但是从它们的组成和运动确定性以及与功、能的关系来看,却有三个共同的特征:

- 1) 它们都是一种人为的实物的组合;
- 2) 它们各部分之间具有确定的相对运动;
- 3) 在生产过程中,它们能代替或减轻人类的劳动以完成有用的机械功(如机械手的搬送料和刻线机的刻线工作)或转换机械能(如内燃机将热能转换为机械能,发电机将机械能转换为电能)。

以上三个特征的最主要之点是这些人为的实物组合体能够实现预期的运动。因为各种机器只有在其运动过程中才能传力作功或进行能量的变换。或者,从另一个方面说,各种机器的运动过程,也必然是其传力作功或能量变换的过程。

机构也是人为的实物组合体,其各部分之间也均具有确定的相对运动,即机构是具有确定相对运动的人为的实物组合体。例如在图 0-1 所示的内燃机中,由曲柄、连杆、活塞和气缸构成的实物组合体,因其各部之间均有确定的相对运动,所以便是一个机构,即连杆机构。再如由一对互相啮合传动的绕定轴转动的齿轮构成的齿轮机构,及由绕定轴转动的凸轮和与其直接接触沿固定导轨运动的杆件构成的凸轮机构等皆是。

由上面所举的例子可见,机器是按照一定的工作目的由机构组合而成的(多数机器都包含几

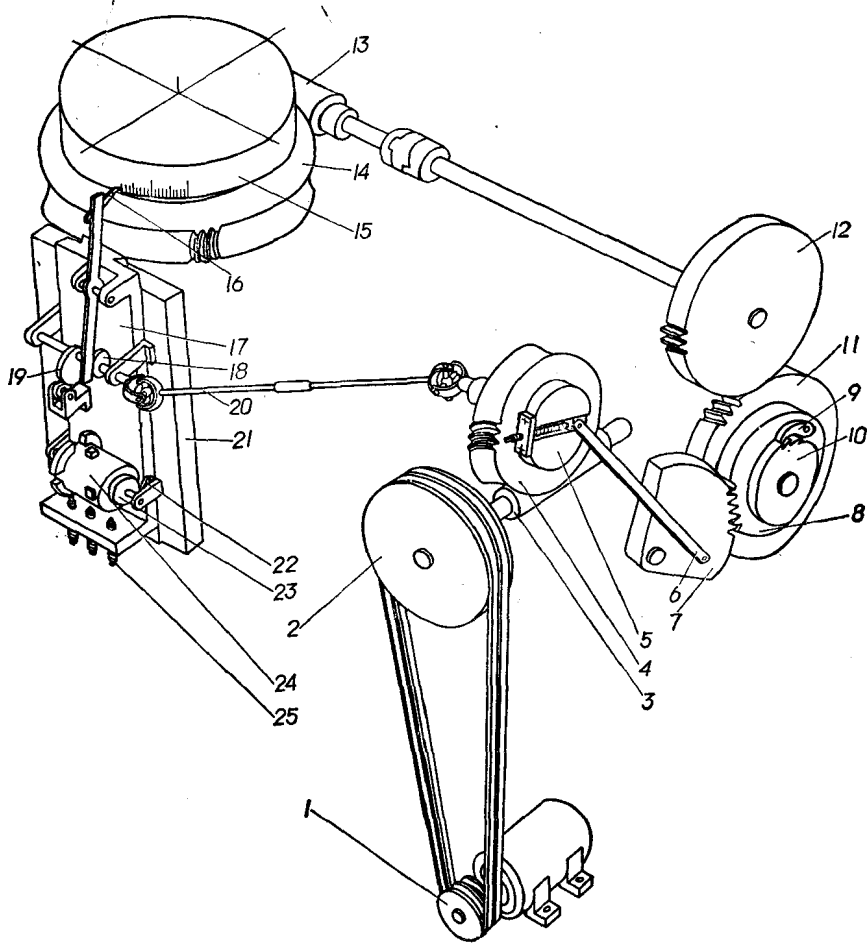


图 0-3

个机构,最简单机器也可以只包含一个机构)。机器承担着代替或减轻人类的劳动以完成有用的机械功或转换机械能的任务。而机构则主要以运动的传递与转换为其特征,是运动传递与转换的基本单元。但是如前所述,机构的传动过程也必然是其传力做功和能量变换的过程,因为力和运动是分不开的,机构在力的作用下运动也就必然有做功和能量的变换问题。所以从结构及运动的观点来看,机构和机器并无实质的区别,正因如此,所以常用“机械”一词作为“机构”与“机器”的总称。

