

《信号与系统》

Computer Explorations in Signals And Systems

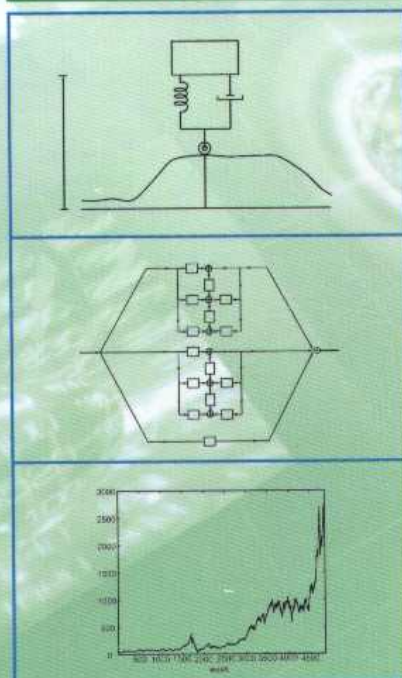
计算机练习 ——利用 MATLAB

JOHN R. BUCK
MICHAEL M. DANIEL
ANDREW C. SINGER

全新版权引

刘树棠 译

USING MATLAB®



本书特点

● 为加深对信号与系统基本原理的理解, 本练习都竭力将理论与应用直接联系;

● 利用 **MATLAB**, 将数学概念应用于实际问题, 对读者是一种积极的挑战;

● 只要可能, 都将练习分为基本题、中等题和深入题, 以利读者从基本理论步入实际应用。

ISBN 7-5605-1272-0



9 787560 512723 >



ISBN 7-5605-1272-0/TP · 253 定价: 16.00 元

《信号与系统》计算机练习 —利用 MATLAB

John R. Buck
Michael M. Daniel
Andrew C. Singer

刘树棠 译



A0939454

西安交通大学出版社
Prentice Hall
·西安·

内 容 简 介

本书是与《信号与系统》(第2版, A. V. Oppenheim 等著, 刘树棠译, 西安交通大学出版社, 1998)配套的一本计算机试验教材, 旨在加深理解信号与系统的基本原理。这些练习将基本原理与应用直接联系起来。利用 MATLAB, 这些练习向读者在将数学概念应用于实际问题中提出了积极挑战。全部练习都尽力将其分为基本题、中等程度题和深入题, 以使读者能逐步由基本理论过渡到实际应用。内容包括: 信号与系统、线性时不变系统、周期信号的傅里叶级数表示、连续与离散时间傅里叶变换、信号与系统的时域频域之间的关系、采样、通信系统、拉普拉斯变换、 z 变换和反馈系统等。

与该书配套的尚有一套工具软件, 内含丰富的供计算机试验所用的各种语音和金融数据文件。

该书所包括的试验内容可适合于任何面向大学本科生所开设的“信号与系统”或“信号及线性系统”等课程用作计算机试验教材。

“Authorized translation from the English language edition published by Prentice-Hall, Inc.

Copyright © 1996

All rights reserved. No part of this book may be reproduced or transmitted in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying, recording or by any information storage retrieval system, without permission from the Publisher.

Chinese Simplified language edition published by Xi'an Jiaotong University Press

Copyright © 2000”

(Computer Explorations in SIGNALS AND SYSTEMS—USING MATLAB / John R. Buck, Michael M. Daniel, Andrew C. Singer)

本书中文简体字版由美国 Prentice-Hall 出版公司授权西安交通大学出版社出版发行, 未经出版者书面许可, 不得以任何方式复制和抄袭本书的任何部分。

版权所有, 翻印必究。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统计算机练习: 利用 MATLAB/(美)巴克
(Buck, J. R.) 著; 刘树棠译. —西安: 西安交通大学出版社, 2000. 6

ISBN 7-5605-1272-0

I. 信… II. ①巴…②刘… III. 信号与系统-高等
学校-教材 IV. TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 21807 号

*

西安交通大学出版社出版发行

(西安市咸宁西路 28 号 邮政编码: 710049 电话: (029)2668316)

长安县第二印刷厂印装

各地新华书店经销

*

开本: 787mm×1092mm 1/16 印张: 10.5 字数: 245 千字

2000 年 6 月第 1 版 2000 年 6 月第 1 次印刷

印数: 0 001~3 000 定价: 16.00 元

陕版出图字: 25-2000-068 号

若发现本社图书有倒页、白页、少页及影响阅读的质量问题, 请去当地销售
部门调换或与我社发行科联系调换。发行科电话: (029)2668357, 2667874

前 言

本书为大学本科有关“信号与线性系统”课程提供了计算机练习。这样一门课或这样一类系列课是大多数工程类课表中的一个重要组成部分。这本书当初主要是作为由 Oppenheim, Willsky 和 Nawab 所著“Signals and Systems”(第 2 版)一书的配套练习而策划的。尽管本书各章的标题,顺序以及所用符号都与“Signals and Systems”一书是一致的,但是书中的练习则是自成一体的,并且所覆盖的基本理论和应用方面都十分宽而可以成为任何入门性“信号与系统”教科书或课程的理想配套教材。

