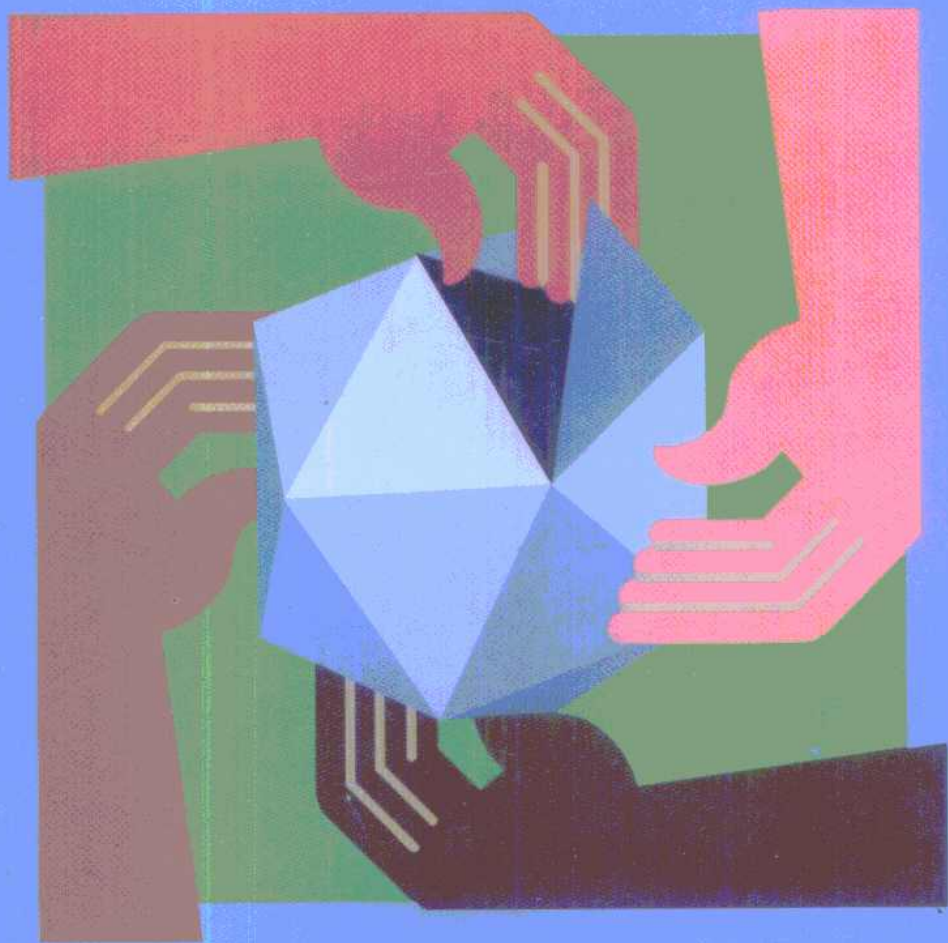


发现几何

一种归纳的方法

迈克尔·塞拉 著
李翼忠 刘仁苏 等译
蔡上鹤 田载今 校译
林自新



人民教育出版社

6. 4. 1971

一种归纳的方法

迈克尔·塞拉 著
李翼忠 刘仁苏 等译
蔡上鹤 田载今
林自新 校译

人民教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

发现几何:一种归纳的方法/(美)塞拉(Serra, M.)

著:李翼忠等译. —北京:人民教育出版社,1999

书名原文:Discovering Geometry——An Inductive Approach

ISBN 7-107-12949-X

I. 发…

II. ①塞…②李…

III. 几何课—中学—美国—教材

IV. G633.631

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 03967 号

人民教育出版社出版发行

(北京沙滩后街 55 号 邮编:100009)

网址:<http://www.pep.com.cn>

北京房山印刷厂印装 全国新华书店经销

2000 年 7 月第 1 版 2000 年 7 月第 1 次印刷

开本:787 毫米×1092 毫米 1/16 印张:43.5

字数:928 千字 印数:0 001~2 000 册

定价:53.80 元

前 言

迈克尔·塞拉编写了一本真正引人入胜的几何教科书. 让学生通过各种活动和解题, 实实在在地为自己“创造”几何, 是本书独特之处. 概念的引入, 都从直观入手, 然后进行分析、归纳以至演绎. 此书的编写指导思想, 与最近关于青少年几何思维发展的研究, 尤其是范·海尔理论中提出的思维发展层次极为吻合.