由于做功和能量转换目的的不同,所以就有各种不同类型的机器。凡将其他形式的能量转换为机械能的机器称为原动机,如内燃机、蒸汽机、电动机等。凡利用机械能来完成有用功的机器称为工作机,如各种机床、起重机、轧钢机、纺织机、发电机、压缩机等。原动机和工作机配合,有时还加上独立的传动机构(如减速箱等),则称为机组。由于现代科学技术的发展,机器不仅可以代替人的体力劳动,而且还可以代替人的脑力劳动。例如电子计算机的出现,在数学运算、工程管理、生产过程的控制等方面都大大地减轻了人的脑力劳动。因此,“机器”的概念实际上已有所扩大,超过了仅限于力学范畴的界限。所以机组一词在有些情况下也包括电子计算机和控制装置。

二、机械原理课程的内容

如前所述,机械原理是一门以研究机构和机器为对象的学科。为了科学的系统性和便于教学起见,在机械原理课程中,我们将其归纳为如下三部分内容来讨论:

机构的结构:研究机构的运动确定性和机构的组成。

机构的运动学:不考虑引起机构运动的力的作用,而从几何的观点来研究机构各点的轨迹、位移、速度、加速度的求法和机构的运动规律,以及按工作要求来设计各种常用机构的方法,如齿轮机构、凸轮机构、连杆机构、间歇运动机构的设计等。随着生产发展的要求,还将讨论机构的组合与选型等内容。

机械动力学:研究在机械运动过程中作用在各构件上的力的求法和确定机械效率的方法,并研究在已知力作用下机械的真实运动规律,以及作用力、运动构件的质量和这些构件的运动之间的关系,即机械系统过渡过程和稳定运动状态下的动力学问题、机械的调速问题和惯性力的平衡问题。

综上所述,就其解决问题的性质而言,机械原理课程研究的内容可以分为两大类:第一类问题是对已有机械的研究,即机构的分析(结构分析、运动分析和动力分析);第二类问题是按要求设计新的机械、即机构的综合。

解决上述问题的方法有图解法、解析法等。图解法直观易懂,但精度较低;解析法精度较高,但有时计算复杂。

近年来,由于电子计算机的出现和发展,对机械原理学科的发展产生了深远的影响。应用电子计算机,可以进行高阶、非线性方程的求解;可以进行多方案的比较,从几十套甚至几百套方案的分析与比较中求得最佳的方案。与此同时,还可以应用电子计算机来编制各种机构的曲线图、数表和诺模图等。目前属于这方面的资料有两类:一类是根据机构综合方法建立的,在一定范围内能求解机构参数的设计曲线图、数表和诺模图;另一类是表示机构主要参数与运动特性和动力特性之间关系的曲线图。最近几年的研究开始偏重于建立机械原理问题的基本的标准程序。例如,建立在机构杆组基础上的标准程序库,调用这种程序可以解决杆组串联、并联及混合机构的分析问题;此外还对一些典型机构——连杆机构、凸轮机构、齿轮机构等编制了运动分析和动力分析的标准程序。

总之,在机械原理学科中应用电子计算机,不仅可以提高科学研究、工程设计的工作效率,解决了过去认为很难或甚至于不可能解决的一些问题,而且还为机械原理研究开辟了内容极为丰富的新领域。如工程设计最优法在机械原理问题中的应用,使得有可能按照某一设计准则,在给定约束条件下求得机构的最佳解。可以断言,电子计算机的应用必将促进机械原理这门学科的进一步发展,并将使机械原理的理论在工程实践中获得更加广泛的应用。

三、学习本课程的目的

机械原理是以高等数学、物理、机械制图和理论力学为基础的,它研究各种机械的共同问题,为以后学习机械零件和有关专业课程以及掌握新的科学技术成就打好理论基础,并能使学生受到某些必要的基本技能训练。因此,机械原理是机械类各专业的一门很重要的基础技术课程,有

