

高等学校教材

机械原理

西安交通大学机械原理及零件教研室

曹龙华 主编

机械原理

西安交通大学机械原理及零件教研室

曹龙华 主编

高等教育出版社

高等學校教材

機 械 原 理

西安交通大学機械原理及零件教研室

曹龍華 主編

高等教育出版社

内 容 提 要

本书于 1983 年经机械原理教材编审小组评选, 定为高等学校教材。

全书共分 13 章: 机构的结构组成、平面机构的运动分析、平面机构的力分析、平面连杆机构、空间连杆机构、凸轮机构、齿轮机构、轮系、其他常用机构、机构组合系统设计、机器动力学、机械的平衡、计算机在机构分析与综合中的应用。

本书可作高等工科院校机械类专业的教材, 也可供有关工程技术人员参考。

高等学校教材

机 械 原 理

西安交通大学机械原理及零件教研室

曹龙华 主编

*

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

北京印刷一厂印装

*

开本 787×1092 1/16 印张 19.25 字数 440,000

1986 年 5 月第 1 版 1986 年 5 月第 1 次印刷

印数 00,001—10,200

书号 15010·0725 定价 2.85 元

前　　言

1981年初，我们根据教育部机械原理教材编审小组1980年制订的教学大纲，结合我校教学实践的具体情况编写了一本“机械原理”讲义，作为我校机械类本科使用的教材。1983年，经过机械原理教材编审组评选，选定该讲义作为高等学校教材。随后，我们根据评选时提出的意见进行了补充和修改，形成了这本教材。

我们是试图从机构设计的角度编写这本教材的，因此在常用机构的设计方面介绍得比较详细，同时还介绍了机构的几种组合方式和一些机构组合系统的设计方法，为复杂机构的设计提供一些思路。此外，为了对机械进行动力分析和综合打下基础，介绍了一些有关机器动力学的基本概念和方法。关于机构的组成原理、平面机构的运动分析和力分析等内容，着重介绍了基本概念和方法。运动副摩擦、机械效率、自锁现象等内容则分散在各有关章节中，结合具体机构进行叙述。本书最后一章介绍了电子计算机在机构分析和综合中的应用，使读者在用电脑处理机构问题时有所借鉴。

编写中我们在精选内容、讲清基本概念和基本方法方面作了一些努力。

使用本书时，对小字印刷的内容（例题、习题除外）和第五、十三章可视学时多少而作取舍。

我校来虔教授主持编写的“机械原理参考讲义”（56、59、60年，西安交通大学铅印）是我校五十年代的教材和教学参考书，反映了当时我校机械原理课程的教学经验。在编写本书时有不少地方引用或参考了该讲义。编写中还得到来虔教授的指点，在此一并致谢。

参加本书编写的有凌文倩（第一章），曹龙华（第二、三、十一章），蒋希成、姜琪（第四章），姜琪（第五、十章），孔午光（第六、九章），夏兆熊（第七章），罗洪田（第八章），陈奉献（第十二章），徐曾荫（第十三章），并由曹龙华主编。

本书承北京农业机械化学院孙可宗教授和郑州工学院卢锡畴教授仔细审阅，提出了宝贵意见，特此致谢。

由于我们的水平所限，疏漏、错误之处在所难免，希望读者批评、指正。

编　　者

1985.8.

目 录

第一章 机构的结构组成	1	习题.....	95
1.1 机械原理的基本概念.....	1	第六章 凸轮机构	96
1.2 机构运动简图.....	4	6.1 凸轮机构的应用和分类.....	96
1.3 平面机构的自由度.....	7	6.2 从动件常用运动规律.....	99
1.4 机构具有确定运动的条件.....	12	6.3 凸轮机构的压力角和基圆半径	106
1.5 平面机构的组成原理.....	12	6.4 用图解法设计凸轮的廓线	111
1.6 空间机构的自由度概述.....	18	6.5 用解析法设计盘形凸轮的廓线	116
习题.....	20	6.6 空间凸轮机构	120
第二章 平面机构的运动分析	24	习题	123
2.1 研究运动分析的目的.....	24	第七章 齿轮机构	126
2.2 平面机构的位置图及其构件上点的轨迹和 位移的求法.....	24	7.1 概述	126
2.3 用瞬心法分析机构的速度.....	26	7.2 齿廓啮合基本定律	126
2.4 用速度多边形和加速度多边形分析机构的 速度和加速度.....	29	7.3 渐开线的形成、特性及其方程式	128
2.5 机构的运动线图.....	38	7.4 一对渐开线齿廓的啮合传动	131
2.6 用解析法分析机构的运动.....	39	7.5 渐开线齿轮的参数和尺寸	136
习题.....	41	7.6 一对渐开线齿轮的啮合传动条件	139
第三章 平面机构的力分析	43	7.7 渐开线齿轮齿廓的加工	143
3.1 平面机构力分析的内容和目的.....	43	7.8 渐开线齿廓的根切和干涉	147
3.2 构件的惯性力.....	44	7.9 一对标准齿轮的啮合传动参数	150
3.3 确定运动副反力时需要求的未知量 和杆组 的静力确定性.....	45	7.10 变位齿轮	150
3.4 不考虑摩擦时机构的动态静力分析.....	46	7.11 变位齿轮传动	153
3.5 考虑摩擦时机构的力分析.....	53	7.12 斜齿圆柱齿轮机构	157
习题.....	58	7.13 摆线齿轮及其啮合	165
第四章 平面连杆机构	61	7.14 圆弧齿廓及其啮合	166
4.1 平面连杆机构的基本形式和应用.....	61	7.15 圆锥齿轮机构	167
4.2 四杆机构的一些基本概念和基本特性.....	64	7.16 螺旋齿轮机构	170
4.3 平面连杆机构的基本设计命题.....	72	7.17 蝶轮蝶杆机构	172
4.4 平面四杆机构的设计.....	73	习题	175
习题.....	84	第八章 轮系	178
第五章 空间连杆机构	87	8.1 轮系的分类	178
5.1 概述	87	8.2 定轴轮系传动比的计算与应用	179
5.2 空间连杆机构的运动分析.....	87	8.3 周转轮系传动比的计算与应用	182
5.3 含有两个球面副的空间四杆机构设计.....	93	8.4 行星轮系的效率计算	189
		8.5 周转轮系各轮齿数的确定	191
		8.6 渐开线少齿差行星齿轮传动、摆线针轮传动 及波导传动简介	193