从一开始, 学生就参与建立定义. 作者卓越地运用“例与非例”的方式, 鼓励学生自己建立定义. 当引入新的几何图形时, 便组织活动, 以便学生发现它们的性质. 这本书自始至终都要求学生对图形以及图形之间的关系作出猜想. 在论证演绎的章节中, 还再提这些猜想.

除了周到处置在几何课程中谁都希望包含的全部专题外, 塞拉还提供许多额外的“天然金块”, 为各个章节的创造性的发展顺序锦上添花. 在学习正式的证明之前, 本书比许多几何教科书较早地讨论面积和体积等测量专题. 还有一章广泛论述变换和镶嵌. 后者给学生具体探索一些使得变换非常有用的对称图形, 提供了大量的机会. 一些教科书对这些专题只是粗略提及, 塞拉则给学生安排了充分的多样化的学习内容. 在全书的关键性部分, 还配备了优秀的 Logo 计算机活动, 为学生的发现增添条件. 在任何恰当的地方都穿插了坐标的专题. 更为突出的是, 本书有由故事大师编写的精采的问题. 每章有一个或几个合作解题的活动, 鼓励学生互相交流, 共同研究. 这样, 学生有机会书写或交谈有关的数学问题, 从而更好地理解他们学习的数学.

直到本书的最后两章, 才出现正式的证明. 然而, 在塞拉的书, 在要求学生写出正式证明之前几个月, 他们早已作出许多猜想, 确立并检验自己建立的定义, 解答逻辑问题, 并通过画图、作图以及 Logo 计算机活动发展了想象技能; 而且还学习了逻辑, 推理, 以及证明的性质. 他们已经为正式证明作好准备.

在过去, 我们有一种错误: 在学生掌握图形及其性质之前, 过早地促使他们学习正式证明. 要求许多学生同时做两件事——学习几何概念和学习演绎推理. 我赞赏迈克尔·塞拉的做法. 在他的书中, 把证明推迟到学生已经领会几何概念的全部意义之后. 塞拉的书给学生提供了学习几何和学习证明的更好时机.

最后, 这是为“实干者”编写的书. 书中要求学生单独或者和其他同学一起, 经常动手实干一些事情. 如果你想使你的学生和你自己积极参与学习和创造几何的过程, 那么, 此书就正是为你所著.

美国 俄勒冈州立大学数学系

迈克尔·肖内西 博士

第零章 几何的艺术

在这章里，你会了解几何是怎样在自然界展现出来。你会发现几何在多种文化艺术中的作用。在这章里，你会看到几何不仅仅是大专院校的预备数学课程，而且是观察和认识世界的一种手段。你会发现，几何在世界各地的文化领域以及艺术形式中仍然充满活力。此外，在使用圆规和直尺这两种工具方面，你会逐渐变得熟练起来。

第 0.1 课 自然界和艺术中的几何

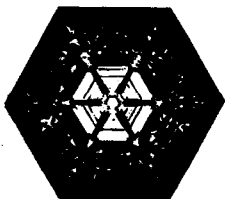
有一种艺术，恰好在这种艺术中，
做出各种不带艺术性的东西。

——皮特·海因

从微小的原子到最大的旋涡星系，自然界展现了几何图形无限的多姿多彩。结晶体、蜜蜂的蜂巢、雪花、向日葵和松果种子的排列、鹦鹉螺壳的螺旋形、蜘蛛网和许多花朵基本形状的正多边形，仅仅是自然界的几何杰作中的一个小小的部分。