承上启下的作用,在教学计划中占有十分重要的地位。

另一方面,机械原理在发展国民经济方面也具有重要意义。为了实现祖国的四个现代化,就要在一切部门实现生产的机械化和自动化,就需要创造出大量新的优质的多品种的机械设备,同时又要改进现有的机械设备。在完成这个伟大的任务中,机械原理也将起着重要的作用。

第一章 机构的结构分析

§ 1-1 概 述

如绪论所述,本课程对机械的研究主要有两方面的任务:一方面是对已有机械的分析问题,包括结构分析,运动分析和动力分析。通过分析,掌握机械的运动性能和动力性能,以便合理有效地使用它们,或对改进设计提供依据;另一方面是新机械的设计问题,即根据运动和动力方面的要求拟定机械的传动方案。包括选用何种型式的机构,机构的组成情况如何,机构各部分的尺寸关系如何,各部分机构之间的运动如何协调配合等,而最基本的要求是实现机械预期的确定的运动。

机构结构分析的主要内容包括:

1) 研究机构的组成及其具有确定运动的条件。即了解机构是怎样组成的,机构的结构情况对其运动有何影响,以及机构在什么条件下才能具有确定的运动等。

2) 研究机构的组成理论。即研究在要求具有确定运动的前提下组成机构的途径,和机构的可能型式。

3) 研究机构运动简图的绘制。即研究如何用简单的图形把机构的结构和运动状态表示出来。

显然,不论是对已有的机械进行分析研究,还是设计新的机械,对机构的结构进行分析研究都是十分必要的。

§ 1-2 机构的组成

一、构件

任何机械都是由若干零件组成的。但是,从研究机械运动的观点来看,并不是所有零件都独立地影响着机械的运动,而往往是由于结构上和工艺上的需要,把几个零件刚性地联结在一起,使它们作为一个整体而运动。这些刚性地联结在一起的各个零件之间,不能产生任何相对运动,也就是说,它们构成了一个运动的单元体。机械中每一个运动单元体就称为一个构件(或简称为“杆”)。

从运动的观点分析机械时,构件是组成机械的基本单元体。它可以是由若干个零件刚性地联结在一起组成,也可以是一个独立运动的零件。而零件则是从制造的观点来分析机械时,组成机械的每一个单独加工的单元体。例如图 1-1 所示的内燃机连杆,在内燃机中是作为一个整体而运动的,所以它是一个构件,但从制造的观点来看,它却是由分别加工的连杆体 1、连杆头 2、轴套 3、轴瓦 4、螺栓 5、螺母 6 等许多零件组成的。

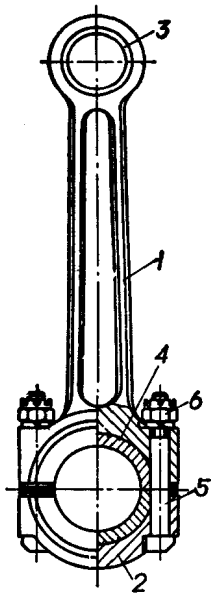


图 1-1

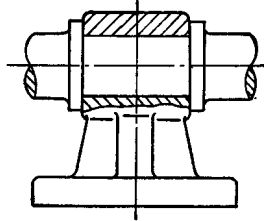


图 1-2

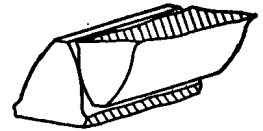


图 1-3

二、运动副

机械中的所有构件都应具有确定的运动,而不能随意乱动。为了满足这个要求,必须对各构件的运动加以约束。这种约束,是由构件之间的相互联接引入的。

机械中的每一个构件,至少必须与另一构件相联接,但这种联接不应使它们成为一个运动单元体,而应保证它们之间仍能产生某些相对运动。由两个构件构成的这种仍能产生某些相对运动的联接称为运动副。例如图 1-2 所示轴与轴承的配合,图 1-3 所示两齿轮的轮齿与轮齿的啮合就都构成了运动副。

两构件构成运动副,不外乎是通过点、线或面的接触来实现。两构件通过点或线接触而构成的运动副统称为高副;两构件通过面接触而构成的运动副统称为低副。两构件上能够参与接触而构成运动副的部分称为运动副元素。