习题	198	11.7 周期性速度波动的调节——飞轮转动惯量的计算	259
第九章 其他机构	201	习题	263
9.1 螺旋机构	201	第十二章 机械的平衡	265
9.2 棘轮机构	203	12.1 机械平衡的目的和内容	265
9.3 槽轮机构	209	12.2 刚性转子的平衡原理	266
9.4 万向联轴节	215	12.3 转子的平衡试验	268
9.5 不完全齿轮机构	218	12.4 转子不平衡量的表示方法与许用不平衡量	269
9.6 非圆齿轮机构	221	12.5 质量代换法	272
习题	224	12.6 平面连杆机构的平衡	273
第十章 机构组合与机构组合系统运动设计	225	习题	276
10.1 机构的组合方式	225	第十三章 计算机在机构分析与综合中的应用	278
10.2 机构系统的运动设计(综合)	233	13.1 概述	278
10.3 机构系统的方案设计	242	13.2 向量三角形的解法	278
习题	245	13.3 杆组运动分析和动态静力分析子程序的编写	283
第十一章 机器动力学	247	13.4 平面机构分析及综合主程序的编写	286
11.1 概述	247	13.5 机构优化综合概述	293
11.2 作用在机器上的力、机器运动的三个阶段	247	习题	299
11.3 等效力和等效力矩	250	主要参考书	300
11.4 等效质量和等效转动惯量	252		
11.5 机器运动方程式	254		
11.6 已知力作用下求机器的真实运动	255		

第一章 机构的结构组成

内 容 提 要

在介绍机械原理的一些基本概念的基础上，本章首先介绍工程上用来反映机构运动情况的一种图形——机构运动简图的画法。然后从判别机构自由度着手，说明机构具有确定运动的条件。最后介绍平面机构的组成原理及高副低代方法。对空间机构的自由度本章也作了概述。

1.1 机械原理的基本概念

1.1.1 机器与机构

“机器”是大家所熟知的一个名词，不同的机器有不同的构造、性能和用途。但从它们的组成、运动及功能转换关系来看，现代的机器应具备下列三个共同的特征：

- 1) 机器是刚强物体的人工组合系统(这里的刚强是相对负荷而言的。例如皮带、绳索是相对拉伸而言；液体、气体是相对压缩而言)。
- 2) 它的各个部分之间具有确定的相对运动。
- 3) 机器能使输入的机械能转变为有用功以代替或减轻人们的劳动。机器也可以实现机械能和其他形式能量的转换。例如：发电机能把机械能变为电能；电动机能把电能变为机械能。

凡仅具备以上1、2两个特征的装置称为“机构”。所以机构是具有确定相对运动的刚强物体的人工组合系统。机构与机器的区别在于人们用机器来实现运动和能量(必须包含有机械能)的转换，而机构主要是用来把一个或几个刚体的运动变换为所需要的其他刚体的运动。如果在机构中还有气体或液体参加运动变换，该机构就被称为气动机构或液压机构。

“机械”则是机器与机构的总称。

一台机器可以包含有一个或几个机构。功用不同的各种机器可以具有同样的主要机构。例如图1.1的单缸内燃机和图1.2的冲床，它们的主体机构都是曲柄滑块机构。

本课程将对机器中常用的机构(如：连杆机构、凸轮机构、齿轮机构等)及由这些机构组合而成的组合机构的分析和设计方法进行研究。不管这些机构是用在哪个机器中，这些方法都是适用的。

1.1.2 机构的组成

1. 机构组成要素

- (1) 构件(或称“杆”) 构件是机构中的一个刚性系统，它与机构的其他刚性系统相接触而保持一定的相对运动。构件是机构中的运动单元，是机构的基本组成单位。一个构件可以由一

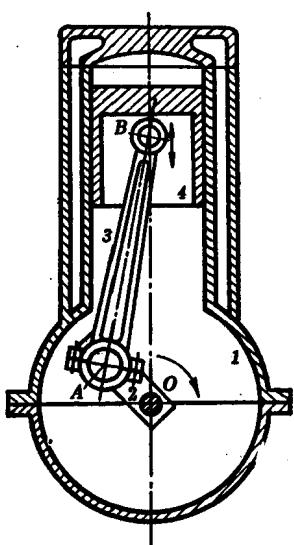


图 1.1

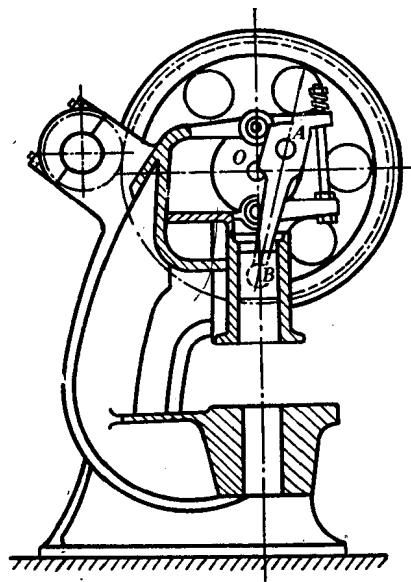


图 1.2

一个零件组成也可以由几个零件固结而成。因此，构件不同于作为制造单元的零件。如图 1.3 所示的内燃机连杆，它在结构上是由连杆体 1、连杆头 2、轴套 3、轴瓦 4、螺栓 5、螺母 6 等许多零件固结在一起组成的。而在内燃机工作时它作为一个整体而运动，故它是一个运动单元。