圆



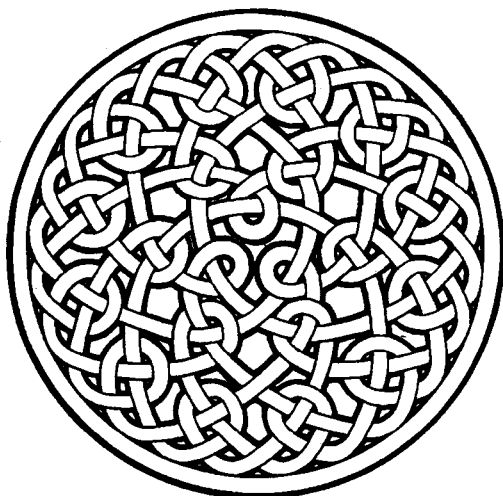
六边形



五角形

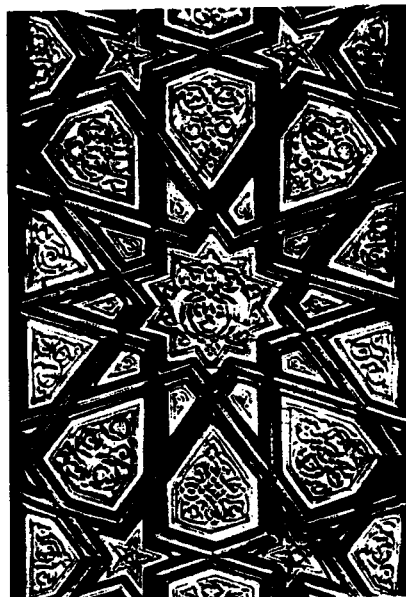
几何还研究诸如圆、六边形、五边形等图形的性质。太阳和月亮的轮廓好像圆形。把石块抛入平静的池水和树木横断面中的年轮都展现出一个圆族(同心圆)。在自然界的无机物中，经常展现出六边形。雪花及其它一些晶体结构的基本几何形状是六边形。五边形在无机物中极为罕见，但它是有机体(生物)的主要几何图形之一。海星便是具有五角形的一种生物。

人们已经在自然界观察到许多几何图案并把这些图案纳入各种艺术形式中去。坛场(第 0.5 课)和纽结图案(第 0.7 课)都是从远古到现在在全世界各地许多文化领域中展现出来的几何艺术形式。印度教信徒用来冥想的圆形坛场图案，也见于阿兹台克的历法石刻，欧洲教堂的圆花窗以及北非穆斯林教徒的复杂的伊斯兰图案。纽结图案在非洲、北苏格兰(凯尔特艺术)以及日本和中国的格子设计中都可以找到。



凯尔特艺术
选自《凯尔特设计全书》

1981



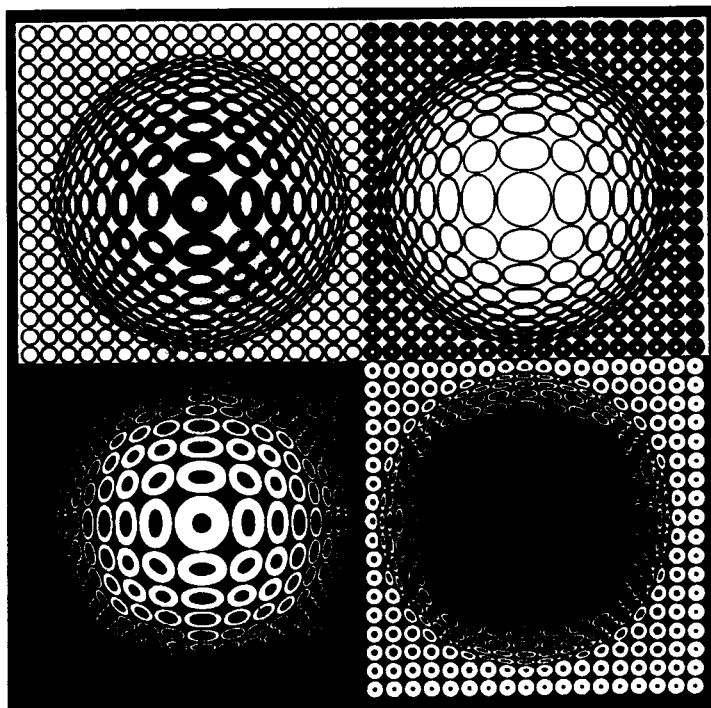
伊斯兰艺术
选自《伊斯兰艺术中的几何概念》

1976

在文艺复兴时期，现实主义图画再度流行。伟大的艺术家，如达·芬奇、杜勒和拉斐尔等，力图在他们的油画中描绘出空间的关系，犹如他们通过窗口所看到的真实景色。文艺复兴时期的艺术家，在发展他们的表现技巧时，借助几何来提高洞察力。在第 0.8 课里，你将学习有关透视的知识并有机会创作你自己的透视图。

