主　编　吴育华
副主编　曾绍标　李泽光

GUANLISHUXUE

# 管理数学

天津科技翻译出版公司

津新登字(90)010


管理数学

主　编　吴育华

责任编辑　赵丽琴

*　*　*

天津科技翻译出版公司出版

（天津市南开区红旗路南科研区）

天津市红桥区激光照排中心排版

天津市宝坻县印刷厂印刷

新华书店天津发行所发行

*　*　*

开本　850×1168 毫米　1/32　印张:16.750　字数:425 千字

1992 年 3 月第 1 版　　1992 年 3 月第 1 次印刷

印数:1–5000

ISBN·7–5433–0309–4/0.22　　定价:8.10 元

## 内容提要

本书集中介绍了管理工作所必须掌握的数学理论与方法，它由微积分、线性代数、线性规划及概率与统计四部分组成.其内容深入浅出，每章都有习题并附有习题答案.

本书可供各类企业管理人员参考，并可作为大专院校管理工程，技术经济及其它经济管理专业师生的教学参考书.

# 序言

管理工作中充满了数量关系,处理管理过程中各种数量关系以及进一步进行定量分析是现代管理技术中一项重要工作.要全面提高经济管理水平,实现科学管理,除了必须具备坚实的专业知识,丰富的实际经验和不懈的进取精神外,还必须掌握必要的数学理论与方法.

“管理数学”是研究管理过程中各种数量关系的一门基础学科。学习“管理数学”这门课程的目的有三个:其一,可使管理工作者加强定量地分析问题并进一步做出理论概括的能力;其二,有助于提高管理工作者的思维质量,培养思考较复杂问题的能力;其三,为进一步学习其它学科打下基础.

管理工作所需要的数学知识涉及面较广,我们选择最基础的四部分:微积分、线性代数、线性规划、概率与统计,作为本书的内容.全书共分四篇 17 章,各篇内容相对独立.第 1–6 章为微积分篇,第 7–9 章为线性代数篇,第 10–13 章为线性规划篇,第 14–17 章为概率与统计篇.我们在编写时,贯彻少而精的原则,循序渐进,注重实用性,尽可能讲清楚各个概念和定理的含义、适用条件和用法,而把一些定理本身的繁难推演证明过程略去.每章中有一定量的例题,每章内容后,选配适量的习题,并在本书末附有简要答案可供读者参考.

本书 1–3 章由林镇中同志编写;4–6 章由曾绍标同志编写;7–9 章由孙炳坤、李泽光同志编写;10–13 章由吴育华、李泽光同志编写;14–17 章由张晓峒同志编写;程德文、张光雄、龚涛、张建涛也参与了部分习题的编写工作.全书由吴育华负责主编,曾绍

标、李泽光为副主编.由于我们水平有限，所以书中缺点及错误难免，恳切希望读者批评指正.

本书出版过程中得到天津大学企业管理协会及天津市自学考试办公室通力支持，在此表示深切的谢意.

作者

1991.9

# 目　录

# 第一篇　微积分

## 第一章　函数

函数是数学中最重要的概念之一，它是微积分研究的主要对象.

### 第一节　绝对值

**一、绝对值**

本书只在实数范围内研究微积分.实数有正数与负数之分，例如，运输入库 5 吨货物记为+5，运输出库 5 吨货物则记为−5.当我们计算运输量时，就不分正、负而取其绝对值来统计.

**定义 1.1**　实数 $a$ 的绝对值记为$|a|$，规定为

$$|a|=\begin{cases}a, & \text{当}a\geqslant 0\\ -a, & \text{当}a<0\end{cases}$$

由定义易知，对于任何实数 $a$，总有$|a|\geqslant 0$.

**例1**　$|4|=4$，$|-4|=-(-4)=4$.

**二、绝对值的性质**

(1)　$|-a|=|a|$

(2)　$-|a|\leqslant a\leqslant |a|$

(3)　$|a+b|\leqslant |a|+|b|$

(4)　$|a-b|\geqslant |a|-|b|$

(5)　$|ab|=|a||b|$

(6)　$\left|\dfrac{a}{b}\right|=\dfrac{|a|}{|b|}$，$(b\neq 0)$.

以上性质，直接根据定义都可得到证明.

在几何上，$a$ 的绝对值表示数轴上坐标为 $a$ 的点到原点的距离. 而 $|a-b|$ 则表示坐标为 $a$ 及坐标为 $b$ 的两点间的距离（图 1-1）

## 第二节　变量

### 一、变量与常量

宇宙中一切事物，都是处在不断的运动变化之中. 本教室在一昼夜的过程中，气温是个变化的量. 又如，一根金属细杆，在温度变化过程中，由于热胀冷缩，细杆的长度是个变化的量.