我们相信,和传统的书写作业并行地安排计算机练习,能够帮助读者对线性系统和信号建立更强的直观性和加深理解。为达此目的,要求读者把他们用 MATLAB® 计算出的结果与他们根据对内容的分析理解所获得的结果或估计进行比较。我们相信这种方法对读者是一种积极主动地挑战,比那种被动式地单纯计算机演示会获得更多的益处。只要有可能,我们都将这些练习分为基本题、中等(程度)题和深入题 3 种类型。在完成这些练习题的过程中,读者逐渐地从基本理论进入到诸如语音处理、金融市场分析和机械或通信系统设计等实际应用。基本题给读者提供了详细地指导,通过所钻研的问题引导他们,但是仍然要求他们给出结果的验证。中等题则对更为深奥的一些概念进行探究,并要求读者在应用 MATLAB 中有更多的灵活性。最后,深入题是考查读者对那些更加难解和复杂问题的理解程度,往往是无确定答案的工作(open-ended work),或要求写出函数,或处理实际的数据等等。有些深入题可用作“信号与系统”课的优秀本科生的家庭作业。

本书中的全部练习都经过仔细地考虑,使得几乎所有的练习都保证在 Student Edition of MATLAB 4.0(MATLAB 4.0 学生版)的范围内完成,除了有几道深入题,要接触到 MATLAB 的专门版本,完成一些事先未预作安排的探究。为了帮助读者,在本书索引中列出了本书所用到的 MATLAB 函数,并注明了解释他们功能的练习号或页码号。全书将 MATLAB 函数、命令和变量都用一副打字机体的字母表示。^① 在练习标题后跟着Ⓢ的符号代表这个练习要求用到符号数学工具箱(Symbolic Math Toolbox)。

有一些练习涉及到读者需要的函数或数据文件,这些都可从 Computer Explorations Toolbox 中找到,而这一工具箱可用在目录/pub/books/buck/中的 ftp.mathworks.com 网址上从 MathWorks 公司获得。可按下列地址与 MathWorks 公司联系:

The Math Works, Inc.
24 Prime Park Way
Natick, MA 01760
Phone: (508) 653-1415
Fax: (508) 653-2997

① 为排版方便,中译本中全改为英文小写方头正体——译者注。

E-mail: info@mathworks.com

WWW: <http://www.mathworks.com>

<ftp://ftp.mathworks.com/pub/books>

在本书的写作过程中,非常感谢 Alan Oppenheim 和 Alan Willsky 所给予的支持与鼓励,感谢他们非常慷慨地给我们提供这么一个机会来写这本书,并且很宽厚而信任地让我们独立地完成它。同样要感谢多年来在 MIT 与我们共事的朋友们和同仁,尤其是 Steven Isabelle, Hamid Nawab, Jim Preisig, Stephen Scherock 以及 Kathleen Wage, 这本书肯定地从我们与他们的相互交往中获益不少,并且他们总是在为本书的完美无缺尽职尽责。也要感谢 Mukaya Panich 和 Krishna Pandey, 他们很用心地测试了这些练习。MathWorks 公司的 Naomi Bullock 为设置互联网的网址提供了热情地帮助。Prentice-Hall, 特别是 Alice Dworkin, Marcia Horton 和 Tom Robbins 的耐心和支持一直是有助于我们完成这项任务。这些练习都是我们曾在 MIT 电气工程与计算机科学系攻读研究生学位期间作为助教或教员时完成的。现在, John Buck 已是 University of Massachusetts Dartmouth 电气与计算机工程系的助教授, Michael Daniel 是 MIT 的 Laboratory for Information and Decision 的研究助理, 而 Andrew Singer 是 A Lockheed Martin Company (Sanders) 的一名研究科学工作者。

John Buck, Michael Daniel, Andrew Singer

Cambridge, MA, August 1996

第 1 章

信号与系统

信号与系统的基本概念出现在各种不同的场合,从工程设计到金融分析等等。这一章将要学习如何用 MATLAB 来表示、处理和分析基本的信号与系统。1.1 节的内容包含了以 MATLAB 构成信号所用到的一些基本工具,它不是要代替在 The Student Edition of MATLAB User's Guide 和 The MATLAB User's Guide 中所提供的学习指南,而是这两本指南的一个补充。如果你还没有熟悉这两本学习指南的话,竭力建议你在开始学习这一章之前,先读一读这两本指南中的任一本,并给予实践。虽然这一章并不需要用到这两本学习指南中所介绍的全部 MATLAB 函数,但是其中大多数在本书的某一点上将会用到。

在信号与系统分析中往往要用到复指数信号,部分原因是由于复指数信号是构成其他各种信号的基本构造单元的缘故。练习 1.2 包括产生和画出离散时间正弦信号所要求的 MATLAB 函数。离散时间正弦信号就等于两个离散时间复指数信号之和,即

$$\cos(\omega n) = \frac{1}{2}(e^{i\omega n} + e^{-i\omega n}) \quad (1.1)$$

$$\sin(\omega n) = \frac{1}{2i}(e^{i\omega n} - e^{-i\omega n}) \quad (1.2)$$

练习 1.3 说明在经过自变量 n 变换之后,如何画出离散时间信号 $x[n]$ 。接下来两个练习是用 MATLAB 进行系统的表示。对于练习 1.4 必须要表明你对诸如线性和时不变性等基本系统性质的理解程度,而练习 1.5 必须要实现一个由一阶差分方程表示的系统。