(2) 运动副 机构中所有构件之间都应具有确定的相对运动，为此必须对各构件的运动加以约束，这种约束是通过机构中相邻两个构件一部分表面经常保持接触来实现的。该两个构件接触表面的总合称为运动副。机构构件之间通过运动副组成的活动连接来限制各相邻构件，使它们能作一定的相对运动。运动副有各种不同的分类方法，常见的方法是：1) 按组成运动副的两构

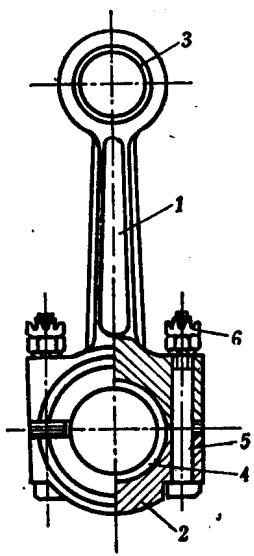


图 1.3

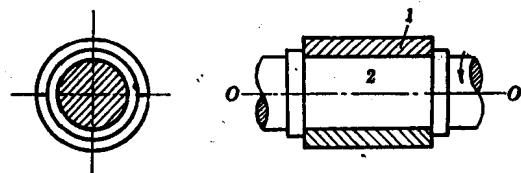


图 1.4

件间是作平面平行运动还是作空间运动，可分为平面运动副和空间运动副。如运动副是限制相邻两构件只能互作平面平行运动的，则称该运动副为平面运动副。例如图 1.4 的转动副(又称回转副)，限制构件 1 与 2 只能绕轴线 O-O 相对转动。图 1.5 的移动副，限制构件 1 与 2 只能沿直线 xx 相对移动。如运动副允许相邻两构件的相对运动不只局限于在平行平面内，则该运动副

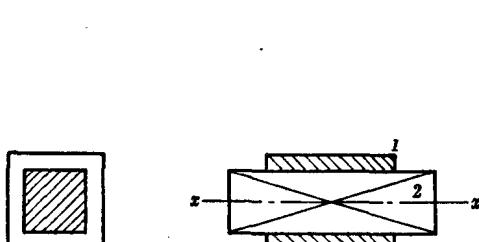


图 1.5

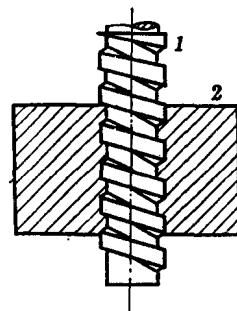


图 1.6

称为空间运动副。如图 1.6 的螺旋副允许构件 1 与 2 之间的相对运动是螺旋运动。图 1.7 的球面副也是一种常见的空间运动副。2) 按两构件的接触情况, 运动副可分为高副和低副。作面接触的运动副称为低副。作点或线接触的运动副称为高副。转动副、移动副、螺旋副、球面副都是低副。图 1.8 所示的圆球 1 与平面 2 组成点接触的运动副是高副。3) 根据锁合方式(指保

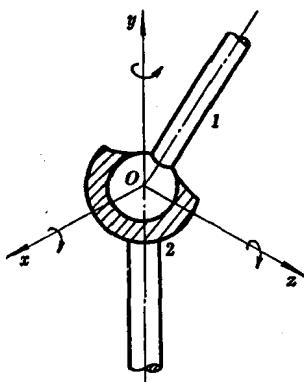


图 1.7

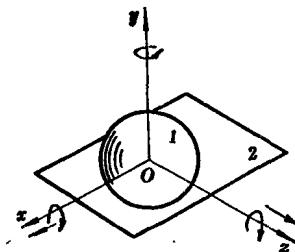


图 1.8

证组成运动副两构件始终接触的方式), 运动副可分为几何锁合与外力锁合。几何锁合是指用几何形状来完成锁合(故又称形锁合), 如图 1.4 所示转动副中, 用轴承孔及轴肩的形状把轴颈封闭在轴承中来保证 1 和 2 始终接触并作相对转动。外力锁合是指需用外力来完成锁合, 如图 1.8 所示的高副, 单靠构件 1 与 2 的几何形状不能锁合, 因此为保证两构件始终接触, 除依靠构件本身重量外, 一般还需足够的外力(如弹簧的压紧力)来锁合。

(3) 运动链 构件通过运动副连接而成的系统称为运动链。如图 1.9 表示构件 1、2、3、4 通过运动副 A、B、C 连接成运动链。图中 A 和 C 处的小圆圈为代表转动副的符号, 圆心就是转动中心。B 处的符号代表移动副, 表示构件 3 上的滑块在构件 2 的导轨上移动。图中的各构件用相应的线条表示。在此运动链中, 构件 1、2、3、4 没有连成首末封闭的系统, 故称此运动链为开式链。再如图 1.10 表示四个构件 1、2、3、4 用四个转动副 A、B、C、D 连接所组成的运动链。在此运动链中, 构件 1、2、3、4 形成了一个首末封闭的系统, 故称此运动链为闭式链。闭式链中若只有一个封闭系统的为单闭环链(图 1.10), 有两个封闭系统的(图 1.11)被称为双闭环链, 两个以上