现代艺术，包括具有浓厚几何色彩的光效应艺术。瓦萨利是著名的光效应艺术家，他的作品反映出他对几何的浓厚兴趣。

在第 0.4 课中，你将学习



现代艺术
瓦萨利 (1908—)

更多的光效应艺术知识，而且有机会创作你自己的光效应艺术图案。荷兰的艾斯歇尔是在作品中反映出对几何浓厚兴趣的另一位二十世纪艺术家。在第七章里，你将创作你自己的类似于艾斯歇尔的作品。

练习

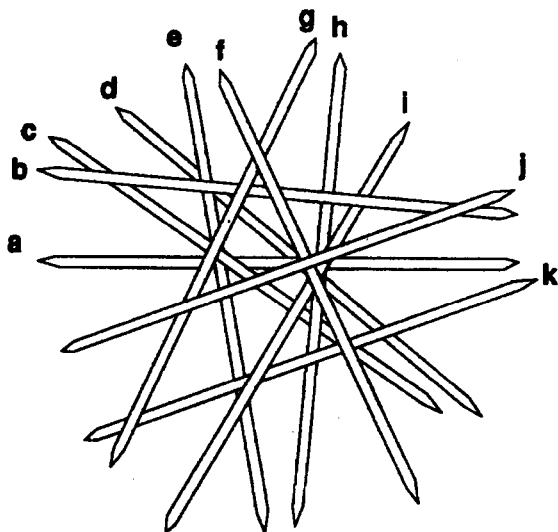
在本课中，你的目的是了解自然界中的几何以及世界不同文化中的几何艺术。

1. 列出六种具有几何图形的自然物体，并且给出这些图形的名称。
2. 带一件能显出自然界几何的物体到班上。
- 3*. 带一件物体或穿一件衣服到学校。这件物体或衣服要展现出某种手工或机织的几何艺术品或者传统的民间艺术图案。