本章有几个练习要用 Symbolic Math Toolbox 来研究基本信号与系统。练习 1.6 要对连续时间复指数信号构造符号表达式,这类信号具有某个复数 s 的 e^s 形式。(注意:在本书中 i 和 j 都用来代表虚数 $\sqrt{-1}$,但是 MATLAB 的 Symbolic Math Toolbox 仅将 i 当作 $\sqrt{-1}$,所以只要在用 Symbolic Math Toolbox 编程时,必须要用 i 而不能用 j 来表示 $\sqrt{-1}$)。练习 1.7 利用 Symbolic Math Toolbox 来实现连续时间信号的时间变量变换。练习 1.8 要对周期信号能量及时间平均功率的有关能量建立解析表达式。

1.1 表示信号的基本 MATLAB 函数

这一节要学会如何应用几个 MATLAB 函数,这几个函数在本书中是常常被用来构成和处理信号的。如果你还没有熟悉它们的话,鼓励你去读一读 The Student Edition of MATLAB 手册中的内容。本节所给出的不是要代替这本手册中的内容,而是要说明所叙述的一些函数

怎样用于表示和处理信号。尽管在这一节要讨论的内容没有任何习题,但是你还是应该重复做一下用 MATLAB 的全部例子,以便对用到的命令多一些实践。

一般来说,信号是用一个行向量或一个列向量来表示的,这取决于具体情况。在 MATLAB 中全部向量都是从 1 开始编号的,即 $y(1)$ 是向量 y 的第 1 个元素。如果这些编号与你的应用不能对应,可以创建另外一个标号向量以正确地与信号编号保持一致。例如,为了表示离散时间信号

$$x[n] = \begin{cases} 2n, & -3 \leq n \leq 3 \\ 0, & \text{其余 } n \end{cases}$$

首先可以利用冒号运算对 $x[n]$ 的非零样本定义标号向量,然后再定义向量 x ,它包含了在这些时间编号每一点上的信号值

```
>>n=[-3:3];
```

```
>>x=2*n;
```

应该注意到,上面在每一命令的尾部都用了分号;用以除掉不必要的 MATLAB 回响。若是没有这个分号,就会得出如下的结果:

```
>>n=[-3:3];
```

```
n=
```

```
    -3    -2    -1     0     1     2     3
```

键入 `stem(n,x)` 就能够画出这个信号。如果想要在一个更宽的范围内检查信号,就需要拓宽 n 和 x 。例如如果要在 $-5 \leq n \leq 5$ 范围内画出这个信号,就可以拓宽标号向量 n ,然后将这些附加的元素加到向量 x 上,以得到这些新的样本

```
>>n=[-5:5];
```

```
>>x=[0 0 x 0 0];
```

如果想要大大扩展信号范围,会发现这时用 `zeros` 函数是很方便的。例如要想包括 $-100 \leq n \leq 100$ 的范围,而又已经将向量 x 扩展到 $-5 \leq n \leq 5$ 以后,这时就可键入

```
>>n=[-100:100];
```

```
>>x=[zeros(1,95) x zeros(1,95)];
```

假设要定义 $x_1[n]$ 是离散时间单位脉冲函数,而 $x_2[n]$ 是 $x_1[n]$ 的时间超前,即 $x_1[n] = \delta[n]$ 和 $x_2[n] = \delta[n+2]$,用 MATLAB 表示这两个信号,就可键入

```
>>nx1=[0:10];
```

```
>>x1=[1 zeros(1,10)];
```

```
>>nx2=[-5:5];
```

```
>>x2=[zeros(1,3) 1 zeros(1,7)];
```

然后,用 `stem(nx1,x1)` 和 `stem(nx2,x2)` 就能够画出这些信号。如果不定义标号向量,只是键入 `stem(x1)` 和 `stem(x2)`,那么所画出来的图是 $\delta[n-1]$ 和 $\delta[n-4]$,而不是所期望的信号。在后面的章节中当做一些更为深入的练习时,标号向量在保持一个向量时间原点的联系上也是有用的。

在 MATLAB 中表示连续时间信号将用两种方法。一种方法是用 Symbolic Math Toolbox,本书中凡是要用到 Symbolic Math Toolbox 的练习都在该练习标题的末尾标以符号⑤。另一种方法是用向量来表示连续时间信号,这些向量包含了该信号在时间上依次隔开的样本。

在本书开头的几章中都用依次隔开的样本来表示连续时间信号,所涉及的问题总是明确给出样本间的时间间隔,用以保证准确地表示出该信号。在第7章要讨论关于用离散时间样本来表示连续时间信号的问题。依次隔开的时间标号向量可以用几个方法创建出。其中两个简单的方法是用具有任选步长宗量的分号算符和利用 `linspace` 函数。例如,如果想要创建一个覆盖区间为 $-5 \leq t \leq 5$,步长为 0.1 秒的向量,就既可以用 $t = [-5:0.1:5]$,或者用 $t = \text{linspace}(-5,5,101)$ 。

