



高等师范专科学校教材

# 中学数学 教材教法总论

丁尔陞 编

高等教育出版社

# 中学数学教材教法总论

丁尔陞 编

高等教育出版社

## 内 容 提 要

本书是根据1989年国家教委师范司颁发的二年制师专数学专业中学数学教材教法教学大纲中的总论部分编写的,介绍中学数学教材教法的内容、方法和意义,可供师专数学系及卫星电视培训师资作为教材使用。

(京) 112号

### 中学数学教材教法总论

丁尔陞 编

\*

高等教育出版社出版

新华书店总店北京科技发行所发行

高等教育出版社印刷厂印装

\*

开本 850×1168 1/32 印张 9.625 字数 229 000

1990年10月第1版 1994年8月第4次印刷

印数 63 130 - 67 137

ISBN7-04-003126-4/O·963

定价:4.40元

## 前 言

本书是为二年制师范专科学校数学专业和卫星电视教育高等师范专科学校数学专业编写的“中学数学教材教法”课总论教材。主要根据国家教委师范司 1989 年 4 月颁发的二年制师范专科学校本课程的教学大纲编写而成,兼顾了卫星电视教育的特点和要求,力求适合于成人自学。可供师专数学系(科)的学生和参加卫星电视教育学习的中学数学教师使用,也可供从事中等数学教学及研究的数学教育工作者参考。

“中学数学教材教法”是师范专科学校数学专业的一门重要专业课,它是在学生学过数学分析、解析几何、高等代数以及教育学、心理学等课程的基础上开设的。通过本课程的教学,使学习者熟悉中学数学教学大纲,明确数学教学的目的任务、基本要求,掌握教学的原理、原则和教学方法,获得一定的分析和处理中学数学教材、采用相应教学方法的能力。

为了达到本课程的教学目的,本书除绪论外编进了六章。第一章着重讲了数学教学目的,简要介绍了中学数学教学的基本内容。第二章在阐述中学数学教学的基本原则之前对学生学习数学的心理特点作了简要的分析,为教学原则的阐释提供了心理基础。第三、四章着重讲中学数学基础知识的教学与基本能力的培养。为了加深理解与更好地掌握第四章的内容,在第三章中比较系统地介绍了中学数学的逻辑基础知识,第五、六章分别讲述了数学教学的一般方法和日常的教学工作。

上述内容都是基本的,无论是参加卫星电视教育学习的学员还是二年制师范专科学校的学生都应当掌握。但是卫星电视教育

安排给本课程的学时数较少,本书用作卫星电视教育的教材时以下各章节可略讲或不讲:第一章第三节,第二章第一节,第五章第二、三节,第六章第四、五节;第三章则可略讲,适当降低要求。

本书采用了大量的教学经验和研究成果,谨向它们的总结者和创造者致谢。李长明教授、吕传汉副教授、张成仪副教授、巫承彩副教授、包志超副教授仔细审阅了书稿,提出了许多宝贵意见,在这里谨向诸位先生表示衷心感谢。高等教育出版社高尚华同志对本书作了精心的编辑加工,在此一并致谢。

由于编者水平所限,不当和错误之处,恳请批评指正。

编 者

1990年1月

## 绪论 中学数学教材教法的内容、 方法和意义

中学数学教材教法是研究中学数学教学过程的一门独立学科。数学教学过程是教师依据教学大纲,运用教材和手段对学生进行数学教育的一种复杂的控制过程,它包括信息的接收、加工、储存和传输。教师把从教学大纲、教材、教学参考资料中得到的信息,以及学生水平和思维能力方面的信息加以加工,并且使用一定的手段把教学的信息传输给学生;学生接受从教师、教科书和其他来源得来的信息并且加工,再按教师的要求,用答问、练习或解决问题的形式,把关于掌握数学知识、技能和能力的质量以及思维发展水平的信息传输给教师。这种双向的信息传输,构成数学教学过程的基本组成部分。