提高直观思维技能

拾棒条

拾棒条是培养机动能力的一种很好游戏，它可成为一种具有挑战性的直观趣题。按什么次序拾起这些棒条才能使你总是拿顶上的一根棒条呢？



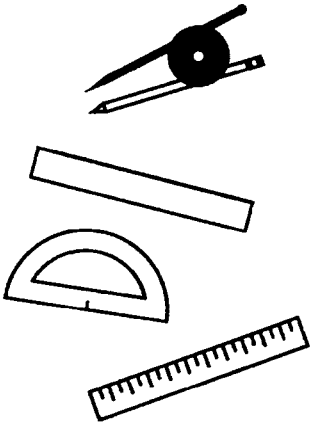
第 0.2 课 线型图案

几何图案中对称和比例，使得它们富有吸引力。如果你有几何工具，制作几何图案并不困难。几何的基本工具有四种：圆规、直尺、有刻度的尺和量角器。

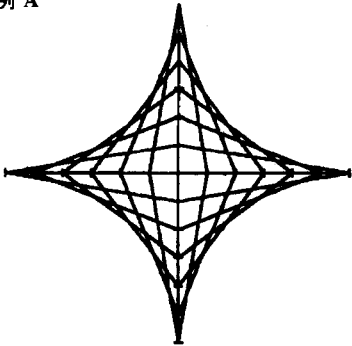
圆规是作圆的几何工具，直尺是作直线的工具。圆规和直尺是传统的几何工具。

古希腊的一切几何图形，只用这两种工具就能作出来。古希腊人奠定了几何的基础，你在本书中将要学习这些内容。

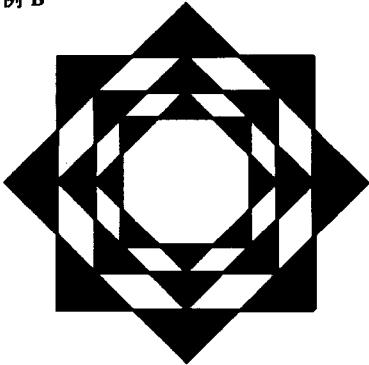
刻度尺和量角器发明得比较晚。刻度尺是度量线段长度的工具。刻度尺有度量的刻度，直尺没有刻度。量角器是度量角度大小的工具。在后面有关几何艺术的课程中，你将逐渐熟悉这些几何工具。



例 A

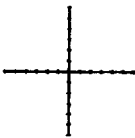


例 B

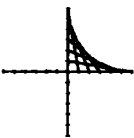


只用直线便可以创作多种类型的图案。

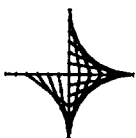
创作上面两种线型图案的步骤，见如下的说明。在开始做本课末尾的练习之前，先按照这些图案的作图步骤去做。



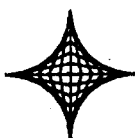
步骤 1



步骤 2



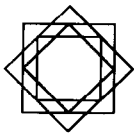
步骤 3



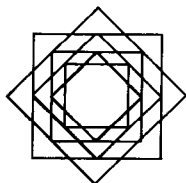
步骤 4



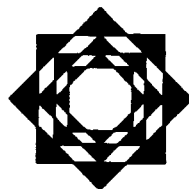
步骤 1



步骤 2



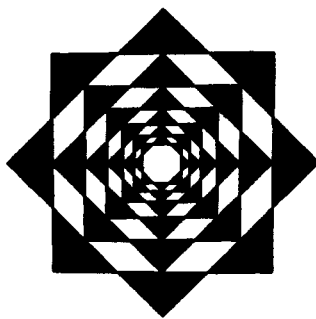
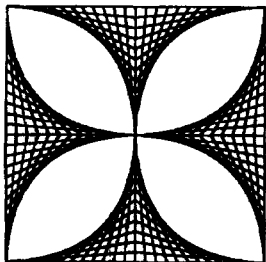
步骤 3



步骤 4

练习

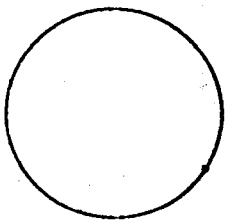
1. 下列各个线型图案都是用直线画出来的。选出其中一个图案并在一张纸上把它重新画出来。利用例 A 或例 B 所说明的步骤来帮助你作图。



2. 用直线设计并制作你自己的图案，一定要有创造性。为了得到有用的主意，可预先参考第 0.4 课、第 0.6 课和第 0.7 课的内容。

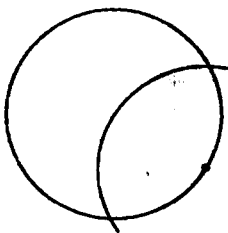
第 0.3 课 雏菊图案

圆规是作圆的几何工具。只使用圆规便可以作出非常精致的图案。雏菊就是这样的简单图案。下列的图解为你提供画雏菊的必要指示。在你开始做本课末尾的练习之前，先从头到尾阅读作这个图案的几个步骤。