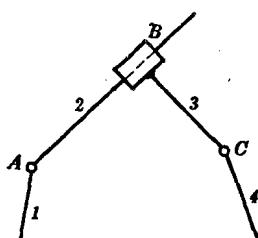


图 1.9

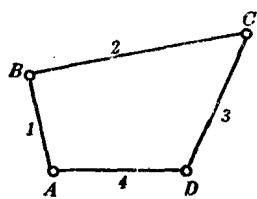


图 1.10

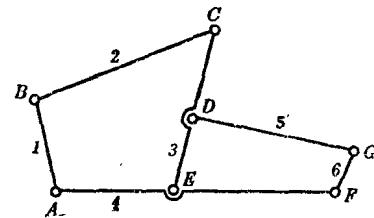


图 1.11

封闭系统的名称可依次推得。

2. 机构的形成

当运动链具备以下三个条件时就成为机构：

- 1) 具有一个机架。所谓机架是指某一选定的构件，此构件在研究机构运动时作为描述其他构件运动情况的参考坐标系。多数情况下，选择相对地面固定的构件为机架。在有些机器中（如：汽车、飞机、机器人等），机架相对地面亦有运动。
- 2) 根据不同情况，具有一个或几个运动规律已给定的构件。这类构件称为主动件。
- 3) 除主动件和机架外，其余各构件（称为从动件）能够根据运动链中运动副的类型及其布置情况以及所给定的主动件的运动规律产生相应的确定运动。

根据机构中各构件之间的相对运动是平面运动还是空间运动，机构可分为平面机构及空间机构两大类。

1.2 机构运动简图

工程上根据不同需要，有各种不同的图形。如加工用的零件图，装配用的装配图。在分析现有机器或设计新机器时，首先要对机器的运动情况和受力情况进行分析。机构运动简图就是进行这种分析所必需的图形。在机构运动简图中，应表明该机构的机架、主动件、从动件及连接各构件的运动副的类型和它们的相对位置。它的特点是略去构件外形、运动副的具体构造等与运动无关的因素，用一般规定的符号和线条来表示运动副和构件。其目的是使图形简单醒目，便于分析运动和受力情况。表 1.1 列出本书常用的符号，供画图时参考。

平面机构中只含有转动副、移动副和平面高副，在画平面机构的运动简图时应特别注意这三种运动副的各种表示方法。

图 1.12, a 为偏心轮机构模型图，其运动简图为图 1.12, b，现以此为例子来说明作机构运动简图的步骤：

- 1) 认清机架及主动件后，按传动路线逐个分清各从动件，并依次标上数字编号。

在图 1.12, a 中，1 为机架，偏心轮 2 为主动件。在主动件 2 的带动下，通过连杆 3 使滑块 4 在水平导路中移动。

- 2) 仍由主动件开始按传动路线逐个认清相邻两构件的相对运动性质，据此确定各运动副的类型，并对各运动副标上字母。

图 1.12, a 中, 偏心轮 2 绕固定中心 O 转动, O 为转动副。偏心轮又与连杆 3 的大端绕 A 点相对转动, A 也是转动副。连杆的小端与滑块 4 相连, 两者绕 B 点相对转动, B 也是转动副。滑块 4 在机架 1 的水平导路中移动, 故与机架用移动副相连。

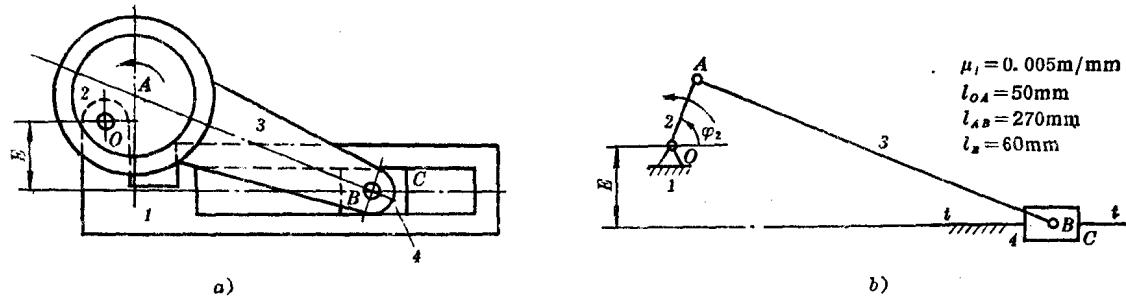


图 1.12

3) 把主动件固定在某一位置, 以此时的机构位置为作图位置。据此位置定出与构件运动情况有关的各尺寸要素, 转动副中心的位置、移动副导路的方位、平面高副的轮廓形状(组成高副的两构件在该瞬时接触点的曲率中心位置及曲率半径)等。

图 1.12, a 中量得转动副中心 O 与 A 之间的距离 $l_{OA}=50\text{mm}$; 转动副中心 A 与 B 之间的距离 $l_{AB}=270\text{mm}$; 移动副 C 的导路 tt 为水平方向, 它与转动副 O 的偏距 $l_E=60\text{mm}$ 。图中以 $\varphi_2=70^\circ$ 为作图位置。

4) 用一般规定的符号, 根据机构的实际尺寸按比例画出机构运动简图。

图 1.12, b 即为偏心轮机构模型的机构运动简图。图中构件 2 上的箭头表明它是主动件。

必须注意, 在机构运动简图中惯用的作图比例尺为 μ_1 。 μ_1 的单位是(m/mm), 即图上每毫米的长度代表实际尺寸多少米。为了对分析机构提供准确的数据, 在机构运动简图旁还应按要求的精度写明各运动副的实际相对位置尺寸, 如图 1.12, b。