数学可以理解为一种思维活动(数学活动),或者理解为这种活动的结果——理论。相应地,数学教学也有两种理解。前者是数学活动的教学,后者是数学理论的教学。本书基于前一种理解,认为数学教学是数学活动的教学。就是教会学生进行数学活动,即会把实际问题化为数学问题,把数学问题逐级模式化,形成数学理论系统,从而形成数学能力和数学观念,获得数学修养。

一、 中学数学教材教法要回答以下四个方面的问题:教学目的(为什么教?),教学对象(教谁?),教学内容(教什么?),教学评价(教得如何?)。因此,中学数学教材教法的基本内容应当包括以下几个方面:

1. 中学数学教学的目的任务;
2. 中学数学课的教学内容;

3. 中学数学教学的基本原则;
4. 中学数学的逻辑基础;
5. 数学基础知识的教学与基本能力的培养;
6. 中学数学教学的方法;
7. 中学数学教学工作.

从中学教学和教育的总目的出发,依据数学特点及其在现代科学技术和生产中的地位和作用,中学数学教材教法首先要确定中学数学教育的目的和任务,根据各年龄阶段儿童心理特点和前一阶段的教学,确定每个阶段的数学教学的目的和任务.其次,要确定教学内容,并且制订适合这些内容和学生思维活动水平的教学方法.教法适合内容应当理解为,在教学中反映出中学数学的逻辑和方法,所以要研究中学数学的逻辑基础.教法适合学生思维活动水平,就要研究符合教学和学习规律的教学基本原则,并且准确地在教学过程中加以贯彻,以最大限度地利用学生已有的思维活动能力,并在教学过程中进一步发展他们的思维.因为我们把数学教学看作数学活动的教学,所以在本书内还要分析数学活动,并制订相应的教学方法.

二、 中学数学教材教法是一门综合性的、实践性很强的理论学科.它还正处在发展之中,要丰富和发展这门学科,就要充分注意它的研究方法.

第一线的数学教师是数学教育研究的重要力量,应当结合教学实践认真开展数学教育研究.为便于未来的教师掌握数学教育研究方法,特简介如下:

### (一) 历史的研究方法

研究和利用数学史及数学教育发展史.数学发展史给我们提供了数学概念、理论、思想、方法、语言发展的历史道路的重要知识.数学发展史是人类认识数学的历史.学生学习数学的过程和

人类认识数学的过程有一致性。参照历史过程往往能够找到学生学习数学的合理程序以及形成和发展这些概念、理论、思想、方法、语言的途径；历史的研究方法是要从历史中吸取教育思想的启迪，不是去重复和复制历史；把现实的研究问题放到数学和数学教育历史中看清其历史地位；把历史资料 and 现实资料加以对比分析，从历史的全局上把握本质。

## （二） 理论的研究方法

中学数学教材教法是一门实践性很强的理论学科，并不完全否定理论的研究或思辨性研究，而往往要用思辨性的研究作理论分析，分解出研究问题的构成因素，形成假说；研究各种因素的性质和相互关系；从众多资料中作理论概括，抽出规律，形成理论体系。

## （三） 实证的研究方法

通过收集资料，进行调查和统计，分析和比较以及剖析典型事例，来研究构成教育问题的基本因素，以把握问题的实质和规律性。常用的方法是观察和调查。比如通过自己的数学教学实践，或通过调查了解有关中学的数学教学工作，可能发现一些有价值的问题，对这些问题进行深入全面的分析，制订解决方案，进行实践，通过解决问题，可能总结出一些规律性的东西，充实教材教法的内容。

## （四） 实验的研究方法

实验研究中也采用许多实证研究的方法，如观察和调查，但有本质的区别。这就是实验研究中，人为地制造了严密地验证实验假说的系统和环境，既要有严格的控制条件。首先要提出和论证实验课题，作出实验假说。实验课题要明确，要有必要性，假说要简明，要具有可验证性、充分性和无矛盾性。根据实验假说确定实验类型，取样，控制实验条件，进行教学实验；采用研究性谈话，问