在研究线性系统中,正弦信号和复指数信号都是重要的信号。MATLAB 提供了几个函数,这些函数对于定义这些信号是有用的,特别是在已经定义出一个连续时间或离散时间标号向量的情况下更是这样。例如,要想形成一个代表 $x(t) = \sin(\pi t/4)$, $-5 \leq t \leq 5$,的向量,就能够利用在上面已定义出的向量 t ,然后键入 $x = \sin(\pi * t/4)$ 。值得注意的是,当 $\sin$ (或者像 $\cos$ 和 $\exp$ 等很多其他 MATLAB 函数)的宗量是某一个向量时,这个函数就产生同样大小的一个向量,这里输出向量中的每一个元素是加入的输入向量中对应元素的函数。可以用 `plot` 命令画出该连续时间信号 $x(t)$ 的近似图。和 `stem` 不一样, `plot` 用直线将相邻的各元素连接起来,所以当时间标号取得足够细的话,用直线所连接的结果就是该原始连续时间信号图形的一个好的近似。对于这个例子,键入 `plot(t,x)` 就能得到这样一张图。一般来说,要求用 `stem` 画短的离散时间序列,而用 `plot` 画连续时间信号已采样的近似图,或者画那些离散值个数难以控制增长地,很长的离散时间信号。

离散时间正弦信号和复指数信号也能用 `cos`, `sin` 和 `exp` 函数产生。例如,为了表示离散时间信号 $x[n] = e^{j(\pi/8)n}$, $0 \leq n \leq 32$,可以键入

```
>>n=[0:32];
>>x=exp(j*(pi/8)*n);
```

现在,向量 x 包括了信号 $x[n]$ 在区间 $0 \leq n \leq 32$ 内的复数值。为了画出复数信号,必须要分别画出它们的实部和虚部,或者幅值和相角。MATLAB 函数 `real`, `imag`, `abs` 和 `angle` 逐次计算出一个复数向量的这些函数。用键入如下命令可以画出这个复信号的每一个函数

```
>> stem(n,real(x))
>> stem(n,imag(x))
>> stem(n,abs(x))
>> stem(n,angle(x))
```

对于最后的例子要注意,由 `angle` 所产生的值是以弧度计的复数相位,为了转换成度数,应键入 `stem(n,angle(x)*(180/pi))`。

MATLAB 也可以对信号做加、减、乘、除、乘以标量以及对信号取幂,只要代表信号的这些向量都有相同的时间原点和相同的元素个数,即

```
>> x1=sin(pi/4)*[0:15];
>> x2=cos(pi/7)*[0:15];
```

就能执行以下的逐项运算:

```
>> y1=x1+x2;
>> y2=x1-x2;
>> y3=x1.*x2;
>> y4=x1./x2;
```

```
>> y5 = 2 * x1;
```

```
>> y6 = x1.^3;
```

注意,对于逐项地做乘、除和取幂运算,必须要在该算符的前面放一个圆点,也就是用. $*$ 函数来代替 $*$ 来做逐项相乘。MATLAB 解释 $*$ 算符(不带圆点)是矩阵相乘算符,而不是逐项相乘。例如,如果试图用 $*$ 来做 $x1$ 和 $x2$ 的相乘,就会收到下面出错信息:

```
>> x1 * x2
```

```
>> ??? Error using == > *
```

```
>> Inner matrix dimensions must agree.
```

因为矩阵相乘要求第1个宗量的列数等于第2个宗量的行数,而对于这两个均为 1×5 的向量 $x1$ 和 $x2$ 来说是不对的。同样,当做向量的逐项相除和取幂时,也要小心用. $/$ 和. $^$,因为 $/$ 和 $^$ 都是矩阵运算。

MATLAB 还包括几个命令用以帮助你对图给予适当地标注,以及将图打印出来。 title 命令是将其所含的宗量放在当前的图上作为标题。命令 xlabel 和 ylabel 让你将你的图的坐标轴给予标注,使之清楚地表明画的是什么图。所得到的每一张图都应该有一个标题,两根坐标轴都要给予标注。例如,还是考虑下面信号和标号向量的一张图:

```
>> n = [0:32];
```

```
>> x = exp(j * (pi/8) * n);
```

```
>> stem(n, angle(x))
```

可以键入下面命令将图给予标注:

```
>> title('phase of exp(j * (pi/8) * n)')
```

```
>> xlabel('n(samples)')
```

```
>> ylabel('phase of x[n] (radians)')
```

print 命令可以将当前的图打印出来。应该先键入 help print 命令以明白你的系统运行情况,因为取决于所用的操作系统和计算机组成情况的不同,可能会有些微地变化。