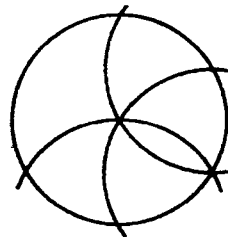
步骤 1

作一个圆，然后在这个圆上任选一点。



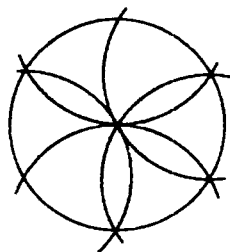
步骤 2

不改变圆规的两脚尖的距离，以选定的点为圆心画一条弧。



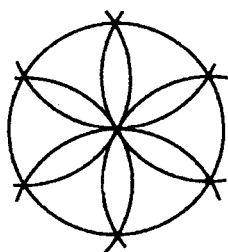
步骤 3

以新增的两个交点为圆心，各画一条弧。



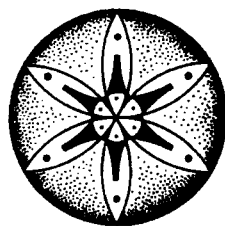
步骤 4

再以新的两个交点为圆心，各画一条弧。



步骤 5

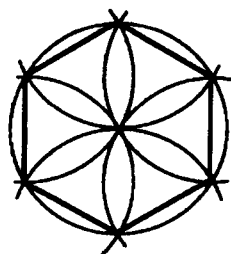
画一条弧，把最后的一个交点连结起来。



步骤 6

修饰你的雏菊图案。

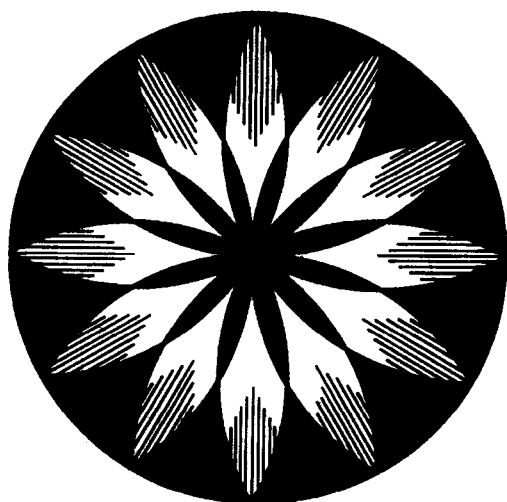
画雏菊的步骤也是作正六边形的步骤。正六边形是各边长度相等而且各角的大小相等的六边形。在每一个雏菊上，有间隔相等的六片花瓣。雏菊各瓣的顶端与这个圆接触于间隔相等的几个点。如果依次连结这些顶端，你会得到一个正六边形。这个圆规的装置（两脚尖的距离等于圆的半径）能够精确地沿着这个圆划界六次。



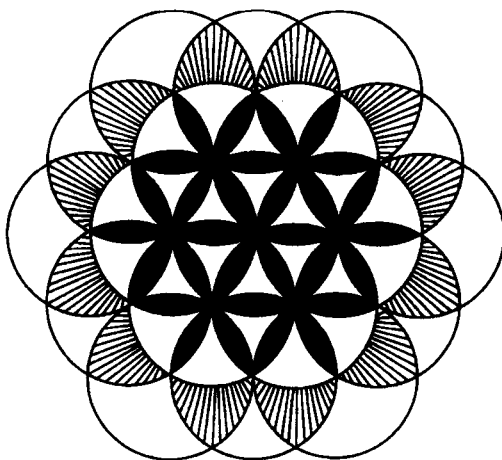
从六个顶端的雏菊图可以作出十二个顶端的雏菊图，方法是在第一个雏菊的花瓣之间作出另一朵六个顶端的雏菊图。如例 A 所示。