三、运动链

两个以上的构件通过运动副的联接而构成的系统称为运动链。如果运动链的各构件没有构成首末封闭的系统(如图 1-4, a),则称为开式运动链,或简称开链。如果运动链的各构件构成首末封闭的系统(如图 1-4, b, c),则称为闭式运动链,或简称闭链。闭链中只有一个封闭形的(图 1-4, b)称为单环闭链;有两个封闭形的(图 1-4, c)称为双环闭链;依此类推。

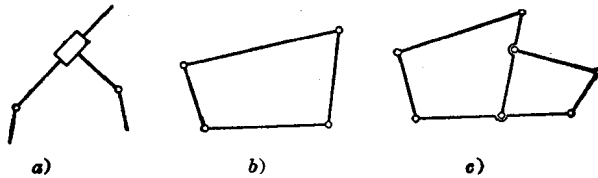


图 1-4

在各种机械中,一般多采用闭链。这是因为闭链中各构件构成了首末封闭的系统,所以若动其一杆或少数几杆就可牵动其余各杆,因此,只需给其一杆或少数几杆以已知的运动,则其余所有构件便都可得到确定的运动。开链多用于机械手或机器人的传动中。

四、机构

在运动链中,如果以其某一构件作为参考坐标系,而且当其另一构件或少数几个构件按给定的运动规律(相对该坐标系)运动时,其余所有构件都将得到确定的运动,那末,这个运动链便成为一个机构。

机构中作为参考坐标系的构件称为机架。一般情况下,机械安装在地面上,那末机架相对于地面是固定不动的。如果机械是安装在运动的物体(如车、船、飞机等)上,那末机架相对于该运动物体是固定不动的,而相对于地面则是运动的。

机构中按给定运动规律运动的构件称为主动件,在一般情况下,主动件也常是驱动机构运动的外力所作用的构件,即原动件。而其余的运动构件则称为从动件。在主动件按已知运动规律运动时,从动件都将作完全确定的运动。

通过以上分析可见,机构是由若干构件通过运动副的联接而构成的,而且其各构件之间具有完全确定的相对运动。

根据组成机构的各构件之间的相对运动为平面运动或空间运动,可以把机构分为平面机构和空间机构两类。在各种实际机械中常用的机构大多数是平面机构。

§ 1-3 运动副的分类

两构件构成运动副后,它们之间的相对运动将受到约束,从而使它们之间只能产生某些相对运动。至于两构件构成运动副后尚能产生哪些相对运动,则与它们所构成的运动副的性质有关,亦即与运动副所引入的约束情况有关,现说明如下:

如图 1-5 所示,一个构件在尚未与其他构件构成运动副之前,在空间可以产生六个独立的运动(即沿 X 、 Y 及 Z 轴的三个移动和绕 X 、 Y 及 Z 轴的三个转动),即具有六个自由度。要确定这个构件在空间的位置,就需要给定六个独立的运动参数(例如构件上一点 A 的三个坐标 x_A 、 y_A 、 z_A ,及构件上过 A 点的某一标线与以 A 为原点的三个坐标轴中任意两轴的夹角 α 、 β 和构件绕该标线由某一起始位置算起的转角 γ)。当该构件与其他构件构成运动副后,由于两构件互相接触,其某些独立运动将因受到运动副的约束而消失,因此其自由度将减少。而且减少的数目应等于约束的数目。又因两构件构成运动副后,仍须保证能产生一定的相对运动,故运动副引入的约束的数目最多为五个,而剩下的自由度最少为一个。

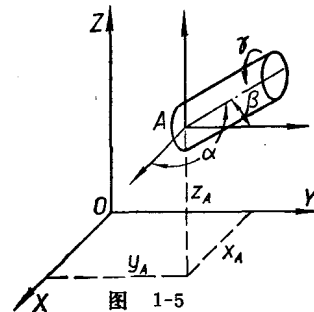


图 1-5

根据运动副所具有的自由度(或引入的约束)的数目,可把运动副分为五类(或五级)。具有一个自由度(或引入五个约束)的运动副称为 1 类副(或 V 级副),如转动副(或称回转副,代号 R ,