另一个 MATLAB 的重要特点是能够写 M 文件。有两种类型的 M 文件:函数和命令脚本。一个命令脚本就是 MATLAB 命令的一个文本文件,其文件名在当前的工作目录或在 MATLABPATH 的其它地方都以 $.m$ 结尾。如果键入这一文件名而没有 $.m$,那么包含在这个文件中的命令将被执行。利用这些脚本会在本书中做这些练习要容易得多。许多练习都要求用类似的或相同的方式处理几个信号。如果不用这些脚本,就得重新再键入所有的命令。然而,如果用一个脚本做了第1道题,就能够在那个练习中用复制脚本文件处理全部后续信号,并且将它进行编辑以处理新的信号。

例如,设想已有了下面脚本文件 prob1.m ,要画出离散时间信号 $\cos(\pi n/4)$,并计算在区间 $0 \leq n \leq 16$ 内的均值

```
% prob1.m
```

```
n = [0:16];
```

```
x1 = cos(pi * n/4);
```

```
y1 = mean(x1);
```

```
stem(n, x1)
```

```
title('x1 = cos(pi * n/4)')
```

```
xlabel('n(samples)')
ylabel('x1[n]')
```

然后,要想对 $x_2[n] = \sin(\pi n/4)$ 做同样的内容,就能将 prob1.m 复制到 prob2.m,再稍许编辑一下就得到

```
% prob2.m
n=[0:16];
x2=sin(pi * n/4);
y2=mean(x2);
stem(n,x2)
title('x=sin(pi * n/4)')
xlabel('n(samples)')
ylabel('x2[n]')
```

然后,能键入 prob2 运行这些命令,产生所期望的图并计算出这个新信号的平均值。不是再重新键入全部 7 行的内容,而是仅需要编辑大约 12 个字符就可以了。竭力鼓励你在本书做习题中用脚本文件,对每个练习,甚至对每个习题都用一个单独的脚本文件。脚本文件也使得排除错误更加容易,因为可以盯住 1 个错误,然后很容易地将修改过的命令串再运行一次。最后,当做完一个练习时,很容易打印出脚本文件,并作为作业的记录交上去。

实现一个函数的 M 文件是一个具有标题并以 .m 结尾的文本文件,其第 1 个字是 function。该文件第 1 行的其余部分给出这个函数输出和输入宗量名。例如,下面的 M 文件实现一个称为 foo 的函数,它接收一个输入 x,并产生出 y 和 z,分别等于 $2 * x$ 和 $(5/9) * (x - 32)$

```
function [y,z]=foo(x)
% [y,z]=foo(x) accepts a numerical argument x and
% returns two arguments y and z, where y is 2 * x
% and z is (5/9) * (x - 32)
y=2 * x;
z=(5/9) * (x - 32);
```

调用 foo 的两个具体例子如下所示:

```
>> [y,z]=foo(-40)
y=
-80
z=
-40

>>[y,z]=foo(212)
y=
424
z=
100
```

本书所提到的这些命令决不是做本书中的练习所需要的全部命令,而只是为开始应用

MATLAB 所备的。本书中以后的练习都认为在应用以上所讨论的命令方面都很熟练了,并且还能够利用任一本手册或 help function 学会 MATLAB 中其他的基本数学命令。对于在信号处理中的专门函数将在后续各章有关材料中介绍。再重复一遍,如果你还没有熟悉有关内容的话,应该学一学 MATLAB 手册中的一般内容,以使能熟悉在 MATLAB 中可以利用的这些函数。

1.2 离散时间正弦信号

离散时间复指数信号在离散时间信号与系统分析中起着重要的作用。一个离散时间复指数具有 α^n 的形式,这里 α 是一个复数标量。离散时间正弦和余弦信号能够用置 $\alpha = e^{\pm j\omega}$ 由复指数信号构成,即

$$\cos(\omega n) = \frac{1}{2}(e^{j\omega n} + e^{-j\omega n}) \quad (1.3)$$

$$\sin(\omega n) = \frac{1}{2j}(e^{j\omega n} - e^{-j\omega n}) \quad (1.4)$$

在这个练习中,要创建和分析几个离散时间正弦信号。连续时间正弦信号和离散时间正弦信号之间有很多相似之处,这可以将(1.3)~(1.4)式与稍后的(1.7)~(1.8)式作简单比较就能看出。然而,在这个练习中也要考查连续和离散时间正弦信号之间的重要差别。

基本题

(a) 考虑下面离散时间信号:

$$x_M[n] = \sin\left(\frac{2\pi Mn}{N}\right)$$

假设 $N=12$ 。对于 $M=4, 5, 7$ 和 10 , 在 $0 \leq n \leq 2N-1$ 区间上画出 $x_M[n]$ 。用 stem 创建这些图,并在图的各坐标轴上给出适当标注。每一个信号的基波周期是什么? 由任意的整数 M 和 N 值,一般应如何来确定信号的基波周期? 务必要考虑 $M > N$ 的情况。

(b) 考虑信号

$$x_k[n] \sin(\omega_k n)$$

式中 $\omega_k = 2\pi k/5$ 。给出 $k=1, 2, 4$ 和 6 , 用 stem 对 $x_k[n]$ 画出每个信号在区间 $0 < n < 9$ 内的图。应该利用 subplot 在同一张图上用单独的坐标轴画出全部信号。已画出的图中有多少个唯一的信号? 如果两个信号是完全一样的,请解释为何不同的 ω_k 会产生同一个信号。