图 1.13, a 表示一内燃机的部分结构图。图中附有半圆形平衡质量的曲轴 1 绕 A 轴转动。A

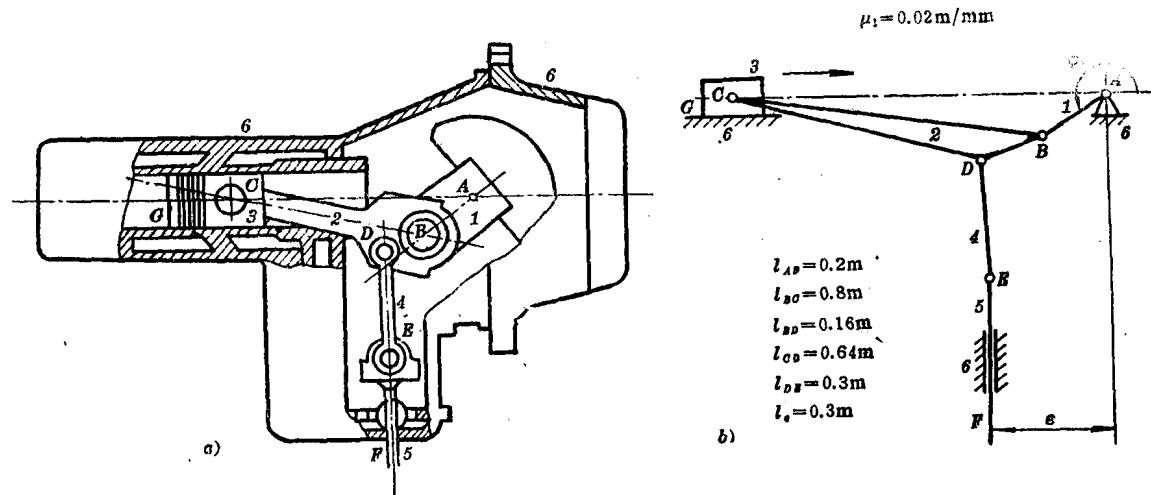
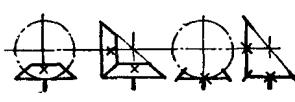
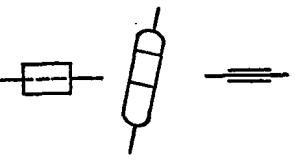
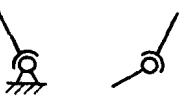
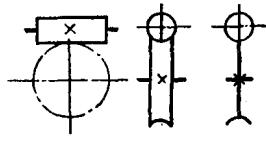
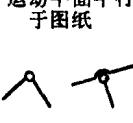
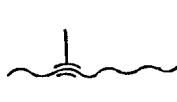
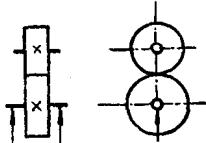
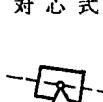
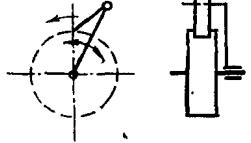
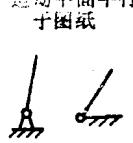
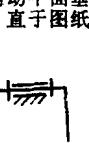
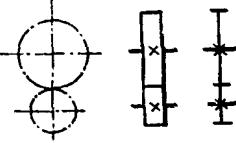
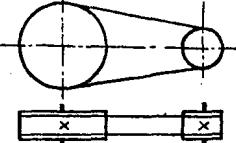
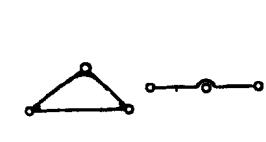
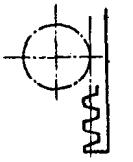
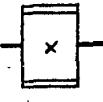


图 1.13

轴的轴承固连于气缸体 6 上。连杆 2 分别以曲柄销 B 及活塞销 C 与曲轴 1 及活塞 3 相连。连杆 4 分别以铰链 D 及 E 与连杆 2 和滑块 5 相连。以气缸体 6 为机架，活塞 3 为主动件，按上述作图步骤画出这部分机器的机构运动简图如图 1.13, b 所示。

要指出的是：这里活塞 3 和滑块 5 分别与机架 6 组成移动副，在简图中把属同一类的两个运动副按表 1.1 可画出不同的移动副符号，究竟用哪一种符号表示，需看作图方便与习惯而定。

表1.1 机构运动简图常用符号

名称	符 号	名称	符 号	名称	符 号	
线型规定	b , 表示一般机件轮廓 — , 表示轴、杆类 b/3 , 表示运动方向、剖面线等 b/3 , 表示轴线、齿轮、链条等	平面滚面滑高副	曲面高副  凸轮高副 	圆锥齿轮啮合		
两组运动成移动构件副		两构件组成球面副		蜗轮蜗杆啮合		
两组运动成转动构件副	运动平面平行于图纸 	运动平面垂直于图纸 	两构件螺旋组成副		带圆柱滚动子的 摩擦传动	
与成机架运动副组		与机架相滑连块	对心式  偏心式 	棘轮传动		
机架组成转动副	运动平面平行于图纸 	运动平面垂直于图纸 	外啮合圆柱齿轮		带传动	
一运动并接构件与上其他三个机构		齿轮齿条啮合	 	装在轴上的飞轮		

附带指出，由于图 1.13, a 中的连杆 2 是通过三个转动副 B、C、D 与其他构件连接的，故在简图中用三角形 BCD 表示，且将三个顶角涂黑以表示是一个构件。