见图 1-6, *a*)、移动副(或称棱柱副,代号 *P*,见图 1-6, *b*)及螺旋副(代号 *H*,见图 1-6, *c*)。具有两

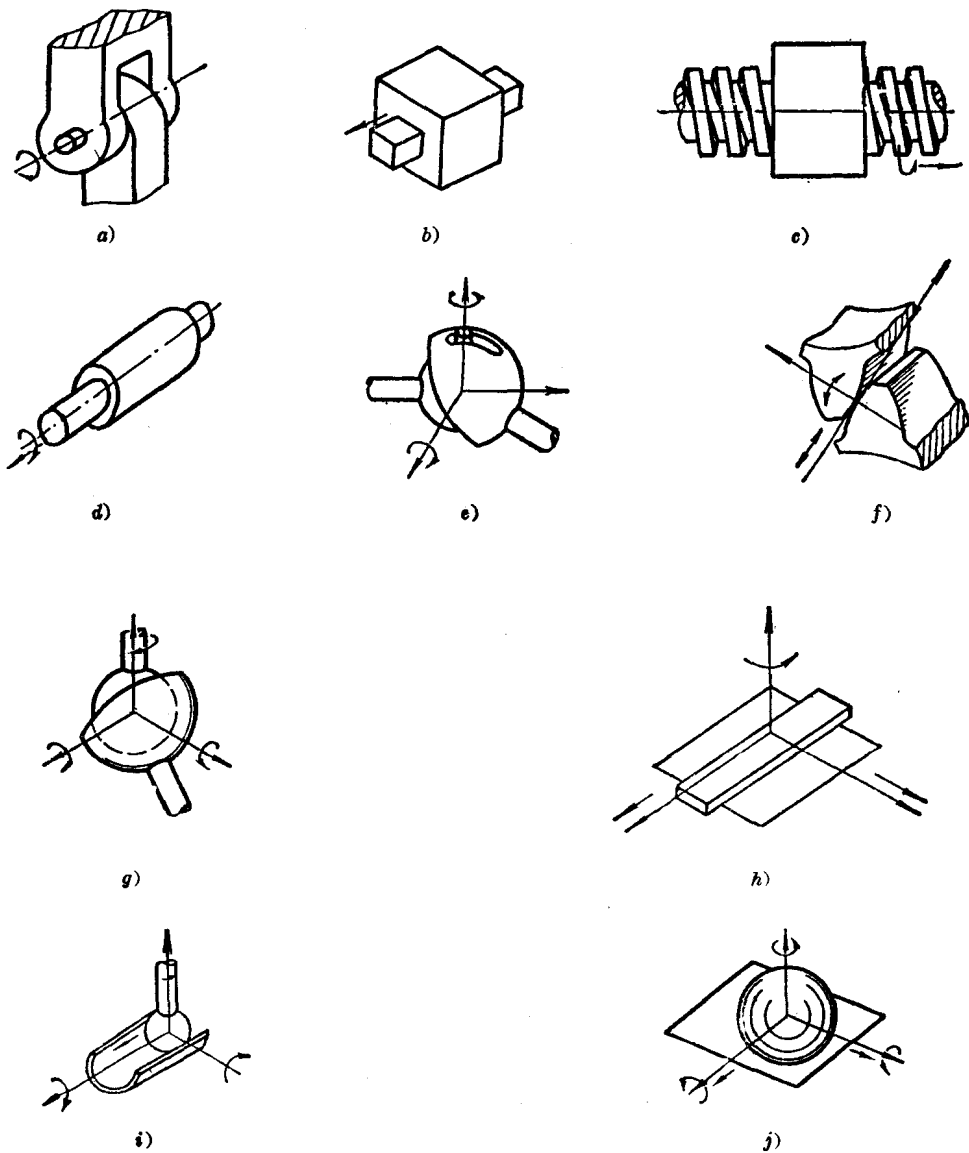


图 1-6

个自由度(或引入四个约束)的运动副称为 2 类副(或 IV 级副),如圆柱副(代号 *C*,见图 1-6, *d*)、球销副(代号 *S'*,见图 1-6, *e*)及平面高副(见图 1-6, *f*)。依此类推,尚有 3 类副(或 III 级副),如球面副(代号 *S*,见图 1-6, *g*)及平面副(代号 *E*,见图 1-6, *h*); 4 类副(或 II 级副),如球与圆柱副(见图 1-6, *i*); 5 类副(或 I 级副),如球与平面副(见图 1-6, *j*)等。

根据构成运动副的两构件之间的相对运动为平面运动或空间运动,也可把运动副分为平面运动副和空间运动副两大类。上述运动副中只有转动副、移动副及平面高副可以做为平面运动副。