如果不限于第一个圆的圆周，你继续画足够多的圆，结果你会画成“一束雏菊”，如例 B 所示。

例 A



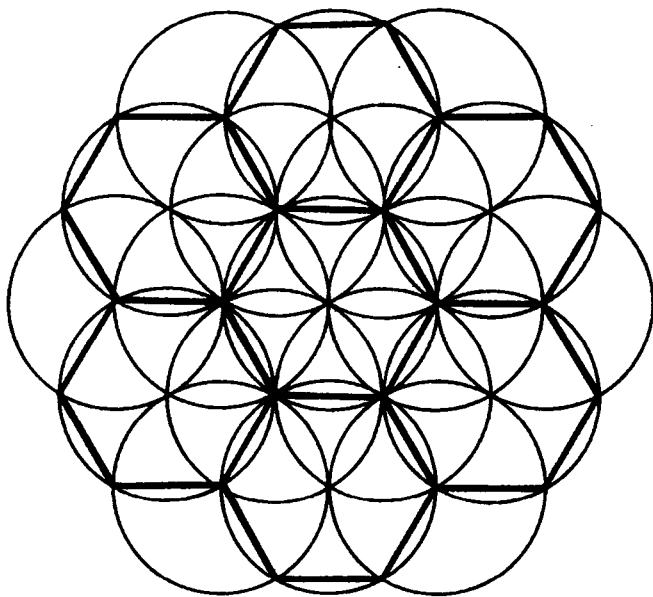
例 B



练习

1. 在整张纸上，作出你自己的雏菊图案。

2. 把圆规装置成两个脚尖距离为1英寸(圆半径)作一个中央正六边形，并以这个正六边形的每一边为公共边分别作六个正六边形。所作图案与右图相似，但要较大一点。

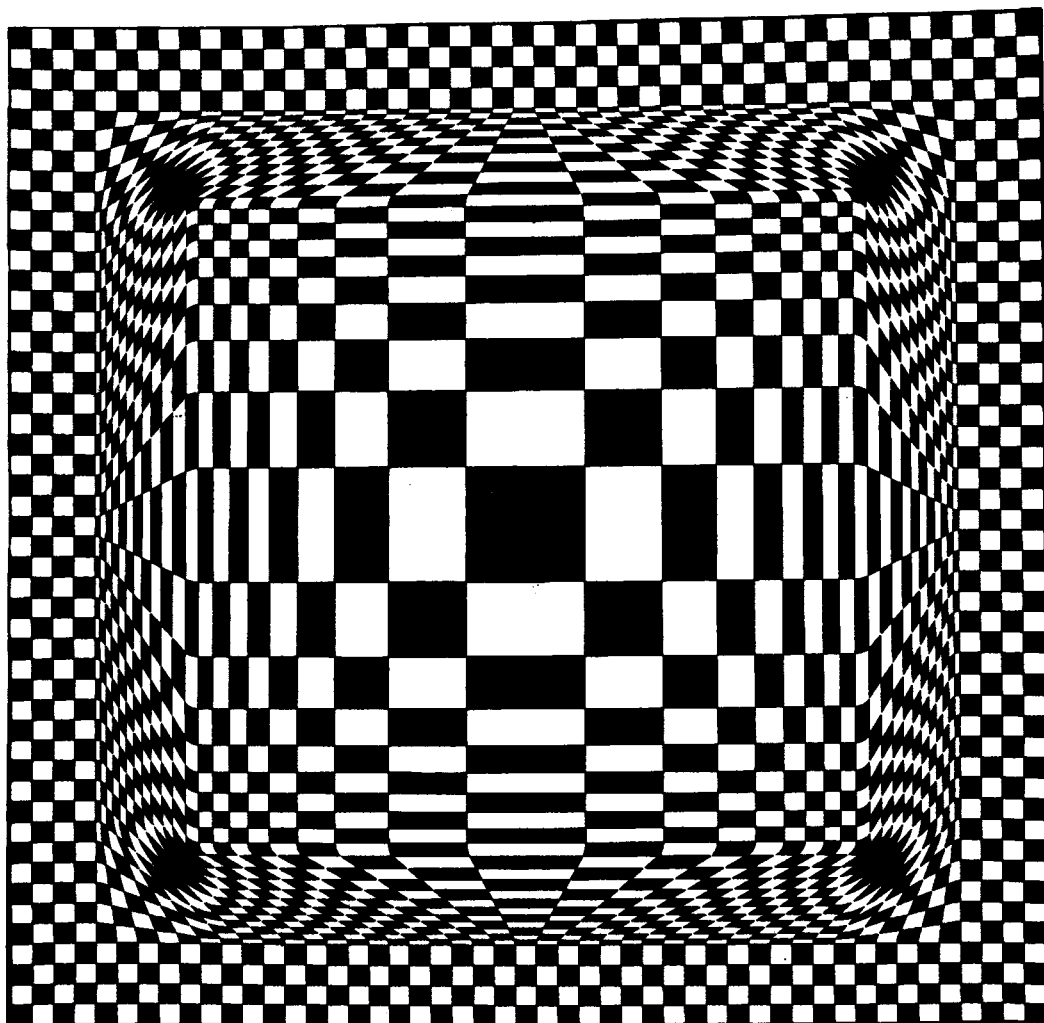


第 0.4 课 光效应艺术

我们能够感受到的最美丽的东西
就是那些神秘的东西。它们是一切艺
术和科学的真正源泉。

——爱因斯坦

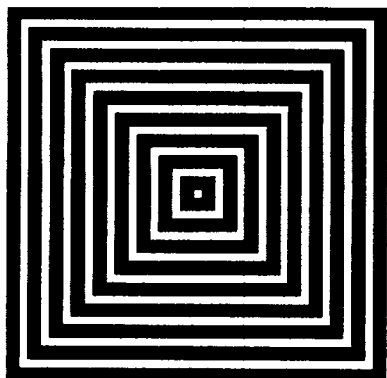
光效应艺术是用直线或者几何图案来创作出一种特殊的视觉效果抽象艺术形式。各部分明暗之间的反差，有时看来好像在运动或者使人感到表面、方向和大小在变化。艺术家瓦萨利就能用他的几何光效应艺术创造出一些错觉。



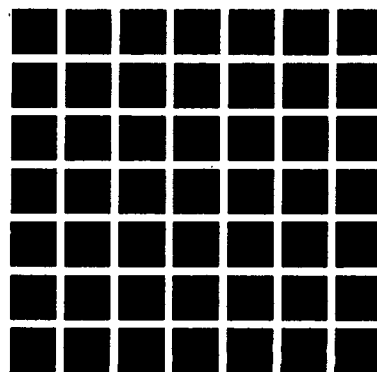