工程上还有一种各运动副相对位置不严格按比例绘制的运动简图，称为机动示意图。它仅能表示机构的结构情况，不能用来供图解法分析机构。

在绘制有许多机构组成的机器的机动示意图时，应先选择能反映主体机构多数构件运动情况的平面作为主要作图平面。必要时还应补充其他视图。图 1.14 即为以刨刀往复运动机构的运动平面为主要作图平面画出的机动示意图。工作台移动部分的螺旋机构又用另一辅助图形画出。在机动示意图中，有时为了形象地表示所画机器，其外形轮廓可以大致画出。

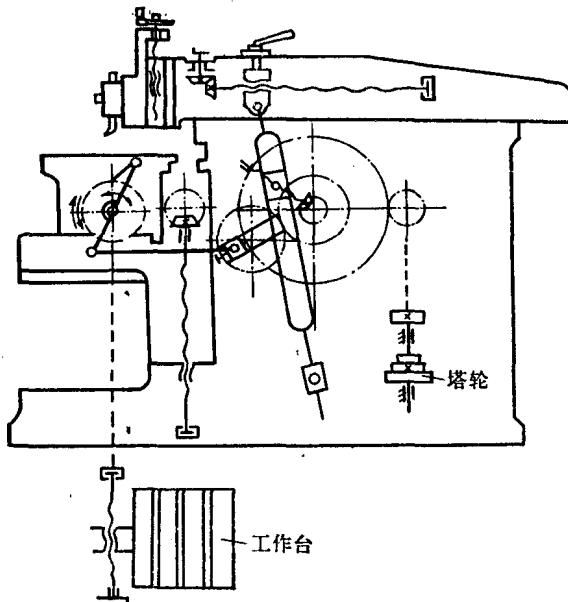


图 1.14

1.3 平面机构的自由度

所谓机构的运动自由度，是指确定机构中各构件相对机架的位置（或运动）时，所需要的独立参变数数目。本节从研究作平面运动的构件（刚体）所具有的自由度着手，引出平面机构的自由度计算公式。

1.3.1 作平面运动构件的自由度数

若把尚未与其他构件组成运动副的构件看作是一个“自由构件”，则每个作平面运动的自由构件都有三个同时存在的位置变化参数。如图 1.15 表示自由构件在参考坐标 xOy 内运动，它的位置可由三个独立位置参变数来决定，即与自由构件固连的动坐标 $x'O'y'$ 的原点 O' 在参考坐标系中的位置 x_o' 及 y_o' 以及动坐标系相对参考坐标系 xOy 的转角 φ 。因此作平面运动的自由构件相对参考坐标 xOy 具有三个自由度。若把参考坐标系建立在机架上，则机构中每个自由构件相对机架有三个自由度。

1.3.2 平面运动副对构件的约束条件

机构中各构件通过运动副互相约束，从而减少了每个构件的运动自由度。下面分析各类平

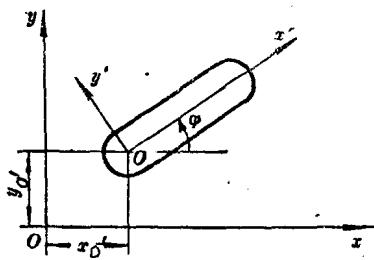


图 1.15

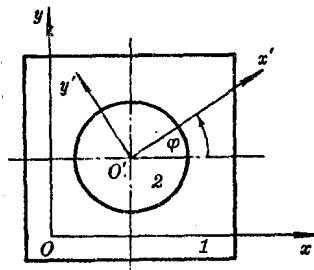


图 1.16

面运动副对构件的约束条件。

(1) 转动副的约束条件 图 1.16 中构件 1 与构件 2 组成转动副, 由于转动副的存在, 使构件 2 只能相对构件 1 作绕 O' 点的自由转动(只有参数 φ 可以自由变化), 构件 2 相对构件 1 只剩下一个独立位置参变量。若把对构件的一个独立运动的约束称为一个约束条件, 则每加入一个约束条件, 构件就失去一个自由度。转动副约束了两构件在垂直和水平两方向的相对移动, 所以一个转动副引入了两个约束条件, 使构件 2 相对构件 1 只剩下一个自由度。

(2) 移动副的约束条件 图 1.17 中, 构件 1 与 2 组成移动副。由于移动副的存在, 使构件 2 只能相对构件 1 沿导路方向移动, 即只剩下一个自由度。因此一个移动副也引入两个约束条件。

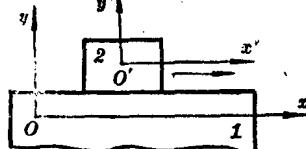


图 1.17

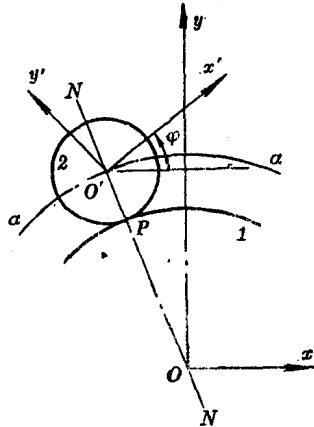


图 1.18

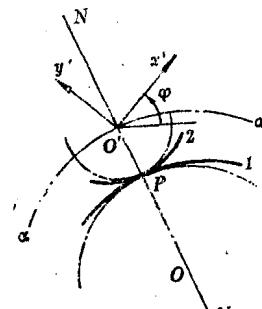


图 1.19

(3) 平面高副的约束条件 图 1.18 为两个圆形构件 1、2 在 P 点接触组成平面高副。在任何瞬时, 构件 2 相对构件 1 的位置参变量中除 φ 未受约束外, O' 点的轨迹已被给定: 它是以构件 1 的圆心 O 为圆心, 以 OO' 为半径的圆 $\alpha\alpha$ 。这就使 $x_{o'}$ 和 $y_{o'}$ 中只有一个 是独立的, 另一个受到 $\alpha\alpha$ 圆方程的约束。所以此时 2 相对 1 尚有两个运动自由度(绕 O' 的转动及沿 $\alpha\alpha$ 圆切线 方向的瞬时移动, 失去了沿公法线 NN 方向移动的自由度)。当两个构件以任意平面廓线在 P 点接触形成平面高副时(图 1.19), 情况完全类同, 只是此时 O' 与 O 仅代表两廓线在该瞬时接触点 P 处的曲率中心。因此一个平面高副引入一个约束条件。