(c) 现在考虑下面 3 个信号:

$$x_1[n] = \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right) + 2\cos\left(\frac{3\pi n}{N}\right)$$

$$x_2[n] = 2\cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right) + \cos\left(\frac{3\pi n}{N}\right)$$

$$x_3[n] = \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right) + 3\sin\left(\frac{5\pi n}{2N}\right)$$

假设对每个信号 $N=6$ 。试确定是否每个信号都是周期的。如果某一信号是周期的,从 n

=0 开始,画出该信号的两个周期;如果该信号不是周期的,对于 $0 \leq n \leq 4N$ 画出该信号,并说明为什么它不是周期的。记住:用 `stem`,而且要将坐标轴给出适当标注。

中等题

(d) 在 $0 \leq n \leq 31$ 内画出下面每一个信号:

$$x_1[n] = \sin\left(\frac{\pi n}{4}\right) \cos\left(\frac{\pi n}{4}\right)$$

$$x_2[n] = \cos^2\left(\frac{\pi n}{4}\right)$$

$$x_3[n] = \sin\left(\frac{\pi n}{4}\right) \cos\left(\frac{\pi n}{8}\right)$$

每个信号的基波周期是什么? 对于这 3 个信号中的每一个,不依赖 MATLAB,如何来确定基波周期?

(e) 考虑在上面(c)和(d)中已画出的信号。两个周期信号的相加必定还是周期的吗? 请说明你的结果。

1.3 离散时间信号时间变量的变换

在这个练习中要研究如何用 MATLAB 表示离散时间信号。另外,还要研究诸如信号延时,或将时间轴倒置这样一些简单的自变量变换所产生的效果。这些自变量的基本变换常常在研究信号与系统中出现,所以对它们应用自如而自信在研究更为深入的题目时将会非常有益。

基本题

(a) 定义一个 MATLAB 向量 `nx` 是在 $-3 \leq n \leq 7$ 上的时间变量,而 MATLAB 向量 `x` 是信号 $x[n]$ 在这些样本上的值,这里 $x[n]$ 给出如下:

$$x[n] = \begin{cases} 2, & n = 0 \\ 1, & n = 2 \\ -1, & n = 3 \\ 3, & n = 4 \\ 0, & \text{其余 } n \end{cases}$$

如果已经正确地定义出这些向量,就应该能够用键入 `stem(nx,x)` 画出这个离散时间序列,其结果应该与所给出的图 1.1 一致。

(b) 这一部分要定义 MATLAB 向量 `y1~y4`,用来表示下面离散时间信号:

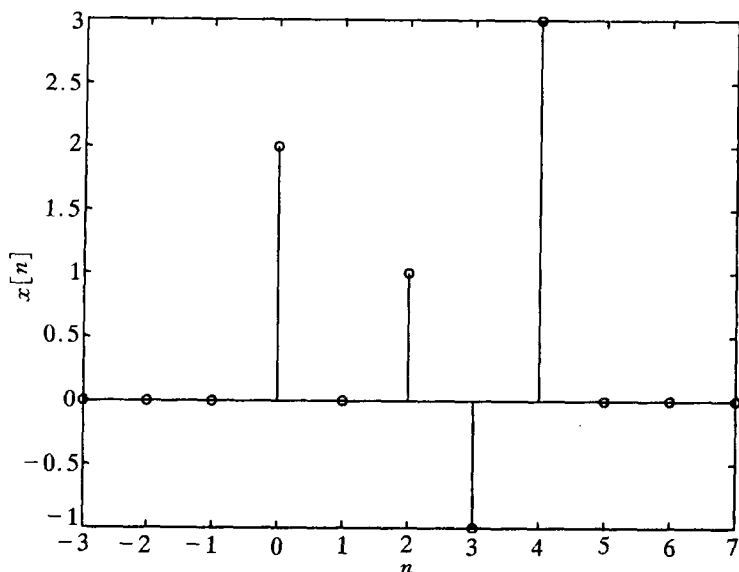
$$y_1[n] = x[n-2]$$

$$y_2[n] = x[n+1]$$

$$y_3[n] = x[-n]$$

$$y_4[n] = x[n+1]$$

为此,应该定义 `y1~y4` 等于 `x`,关键就是要正确定义标号向量 `ny1~ny4`。首先应该断定,

图 1.1 离散时间信号 $x[n]$

当变换到 $y_i[n]$ 时, 一个给定的 $x[n]$ 样本的变量是如何改变的。标号向量不必要跨于和 nx 相同的一组变量值, 但是至少应该都是 11 个样本长, 并且包括了与有关信号全部非零样本的那些变量值。

- (c) 利用 stem 产生 $y_1[n]$ 到 $y_4[n]$ 的图。根据这些图, 陈述一下每个信号是如何与原始信号 $x[n]$ 相联系的, 譬如说“延时 4”或“倒置再超前 3”等等。