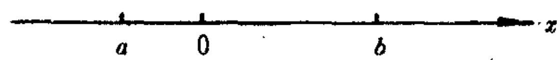


**图 1-1**

在某一过程中，凡是可以取不同数值的量叫做**变量**；而在过程中始终保持同一数值的量叫做**常量**. 通常以 $x, y, z, s, t, \cdots$ 等表示变量，而以 $a, b, c, \cdots$ 等表示常量.

### 二、区间　邻域

我们常用所谓区间或邻域表示变量的变化范围.

1. 区间

设 $a, b$ 为实数，$a<b$，满足不等式

$$a \leqslant x \leqslant b$$

的全体实数叫做**闭区间**. 记为 $[a, b]$. 在数轴上表示带端点的线段（图 1-2）.

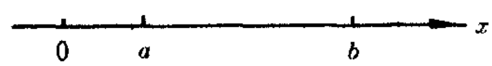


**图 1-2**

满足不等式

$$a<x<b$$

的全体实数叫做**开区间**，记为 $(a, b)$. 在数轴上表示不带端点的线段（图 1-3）.

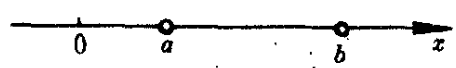


**图 1-3**

类似地，$a \leqslant x<b$ 记为 $[a, b)$；$a<x \leqslant b$ 记为 $(a, b]$. 并称它们为

半开(或半闭)的区间.全体实数称为无限区间，记为$(-\infty, +\infty)$.用不等式表示为$-\infty < x < +\infty$.此外，读者不难理解半无限区间$(-\infty, a)$及$(a, +\infty)$等的意义和图象.

2. 邻域

设 $a$ 为定数，$\delta > 0$ 为任意实数.满足不等式

$$|x-a| < \delta \tag{1.1}$$

的实数 $x$ 的全体称为点 $a$ 的 $\delta$ **邻域**.点 $a$ 称为邻域的中心，$\delta$ 称为邻域的半径.(1.1)式与下面(1.2)式及(1.3)式等价:

$$-\delta < x-a < \delta \tag{1.2}$$

及

$$a-\delta < x < a+\delta \tag{1.3}$$

# 第三节　函数

万物皆变，其量变的侧面反映在数学上便是前面所述的变量概念.还有一层意思，即一切事物都是相互联系、相互制约的，因而它们的变量之间存在依存关系.函数概念，便是这种变量间依存关系在数学上的抽象.

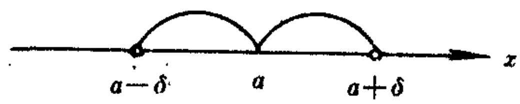


图 1-4

**一、函数概念**

**例 1**　圆的面积 $A$ 与其半径 $r$ 有依存关系:

$$A = \pi r^2$$

面积 $A$ 随半径 $r$ 的变化而变化.当半径 $r$ 取某一定值时，面积 $A$ 即随之唯一确定.

**例 2**　在自由落体运动中，物体经过的路程 $s$ 与时间 $t$ 有下列依存关系:

$$s = \frac{1}{2}gt^2$$

其中常数 $g$ 是重力加速度.随着时间 $t$ 的推移变化，路程 $s$ 也随之变化.当 $t$ 取某一定值时，$s$ 即随之唯一确定.

上面两例，尽管几何、物理意义不同，但它们有共性.即在每一个问题中都有两个变量，当其中一个变量给定时，另一个变量也就随之唯一确定.

**定义 1.2** 若对变量 $x$ 的每一个值，变量 $y$ 都有唯一确定的值与之对应；则称变量 $y$ 为变量 $x$ 的**函数**.记为$y=f(x)$.$x$叫做**自变量**，$y$ 也叫做**因变量**.

例如，$y=f(x)=\dfrac{1}{x}$ 及$y=\varphi(x)=\sqrt{x-2}$都是$x$的函数.

当 $x=x_0$ 时，如果有 $y_0$ 与之对应：$y_0=f(x_0)$，便称$f(x)$在 $x_0$ 点有定义.例如 $f(x)=\dfrac{1}{x}$ 在 $x_0\neq 0$ 时都有定义，在 $x=0$ 时$f(0)$ 无意义，即在 $x=0$ 无定义；又如 $\varphi(x)=\sqrt{x-2}$ 在 $x\in[2,+\infty)$ 上有定义，在 $x<2$ 时无定义.凡使函数有定义的点的全体，称为函数的**定义域**.当自变量在定义域内取遍一切值时，所对应的函数值的全体叫做函数的**值域**.通俗言之，定义域即自变量的变化范围；值域即因变量的变化范围.