1.3.3 平面机构自由度的计算公式

当画出机构的运动简图后, 机构所具有的构件数目、运动副类型及其配置情况都被确定, 从

而就可算出机构的自由度数。设一个平面机构共有 N 个构件，除去被作为参考坐标的机架外还有 $n = N - 1$ 个运动构件。由于转动副和移动副对构件的约束条件数都是 2，故可一并计算其带来的约束数。设机构中共有 P_5 个转动副和移动副（平面低副）；有 P_4 个平面高副，则把机构中所有运动构件具有的自由度总数减去各类运动副引入的约束条件数后，即得该机构的自由度数。因此，平面机构的自由度计算公式为

$$W = 3n - 2P_5 - 1P_4 \quad (1.1)$$

下面通过例子来说明此公式的应用。图 1.20 为一铰链五杆机构。它共有四个运动构件， $n = 4$ 。有五个转动副， $P_5 = 5$ 。机构中无高副， $P_4 = 0$ 。把这些数字代入公式(1.1)得此机构的自由度为

$$W = 3 \times 4 - 2 \times 5 - 1 \times 0 = 2$$

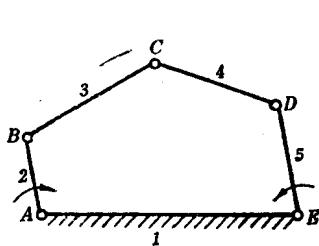


图 1.20

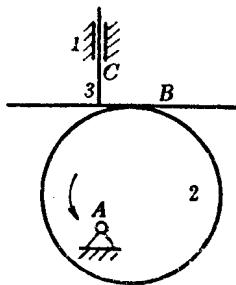


图 1.21

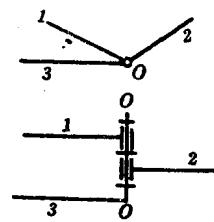


图 1.22

又如图 1.21 为凸轮机构，它有两个运动构件 $n = 2$ ，有两个平面低副 $P_5 = 2$ ，有一个平面高副 $P_4 = 1$ 。用公式(1.1)计算此机构的自由度数为

$$W = 3 \times 2 - 2 \times 2 - 1 \times 1 = 1$$

1.3.4 应用平面机构自由度计算公式时的注意事项

由于公式(1.1)推导过程中只单独考虑了各个运动副引入的约束条件，没有考虑有些机构中由于运动副的特殊组合及运动副间相对尺寸上的特殊配置而使引入的约束条件有所变化。因此在使用此公式时必须注意以下几点：

(1) 复合铰链 有两个以上构件用转动副在同一转动中心并接时，该处的结构被称为复合铰链。如图 1.22 中三个构件 1、2、3，由构件 1 与 3 及 2 与 3 分别在 O 轴线上组成转动副，因此该处有三个构件在同一转动中心并接成含有两个转动副的复合铰链。依此类推，若有 k 个构件在同一转动中心组成复合铰链，该处就有 $(k-1)$ 个转动副。因此计算一个机构中所含有的转动副数目时，必须仔细清点复合铰链中转动副的数目。

(2) 局部自由度 所谓局部自由度是指机构中某些构件具有的并不影响其他构件位置（运动）的自由度。如图 1.23, a 的凸轮机构中，构件 2 为一圆柱滚子，所以不管 2 相对转动中心 C 转到什么位置或是不转，都不会影响凸轮 1 与从动件 3 的位置，故滚子 2 对中心 C 的转动是个局部自由度。局部自由度不影响机构的运动，在计算机构自由度时应把它除去。如同图 1.23, b 所示，滚子 2 与从动件 3 固结后再按图 1.23, b 计算机构的自由度得

$$W = 3 \times 2 - 2 \times 2 - 1 = 1$$

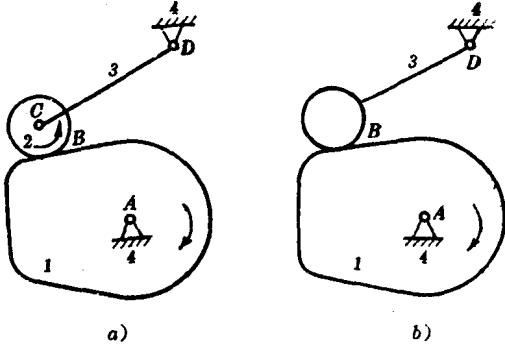


图 1.23

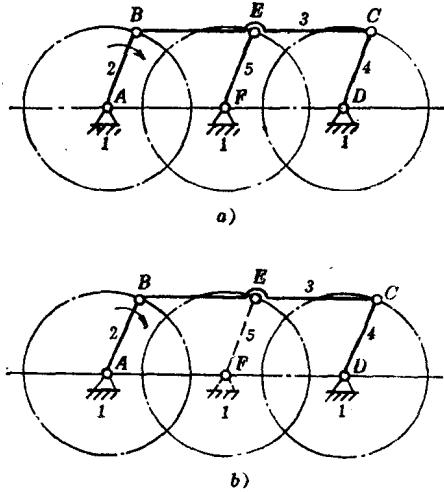


图 1.24

(3) 虚约束 某些情况下,机构中有些运动副引入的约束与其他运动副引入的约束相重复。此时,这些运动副对构件的约束,形式上虽然存在而实际并不起作用,一般把这类约束称为虚约束。如图 1.24, a 所示的平行四边形铰链机构,用公式(1.1)计算其自由度得