1.4 离散时间系统性质

离散时间系统往往是用几个性质来给予表征的, 如线性、时不变性、稳定性、因果性以及可逆性等。重要的是要懂得如何来证明一个系统满足或不满足某一给定性质。MATLAB 可以用来构成一些反例证明某些性质不满足。在这个练习中, 将会得到有关用 MATLAB 对各种系统和性质构成这样一些反例的实践。

基本题

对于这些习题, 将会知道某一给定系统不满足哪个性质, 并且会知道明确证明该系统如何违反这个性质的输入序列。对于每一个系统, 定义代表输入和输出的 MATLAB 向量, 然后画出这些信号的图, 并构造一个十分合理的论点说明这些图形是如何证明该系统没有满足该性质的。

- 系统 $y[n] = \sin(\pi/2)x[n]$ 不是线性的。利用信号 $x_1[n] = \delta[n]$ 和 $x_2[n] = 2\delta[n]$ 来证明该系统是如何违反线性性质的。
- 系统 $y[n] = x[n] + x[n+1]$ 不是因果的。利用信号 $x[n] = u[n]$ 证明它。定义 MATLAB 向量 x 和 y 分别代表在 $-5 \leq n \leq 9$ 上的输入和在 $-6 \leq n \leq 9$ 上的输出。

中等题

对于这些题,已经知道某一系统,它不满足某一性质,而必须要找出一个输入或一对输入信号用以支撑你的论点。再一次创建 MATLAB 向量代表系统的输入和输出,并对这些向量产生适当的图,利用这些图作出明确而简洁地论断:为什么该系统不满足所给定的性质。

(c) 系统 $y[n] = \log(x[n])$ 不是稳定的。

(d) 上述(a)中的系统不是可逆的。

深入题

对于下列的每一个系统,陈述系统是否是线性、时不变、因果、稳定和可逆的。对于你声称该系统不具有的每一个性质,要用 MATLAB 构造一个反例证明该系统如何违反该性质的。

(e) $y[n] = x^3[n]$

(f) $y[n] = nx[n]$

(g) $y[n] = x[2n]$

1.5 实现一阶差分方程

离散时间系统往往用线性常系数差分方程来实现。两种最简单的差分方程是一阶移动平均

$$y[n] = x[n] + bx[n-1] \quad (1.5)$$

和一阶自递归

$$y[n] = ay[n-1] + x[n] \quad (1.6)$$

能用这些简单系统对许多实际系统进行建模或近似。例如,一阶自递归可以用于银行帐户建模,这时 $y[n]$ 就是第 n 次的结余, $x[n]$ 是第 n 次的存款或取款,而 $a = 1 + r$ 就是利率为 r 的复利。在这个练习中,要求写出一个函数,该函数可实现一阶自递归方程。然后要求在一些示例性的系统上测试和分析这个函数。

深入题

(a) 写出一个函数 $y = \text{diffeqn}(a, x, y_{n1})$ 该函数计算由(1.6)式确定的因果系统的输出 $y[n]$ 。输入向量 x 包含 $0 \leq n \leq N-1$ 内的 $x[n]$, y_{n1} 提供 $y[-1]$ 的值。输出向量 y 包含 $0 \leq n \leq N-1$ 内的 $y[n]$ 。M 文件的第 1 行应该读出

`function y = diffeqn(a, x, y_{n1})`

提示:注意 $y[-1]$ 对计算 $y[0]$ 是必须的,这就是自递归的第 1 步。在 M 文件内利用 for 循环从 $n=0$ 开始依次计算到较大 n 值的 $y[n]$ 。

(b) 假设 $a=1$, $y[-1]=0$, 而且仅关心在 $0 \leq n \leq 30$ 内的输出。利用这个函数计算 $x_1[n] = \delta[n]$ 和 $x_2[n] = u[n]$ 时的响应,用 stem 画出每个响应。

(c) 再次假设 $a=1$, 而 $y[-1] = -1$, 利用这个函数计算当输入 $x_1[n] = u[n]$ 和 $x_2[n] = 2u[n]$ 时,在 $0 \leq n \leq 30$ 内的 $y[n]$ 。分别定义由这两个输入产生的输出是 $y_1[n]$ 和 $y_2[n]$ 。利用 stem 展示这两个输出。利用 stem 画出 $(2y_1[n] - y_2[n])$ 。已知(1.6)式是

一个线性差分方程,为什么这个差不是恒为零?

- (d) 由(1.6)式描述的因果系统是 BIBO(有界输入有界输出)稳定的,只要 $|a| < 1$ 。这类稳定系统的一个性质就是对于足够大的 n , 初始条件的影响是不重要的。假设 $a = 1/2$, x 向量包含在 $0 \leq n \leq 30$ 内的 $x[n] = u[n]$ 。在假定 $y[-1] = 0$ 和 $y[-1] = 1/2$ 的两种情况下,计算 $0 \leq n \leq 30$ 内的两个输出信号。利用 stem 展示出这两个响应,它们的差异怎样?