在表 1-1 中给出了运动副的代表符号(摘自中华人民共和国国家标准, GB 4460-84 机械制图机构运动简图符号中2. 运动副部分)。

表 1-1 运动副符号(摘自 GB 4460-84)

	名 称	基本符号	可用符号	附注
2.1 2.1.1	具有一个自由度的运动副 回转副 a. 平面机构 b. 空间机构			
2.1.2	棱柱副(移动副)			
2.1.3	螺旋副			
2.2 2.2.1	具有两个自由度的运动副 圆柱副			
2.2.2	球销副			
2.3 2.3.1	具有三个自由度的运动副 球面副			
2.3.2	平面副			
2.4 2.4.1	具有四个自由度的运动副 球与圆柱副			
2.5 2.5.1	具有五个自由度的运动副 球与平面副			

§ 1-4 机构的自由度

如前所述,在运动链中,若以某一构件作为机架,而当其另一个(或几个)构件按给定的运动规律运动时,其余各构件都得到确定的运动,则这样的运动链便成为机构。显然,不能运动或无规则乱动的运动链都不是机构。

现在分析运动链成为机构的条件。

机构具有确定运动时,所必须给定的独立运动参数的数目(亦即为使机构的位置确定,必须给定的独立的广义坐标的数目)称为机构的自由度。又如前所述,按照给定运动规律而独立运动的构件称为主(原)动件。而通常机构的主(原)动件都是和机架相联且一般只能给定一个独立的运动参数(例如,电动机的转子只有一个转动;而内燃机、液压缸或气压缸的活塞只有一个移动),即只有一个自由度。所以,在此情况下,为了使运动链成为机构,除了需有一作为机架的构件外,显然机构的自由度必须大于零,且应使其主(原)动件的数目等于其自由度的数目。这就是运动链成为机构的必要条件。

下面讨论机构自由度的计算方法。如前所述,一个构件在尚未与其他构件构成运动副之前,它在空间具有6个自由度。设某一机构共有 n 个运动构件(因为以机架作为参考坐标系,所以机架不计算在内),那末,在这些构件未通过运动副联接起来之前,它们应共有 $6n$ 个自由度,即能产生 $6n$ 个独立的运动,也即确定它们的位置需给定 $6n$ 个独立的运动参数。但是,在机构中,每一构件必须与其他构件相联接而构成运动副,而当两构件构成运动副以后,它们的运动就受到约束,因此它们的自由度也随之减少,至于自由度减少的数目,则因运动副的性质不同而不同,并且应等于运动副引入的约束的数目。现设该机构中共有 p_1 个I级副, p_2 个II级副, p_3 个III级副, p_4 个IV级副和 p_5 个V级副,则各运动副引入的约束总数(亦即各构件构成运动副后机构自由度减少的数目)应为 $(p_1+2p_2+3p_3+4p_4+5p_5)$,于是,该机构实际剩下的自由度(设以 w 表示)应为

$$w=6n-5p_5-4p_4-3p_3-2p_2-p_1 \quad (1-1)$$

这就是一般空间机构的自由度的计算公式。

在图1-7中,所有构件只能在 XY 平面内运动,而均不能沿 Z 轴移动和绕 X 及 Y 轴转动,这就是说其所有构件均受到三个所谓的公共约束。所以,当各构件尚未通过运动副联接起来之前,每个构件将只有三个自由度(即沿 X 轴及 Y 轴的两个移动和绕 Z 轴的一个转动)。因此,如果平面机构共有 n 个活动构件,则它们将共有 $3n$ 个自由度。而当各构件两两构成运动副之后,它们的运动将受到约束,因而其自由度将减少。至于自由度减少的数目,则如前所述,将等于运动副引入的约束数。又在平面机构中,每个运动副引入的约束至多为2,而至少为1,即只能是平面低副(转动副和移动副)和平面高副,包括公共约束在内即只能为V级副和IV级副。所以,如果在该机构中,各构件间共构成了 p_5 个平面低副和 p_4 个平面高副,则它们对该平面机构将共引入 $(2p_5+p_4)$ 个约束,于是该机构的自由度应为

$$w=3n-(2p_5+p_4)=3n-2p_5-p_4 \quad (1-2)$$