$$W = 3 \times 4 - 2 \times 6 = 0$$

计算结果说明这是一个无法用给定不同的独立位置(或运动)参数来改变各构件位置的“刚性结构”。但实际情况并非这样,该机构是能运动的。计算结果与实际不符,且小于实际机构的自由度,其原因是计算时计人了不起作用的虚约束。因为在图 1.24, a 中,构件 1、2、3、4 形成一个平行四边形,而构件 5 又平行于构件 2 及 4 且 $EF = AB = CD$ 。所以在此机构中连杆 BC 作平动,其上各点轨迹相同,都是以 AB (或 CD)为半径,以 AD 线上对应点为圆心的圆弧。 E 点的轨迹亦是如此。因此机构中加入构件 5 及转动副 E 、 F 后对连杆上 E 点所形成的约束(使 E 点的轨迹为以 EF 为半径的圆弧)与平行四边形 $ABCD$ 对 E 点的约束相重复,故构件 5 连同转动副 E 、 F 含有一个不起作用的虚约束。计算机构自由度时应先把此部分去除。图 1.24, b 中虚线表示虚约束部分,去除后再按图 1.24, b 计算机构自由度得

$$W = 3 \times 3 - 2 \times 4 = 1$$

应注意:本例中若 EF 与 AB (或 CD)不平行,则构件 5 及转动副 E 、 F 对构件 3 上 E 点的约束与平行四边形 $ABCD$ 对 E 点的约束并不重复,成为有效约束,此时构件 1、2、3、4、5 确实成为一个 $W=0$ 的刚性结构。

再如图 1.25, a 机构中, $AB = BC = CD = DA$ 。设 1 为主动件。直接用公式(1.1)计算此机构的自由度得

$$W = 3 \times 8 - 2 \times 12 = 0$$

但实际上当 1 移动时,此机构各构件都能作相应的运动,它们的位置随构件 1 的位置而定(如图 1.25, a 中虚线所示),故机构的实际自由度 $W=1$ 。计算结果之所以小于实际自由度是因为又把

虚约束考虑进去了。仔细分析此机构可知，在图示的运动副配置情况下，铰链中心 C 必定是沿垂直方向移动的。构件 3、移动副 E 及因加入构件 3 而在 C 点形成的铰链 C' 对铰链中心 C 只是一个重复约束。形成重复约束部分在计算机构自由度时应先去除，如图 1.25, b 所示。这样就得到此机构的自由度为

$$W = 3 \times 7 - 2 \times 10 = 1$$

从以上两例可看到，虚约束常发生在运动副间相对位置处于较特殊情况下，在计算这种机构

的自由度时应仔细分析有无重复约束及产生重复约束的原因，经分析判断后把形成重复约束部分去除，再用公式(1.1)计算机构的自由度。

(4) 公共约束 在有些机构中，由于运动副的特殊组合和特殊布置，使得机构中所有构件同时受到某些约束而共同丧失了一些独立运动的可能性，一般把这类约束称为公共约束。例如图

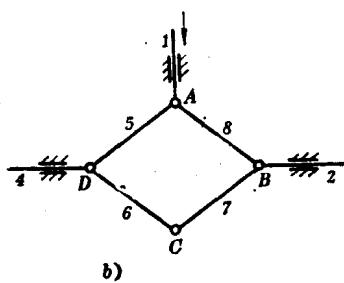
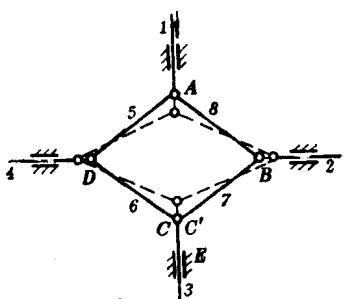


图 1.25

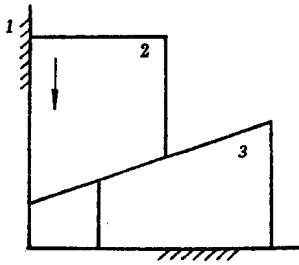


图 1.26

1.26 的楔块机构中，连接各构件的都是移动副，在这样的特殊组合下，全部运动构件都已共同失去了转动的可能性，也就是每个构件都已有了一个公共约束。这个公共约束使此机构中每个自由构件所具有的自由度数再不是 3，而是 $3-1=2$ 。同理，原来组成移动副所引入的两个约束条件（一转一移）中，有一个与公共约束相重复（限制相对转动的那个约束）应不予考虑。因此，此机构中的每个移动副只引入一个约束条件。故计算此机构的自由度时，考虑到公共约束的影响应把式(1.1)修改为

$$W = (3-1)n - (2-1)P_{\text{g}}$$

式中括号内减去的“1”即为公共约束条件数。故

$$W = 2 \times 2 - 1 \times 3 = 1$$

综上所述，在用公式(1.1)计算平面机构的自由度时，必须对机构的组成情况进行仔细分析，判断有无以上四种情况存在，只有这样才能得到正确的结果。

在机构中存在有不影响构件运动的局部自由度和虚约束，往往是为了其他需要。如图 1.23 凸轮机构中，滚子 2 的局部转动自由度是为了减少凸轮与滚子接触面的磨损。图 1.24 机构中，加入构件 5 有时是为了传动的需要，如图 1.27 为用这种机构驱动机车的情况。必须注意：虚约