1.6 连续时间复指数信号 ⑤

在开始这个练习之前,强烈地鼓励你去掌握在 Student Edition of MATLAB 手册中所包含的 Symbolic Math Toolbox 的内容。Symbolic Math Toolbox 中的函数可以用符号而不是数值式地来表示、处理和分析连续时间信号与系统。作为一个例子,考虑具有形式为 e^s 的连续时间复指数信号,这里 s 是一个复标量。复指数信号在分析信号与系统中是特别有用的,因为它们形成了一大类信号的基本构造单元。能够表示成复指数信号之和的两个很熟悉的信号就是正弦和余弦信号,即将 $s = \pm i\omega t$, 可得

$$\cos(\omega t) = \frac{1}{2}(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}) \quad (1.7)$$

$$\sin(\omega t) = \frac{1}{2i}(e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}) \quad (1.8)$$

在这个练习中将要求用 Symbolic Math Toolbox 表示某些基本复指数和正弦信号,利用 ezplot 画出这些信号,ezplot 是 Symbolic Math Toolbox 中的画图子程序。

基本题

- (a) 考虑连续时间正弦信号

$$x(t) = \sin(2\pi t/T)$$

利用执行

```
>> x=sym('sin(2*pi*t/T)');
```

就创建 MATLAB 中的符号表达式表示 $x(t)$ 。

x 的变量是单一的字符串 't' 和 'T'。函数 ezplot 用于对一个符号表达式画图仅限于 1 个变量,所以必须将 $x(t)$ 的基波周期设置到某一特殊值。若想设置为 $T=5$,就能按如下利用 subs

```
>> x5=subs(x,5,'T');
```

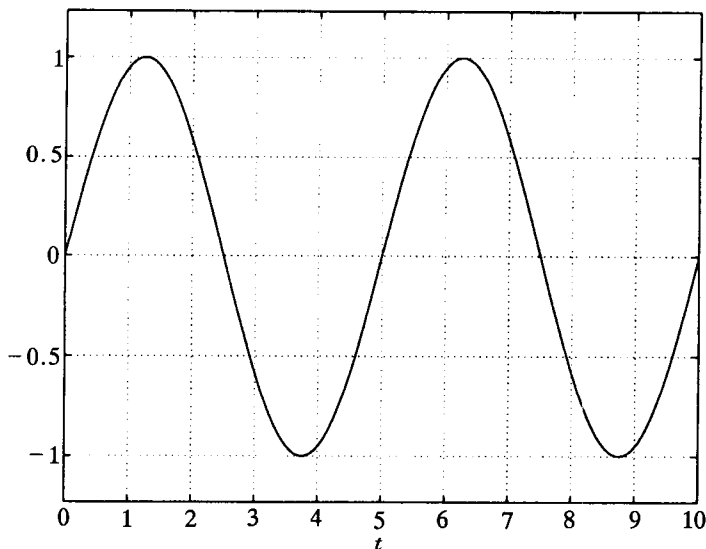
于是, $x5$ 就是 $\sin(2\pi t/5)$ 的一个符号表达式。

试对 $x5$ 创建符号表达式,并用 ezplot 画出两个周期内的 $\sin(2\pi t/5)$ 图(从 $t=0$ 开始)。如果正确无误的话,应该与图 1.2 所示一致。

- (b) 对下面信号创建符号表达式

$$x(t) = \cos(2\pi t/T)\sin(2\pi t/T)$$

这两个正弦信号应分别创建,然后利用 symmul 组合起来。对于 $T=4, 8$ 和 16 , 利用 ezplot 画出在 $0 \leq t \leq 32$ 内的信号。什么是 $x(t)$ 的基波周期(用 T 表示)?

图 1.2 信号 $\sin(2\pi t/5)$ 的两个周期

中等题

某些欠阻尼系统对于单位冲激函数的响应能被建模为

$$e^{-at} \cos(2\pi t/T) u(t)$$

可能产生这种信号的一个实际系统的例子就是敲击一只铃所产生的声音,这个声音能用振幅随时间衰减的单音调来很好地近似。对于欠阻尼系统,品质因数^①

$$Q = \frac{(2\pi/T)}{2a} \quad (1.9)$$

往往用于衡量该系统的谐振程度。谐振是冲激响应在实际消失之前振荡次数的一种度量。对于击铃这个例子,响应消失的时刻可以定义为该铃声不能听到的时刻。

(c) 对下面信号创建一个符号表达式

$$x(t) = e^{-at} \cos(2\pi t)$$

对于 $a = 1/2, 1/4$ 和 $1/8$, 利用 `ezplot` 确定 t_d, t_d 为 $|x(t)|$ 最后跨过 0.1 的时间, 将 t_d 定义为该信号消失的时间。利用 `ezplot` 对每一个 a 值确定在该信号消失之前, 有多少个完整的余弦周期出现。所出现的周期数目是正比于 Q 吗?

深入题

在下面习题中要写出 M 文件, 用于提取一个复信号符号表达式的实部和虚部分量, 或者幅值和相位分量。

(d) 将信号

① (1.9) 式品质因数的定义是《Signals and Systems》(Oppenheim and Willsky) 中定义的品质因数的近似, 且仅当 $Ta \ll \pi$ 时成立。