**例 3** 函数$f(x)=\dfrac{1}{x}$的定义域为$(-\infty,0)\bigcup(0,+\infty)$，值域为$(-\infty,0)\bigcup(0,+\infty)$.

**例 4** 函数$\varphi(x)=\sqrt{x-2}$的定义域为$[2,+\infty)$，值域为$[0,+\infty)$

**例 5** 求下列函数的定义域：

(1) $y=log_a(x-1)+\dfrac{1}{x-4}$，$(a>0,\ a\neq 1)$.

(2) $y=arcsin\dfrac{x-1}{2}$.

**解** (1) 要 $log_a(x-1)$ 有意义，须使 $x-1>0$.即 $x>1$.

要使$\dfrac{1}{x-4}$ 有意义，须 $x\neq 4$. 因此，要使函数有定义，须使 $x>1$且$x\neq 4$.所以函数的定义域为$(1, 4)\cup(4, +\infty)$.

(2) 由反正弦函数的性质,应有

$$\left|\frac{x-1}{2}\right|\leqslant 1$$

即 $|x-1|\leqslant 2$.所以函数的定义域为$-1\leqslant x\leqslant 3$.

## 二、函数的表示法

函数与自变量之间的对应规律通常用以下三种方法表示:

1. 表格法

**例** 某商店在一个月内商品销售额 y(单位: 万元)如下表:

| t | 1 | 2 | 3 | • • • • | 30 | 31 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| y | 0.7 | 0.96 | 1.2 | • • • • | 1.1 | 1.0 |

销售额 $y$ 随时间 $t$ 逐日变化的函数关系即如表格所示.

2. 图象法

**例** 实验室内一昼夜间温度 $T$ 随时间 $t$ 而变化.由自动记录仪画出的曲线(图 1–5)即表示温度 $T$ 为时间 $t$ 的函数 $T=f(t)$. 例如，当 $t=9$ 时, $T=10$℃.

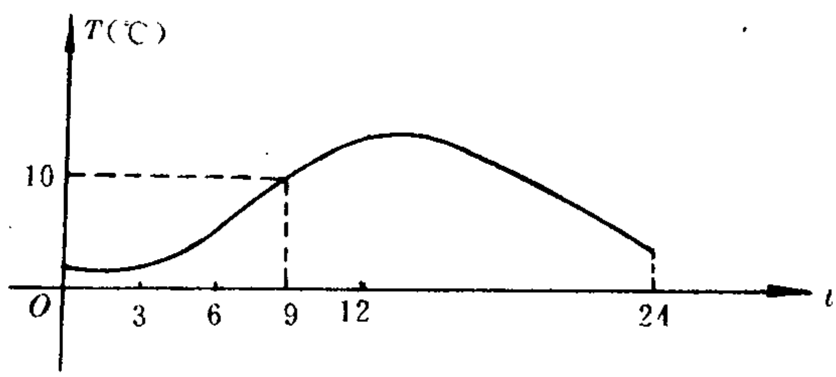


**图 1–5**

3. 解析法(公式法)

**例** $y=f(x)=\dfrac{1}{2}gx^2$ 及

$$y=f(x)=\begin{cases}x^2, & 0\leqslant x<1\\ 2x+1, & 1\leqslant x\leqslant 2\end{cases}$$

都是用解析法表示的函数.

属于用解析法表示的函数中，还有用方程 $F(x,y)=0$ 表示的函数。例如，$F(x,y)=x^2+y^2-R^2=0$ 可确定 $y$ 为 $x$ 的函数: $y=f(x)$.称 $y$ 为 $x$ 的**隐函数.**

**三、函数的图象**

变量 $x,y$ 之间的函数关系 $y=f(x)$，可以作出几何解释.设当 $x=x_1$ 时，与之对应的因变量为 $y_1=f(x_1)$，当 $x=x_2$ 时，与之对应的因变量为 $y_2=f(x_2)$，……等等.用数对 $(x_1,y_1)(x_2,y_2)\cdots$ 作成点，在直角坐标 $xoy$ 系中，将这些点逐一描出，一般说来，全部点构成一曲线，称此曲线为函数 $y=f(x)$ 的图形.例如 $y=\varphi(x)=\sqrt{x-2}$ 的图形为图 1–6 所示的曲线.