卷,测试,系统观察与个案研究等方法收集资料;使用经验归纳法、统计分析法等方法分析处理资料,得出结论,最后写出实验报告或论文。

无论采用何种研究方法,都要以辩证唯物主义作为指导思想。每个研究数学教材教法的同志,都应自觉地加强对辩证唯物主义的学习,注意辩证唯物主义的最新发展。辩证唯物主义是一种科学的世界观和方法论。脱离辩证唯物主义的指导,就会导致错误的结论。数学教学是一种复杂的活动,是多因素的、动态的过程。如果不以辩证唯物主义为指导,就不能揭示并把握它的规律。数学教材教法是一门综合性的学科,要把数学、教育学、心理学、逻辑学等学科的概念、理论、方法移植过来,而在这些学科领域内,始终存在唯物主义与唯心主义,辩证法与形而上学的斗争,比如,关于数学的本质、起源、基础等重大问题上,始终存在着不同的派别的争论。只有以辩证唯物主义为指导,才能判断应当移植哪些结论,但是要记取历史上简单化、庸俗化地对待辩证唯物主义的教训,形式主义地摘抄辩证唯物主义的只言片语,不但无助于问题的解决,反而败坏辩证唯物主义的名声,并造成人们的思想混乱。

### 三、 学习中学数学教材教法的意义

如前所述,中学数学教材教法是研究中学数学教学过程的一门综合性的独立学科。教学过程是一个非常复杂的客观过程,有它自身的规律,只有掌握了它的规律,才能进行有效的数学教学。中学数学教材教法正是指导教师按规律进行教学的学问,所以学习中学数学教材教法有十分重要的意义。

#### (一) 中学数学教材教法可以指导数学教学实践

数学教学过程是在一定的社会、学校环境内,在一定的教育方针、政策的指导下有目的、有计划、有组织的过程。数学教学质量,直接受到教材、学生、教师、教学方法诸因素的影响,因此

数学教学是一种多层次、多因素的比较复杂的过程,特别需要掌握数学教学的规律,讲究工作方法,才能保证教学质量。

数学教学实践的艰巨性和复杂性表现在,要在教学计划、大纲规定的极有限的时间内,达到日益提高的目的要求。不仅要教给学生尽可能多的数学基础知识,并要求学生对所学知识能够理解、会用,而且还要求学生有能力上尽可能得到更大提高,并养成良好的思想品质。这样艰巨复杂的任务,没有正确的理论指导和科学的方法是可能完成的。其次,数学学科迅速发展,新的分支不断出现;数学应用的范围也日益扩大,不仅应用于自然科学和工程技术,并且深入到社会科学、现代生活各个领域,数学思想和方法对人的发展有突出作用。因此,中学数学教育在整个教育系统中的地位日益提高,人们对它的要求也越来越高,因而数学教学实践的艰巨性与复杂性也越来越大。再次,我国地大、人多,教育发展水平存在着地区、学校之间的巨大差异,自然学生的数学知识和能力发展水平也极不平衡,这更增加了数学教学实践的艰巨性和复杂性。面对如此艰巨复杂的数学教学任务,必须按照数学教学过程客观规律办事,使用科学的教学方法。中学数学教材教法正是揭示数学教学过程客观规律,指导进行教学法加工的学科。只要认真学习数学教学的基本理论,结合教学实际,以指导实践,并在实践中开展数学教育科学研究,总结新的经验,丰富和发展理论,就能使数学教学的理论和实践不断发展,适应新的形势的要求,逐步提高教学质量,为我国现代化建设培养人才作出贡献。

## (二) 中学数学教材教法可以指导数学教学研究

前面已经提到过中学数学教材教法是发展中的一个学科,是数学、教育学、心理学、逻辑学和哲学的交叉,综合性的学科。由于这些学科的发展,必然会引起数学教材教法的内容、方法的发展。另外,在中学数学教材教法的理论和实践两个方面都提出了许多