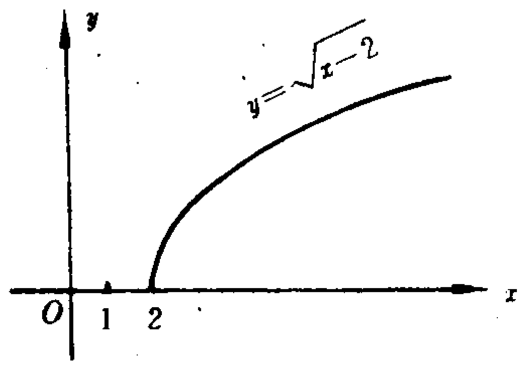

图 1–6

**四、函数符号运算**

$y=f(x)$ 是一般的抽象函数符号.一旦用 $f(x)$ 表示具体的函数时，$f$ 就起着对应规律与计算法则的作用.

例如，$f(x)=2x^2-sinx+1$ 是一个具体的函数，计算对应值的法则就是

$$f(\quad)=2(\quad)^2-sin(\quad)+1$$

要计算 $x=x_0$ 的对应值，只需往括号内充填 $x_0$ 就行，即

$$f(x_0)=2(x_0)^2-sin(x_0)+1$$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=2\left(\frac{\pi}{2}\right)^2-sin\left(\frac{\pi}{2}\right)+1=\frac{\pi^2}{2}$$

$$f\left(\frac{1}{x_0}\right)=2\left(\frac{1}{x_0}\right)^2-sin\left(\frac{1}{x_0}\right)+1$$

$$f(x_0+\Delta x)=2(x_0+\Delta x)^2-sin(x_0+\Delta x)+1$$ 等等.

**例6** 设 $f(x)=a^x$，则有 $f(x+y)=a^{x+y}=a^x\cdot a^y$

$= f(x)f(y)$; $f(x-y) = a^{x-y} = a^x \cdot a^{-y} = \dfrac{a^x}{a^y}$

$= \dfrac{f(x)}{f(y)}$; $f(-x) = a^{-x} = \dfrac{1}{a^x} = \dfrac{1}{f(x)}$.

**例7** 设$\varphi(x) = log_a x$，则$\varphi(xy) = \varphi(x) + \varphi(y)$；$\varphi\left(\dfrac{x}{y}\right)$

$= \varphi(x) - \varphi(y)$；$\varphi(x^n) = n\varphi(x)$.

## 五、建立函数关系举例

解决实际问题时先要建立函数关系.建立函数关系需要较综合的知识和技巧.

**例 8** 在半径为 $R$ 的圆内作内接矩形.求矩形面积 $S$ 与矩形一边之长 $x$ 间的函数关系.

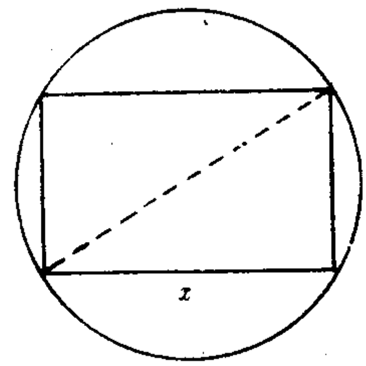

图 1-7

**解** 矩形对角线长为 $2R$(图 1-7).若以边长 $x$ 作底，则高为 $\sqrt{4R^2 - x^2}$.所以矩形面积为

$$S = x\sqrt{4R^2 - x^2}, \quad (0 < x < 2R)$$

**例 9** 图 1-8 所示工厂 $C$ 与铁路 $AB$ 的垂直距离为 $CA = 20$ 公里，$AB = 100$ 公里.今在 $AB$ 段内 $D$ 点向工厂 $C$ 修一条公路，已知铁路每公里货物的运费与公路的运费之比为 3∶5.设 $AD = x$，试将货物从 $B$ 站运到工厂 $C$ 所需的运费表示为 $x$ 的函数.

**解** $AD = x$，则 $DB = 100 - x$，

公路长 $CD = \sqrt{20^2 + x^2}$.由已知，若铁路运费每吨公里为 $3k$，则公路运费每吨公里应为 $5k$.于是总运费为

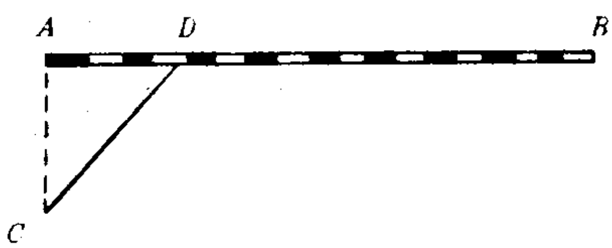

图 1-8