需要研究解决的重大课题,中学数学教材教法正在向数学教育学发展,建立具有中国特色的数学教育学的任务已经摆在数学教育工作者面前,作为未来的数学教育工作者应当自觉地担负起这个艰巨的任务.首先要学好中学数学教材教法,掌握好它的基础理论,并以它为指导,积极参加数学教学的实践.在实践中进一步提出课题,开展研究.这些课题非常广泛,也很深刻,都是在数学教材教法的基础上提出来的,教材教法给这些课题提供了背景、基础和出发点.比如,在数学教材教法的基础上提出数学教学内容和体系应当如何更新和改革才能适应我国现代化建设的需要和现代生活的要求?如何把数学学科的逻辑结构和学习者的认知结构合理地结合起来?如何建立以数学活动过程为基础的数学教学体系?数学课程发展的规律是什么?在教学论方面也提出了正确处理教学过程中的诸矛盾的问题,比如教与学,师与生,知识教学与能力培养,集体与个别、结果与过程,课上与课外等等.在学习论方面问题更多,比如学习的类型,认知发展,思维过程、结构、品质与思维训练等等.此外,数学教育评价和现代化教育手段,计算机辅助教学等都有待研究.

综上所述,中学数学教材教法这门学科确实应该受到人们,特别是从事数学教育工作的同志重视.因此,在高等师范院校数学专业教学计划中,“中学数学教材教法”作为一门必修课程来设置是非常必要和重要的,它将在培养符合现代化建设要求的合格中学数学教师,进一步发展我国数学教育事业,逐步建立“数学教育学”的工作中起到应有的作用.

## 第一章 中学数学的教学目的和内容

中学数学的教学目的是教育方针在数学教学中的具体化,它规定了实现教育方针的培养目标和培养规格在数学教学方面应该完成的任务,也就是规定了应该教给学生的知识范围,基本技能技巧训练的要求,能力培养的要求等教养目的,以及在此基础上应该达到的教育目的.简而言之,也就是规定了传授知识,发展能力,提高思想三个方面的目的.

中学数学教学目的是数学教学工作的指南,无论对教学大纲的理解,教学内容的确定,教学原则的掌握,教学方法的选择等等都必须以教学目的为准则.而反过来,它也是衡量数学教学质量高低的唯一标准.这是因为中学数学教学目的中,规定了学生必须掌握的最基础的知识,基本技能和能力的范围与要求,而只有达到了这些基本要求,学生才能更顺利、更有成效地学习其他知识,或参加生产和实际工作,所以必须从达到目的的情况来衡量教学质量的高低.

中学数学教学目的是决定教学基本性质的依据:它是反对学院式的教条式的教学与经验主义、实用主义教学的锐利武器,是教育思想斗争的焦点,教学改革总是首先集中在教学目的问题上.由此可见,深刻地、全面地理解教学目的,并经常以它为指导,来进行和检查自己的日常教学工作,不仅是提高当前教学质量所必需的,而且也是改革教学所必需的.作为未来的中学数学教师在研究中学数学教材教法时,首先必须深入地研究中学数学的教学目的.

## 第一节 中学数学的教学目的

### 一、确定中学数学教学目的的依据

确定中学数学教学目的的依据是多方面的,主要依据是中学教育的性质、任务和培养目标;数学的特点;中学生的年龄特征.

#### (一) 中学教育的性质、任务和培养目标

《中共中央关于教育体制改革的决定》(以下简称《决定》)和《中华人民共和国义务教育法》规定我国“实行九年制义务教育”.义务教育是依法律规定适龄儿童和青少年都必须接受,国家、社会、家庭必须予以保证的国民教育,为现代生产发展和现代社会生活所必需,是现代文明的一个标志.因此,接受初中教育,不仅是适龄国民的一种权利,而且是一种义务.

初中实施义务教育,是初中教育性质的一大转变.从教育对象来说,已不是从小学毕业生中经过选拔考试择优录取的学生,而是全部的小学毕业生.因此,不但学生的数量增加了,更主要的是学生之间的差异扩大了.从教育任务来说,从原来“为高一级学校输送合格的新生,为社会培养优良的劳动后备力量”的双重任务转变为“提高全民族的素质,为培养有理想、有道德、有文化、有纪律的社会主义公民,培养各级各类的社会主义建设人才奠定初步基础.”

《义务教育全日制小学、初级中学教学计划(试行草案)》规定:“初中阶段,要使学生热爱社会主义祖国,热爱社会主义事业,热爱中国共产党,初步树立为人民服务的思想,培养为社会主义现代化建设献身的责任感,培养学生具有社会主义思想品德和讲文明礼貌的良好习惯,使学生具有一定的分辨是非和抵制不良影响的能力.要使学生掌握必需的文化科学基础知识,具有必需的基本能

力,培养实事求是的科学态度和不断探求新知识的精神,初步掌握正确的学习方法,发展独立思考和动手操作的能力.要使学生具有健康的体魄,奋发向上的精神和一定的审美能力.要使学生具有劳动观点、劳动习惯和生活自理能力,初步掌握一些生产劳动的基础知识和基本技能.”这个培养目标是根据《决定》对人才的要求,结合初中教育特点来规定的,它是确定各科教学目的的依据.

当然,这个培养目标必须在普通中学教育的各个方面加以实现,首先要在各科教学中加以实现.但是由于各科的特点不同,地位作用也不一样,因此在实现普通中学的培养目标时,就应各有侧重.下面再结合数学的特点,研究数学教学应当如何体现教育方针,实现普通中学的培养目标.

## (二) 数学的特点

首先,数学具有应用上的广泛性.数学是研究现实世界数量关系和空间形式的一门科学,或者更一般地称之为现实世界的量的关系的科学.在日常生活、工作、生产劳动和科学研究中,凡涉及数量关系和空间形式方面的问题,都会用到数学.在天文学、力学、物理学、化学等自然科学中,需要用数学的地方当然更多.在有些社会科学中,也是离不开数学的,特别是突飞猛进发展着的现代科学技术,更需要数学.由此可见,数学是研究科学技术和参加生产劳动所必需的一种重要工具.

在普通中学中,数学是主要课程之一,是学生必须掌握的一种最基本的工具,其原因之一在于学生学好了数学,学习物理、化学等课程,就比较容易.如果在中学打好了数学基础,就对进一步学习较高深的数学和现代科学技术或毕业后参加生产劳动都提供了有利条件,这对于把我国建成一个具有四个现代化的伟大社会主义强国有重大的意义.因此在中学应传授学生以参加生产、进一步学习数学以及其他科学所必需的基本的数学知识,从需要和可

能两方面看,根据多年的经验,在中学阶段应传授代数、几何(平面与立体)、平面三角、平面解析几何、概率统计、微积分初步等基本知识.

数学是解决实际问题的一种工具.但在解决实际问题的过程中,免不了要进行大量的计算,要绘制各种几何图形,所以正确、熟练地进行计算,正确地绘制几何图形应该包括在数学教学要求之中.

但是,只有以上这些知识与能力还不能说学生对实际问题已经毫无问题了.事实上,以上这些只是提供了一种可能,因为在解决实际问题时,一些问题往往不是现成以数学形式给出的,而首先要将实际问题化为数学问题,作出数学模型,然后才能用数学工具去解决.因此在中学数学的要求里,还必须规定培养学生运用所学知识解决实际问题的能力.

其次,数学的内容是非常现实的材料,但是数学仅从空间形式和数量关系方面来反映客观现实,它舍弃了与此无关的性质,因此它以高度抽象的形式出现.高度的抽象性是数学的特点与优点,正因为如此,它才有极为广泛的应用.数学教学必须一方面揭示数学概念、定理、公式、法则的实际内容,同时要特别发挥其高度抽象性的优点.把数学概念、公式、定理、法则学深学透,给数学的应用打下扎实的基础.数学具有高度抽象性的特点,表现出逻辑上的严密性.因而通过数学教学不仅可以培养学生的空间想象力,而且也能培养分析、综合、概括、推理、论断等逻辑思维能力.因此,空间想象力与逻辑思维能力的培养也应该是数学教学的重要目的之一.

再次,数学是自然科学,它没有阶级性,但它包含着丰富的辩证唯物主义思想因素.例如,数学发生发展的历史本身就说明了数学发展的动力归根结底是由于客观物质生产的需要这样的唯物

主义观点；又如，数学内容中充满了相互联系、运动变化、对立统一。正如恩格斯所指出的：“笛卡儿的变数是数学中的转折点，因此运动和辩证法进入了数学。”（《自然辩证法》）毛泽东也在《矛盾论》中指出“高等数学的主要基础之一就是矛盾……”，“就是初等数学，也充满着矛盾……”。再如函数相关性的概念，更直接和具体地反映了现实世界的动态和实际量之间的相互制约性，同时它也能够体现出近代数学思维的辩证特征等等，在数学教学中如果能充分揭露这些因素，就可以对学生进行辩证唯物主义的思想教育，逐步形成他们的科学世界观。因此进行辩证唯物主义观点的教育应该作为中学数学教学的要求之一。

### （三） 中学生的年龄特征

确定中学数学教学目的还要依据学生的年龄特征，这就是说，在制订中学数学教学目的的时候，应考虑到目的中所规定的基础知识的深度和广度必须适应学生的知识水平和理解能力；必须能进一步发展学生的感觉、知觉、想象、思维、语言、记忆、注意、情绪、意志性格，必须注意学生的身心健康。

初中学生的主要特征是半儿童、半成人。他们的智力活动迅速发展，明显表现出个人意识倾向，是个人成长的关键时期；他们的思维趋向科学水平，兴趣趋向广泛、深入。高中学生的主要特征是生理上、心理上均趋于成熟，智力达到成人水平，有鲜明的独立性和自觉性，抽象逻辑思维从“经验型”向“理论型”急剧转化。

一方面，考虑到学生智力处于发展之中，到高中才逐步达到成人水平，特别是尚缺乏实践经验，对基础知识和基本能力的要求不能偏深、偏高、偏广。另一方面，考虑到中学生的智力水平和实践经验在教学过程中会迅速发展和丰富。特别是考虑到教学过程是一个特殊的认识过程，它要求在一个特定的环境中，按照一个特定的目的和计划，由经过特殊训练的教师，把特定的内容教给特定年



龄的学生。因此,它有可能、而且应当最有利于学生智力的发展和经验的积累,这就有可能把一些较抽象、较深奥的现代数学的基础知识,通过适当的方法教给学生,于是就给中学数学教学目的革新提供了很大的可能性。

确定中学数学课的教学目的除了要从中学教育的性质、任务和培养目标出发,考虑数学的特点和学生的年龄特征以外,还要处理好以下几种关系:数学课与其他课程的关系;继承和发展的关系;统一性和多样性的关系;理论与实践的关系等。

首先,要处理好数学课与其他课程的关系。数学课是中学的主课之一,《义务教育全日制小学、初中教学计划(试行草案)》规定,在初中设思想政治、语文、数学、外语、历史、地理、物理、化学、生物、体育、音乐、美术、劳动技术等 13 门课。数学是 13 门课之一,但又是一门主要课程。在 3085 总课时中占 500 课时,占 16.21%,仅次于语文(566 课时,占 18.35%)。

全面而又正确地理解中学数学的重要性,是深入领会中学数学教学目的的重要基础。

从以下三方面可以看出数学课的重要性:(1)从数学知识看,由于一切事物的特性或事物间的关系,都在不同程度上需要通过一定的量的关系来加以描述,所以数学已经成为现代社会中的一般成员必备的科学文化素养,是参加工农业、国防和科技工作必不可少的工具,更是学习各种专业知识的重要基础。(2)从数学方法(虽属数学知识范畴,但更具有一般性、概括性和普适性)来看,随着现代科技的发展,数学方法也日益广泛应用于各门学科,甚至一门学科的成熟程度,往往决定于数学方法的运用程度,因此在数学课程中教给学生基本的数学方法和传授数学知识具有同样的重要性。(3)从思维训练来看,由于现代科技的发展,要求人的思维能力有较大提高,特别是现代科技发展迅速,对任何部门的工作人