艺术家的奉献 瓦萨利 (1908—)

在这课里，你将创作你自己的光效应艺术。但是，首先要看看光效应艺术的一些例子。

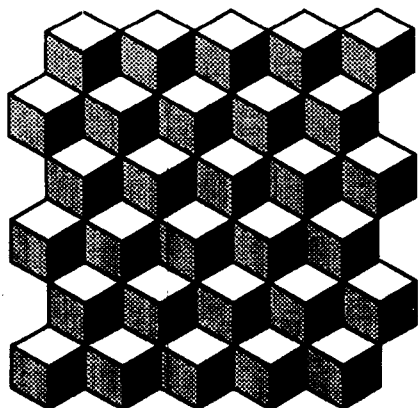
例 A



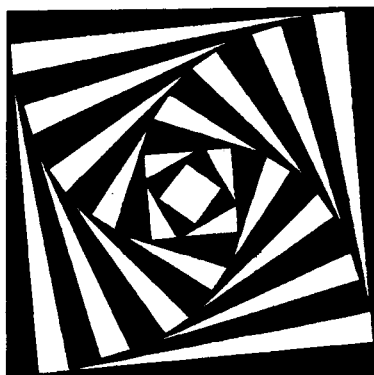
例 B



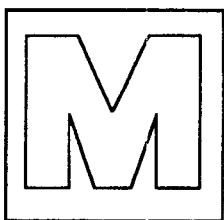
例 C



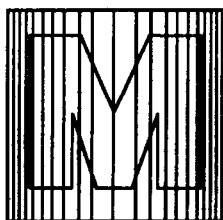
例 D



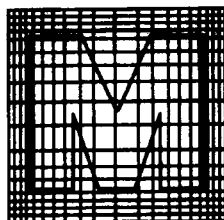
创作光效应艺术图案既有趣又不难. 下面几个步骤指导你如何创作一种光效应图案. 首先, 画出图案的轮廓. 然后, 在你作出的画面上, 画垂直和水平的平行线, 并且通过改变各线的间隔, 创造出视觉的峰与谷. 最后, 交替地在空白处涂上阴影.



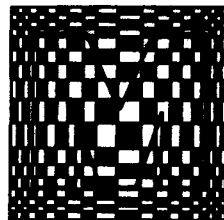
步骤 1



步骤 2

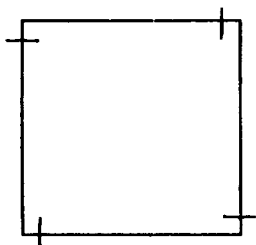


步骤 3

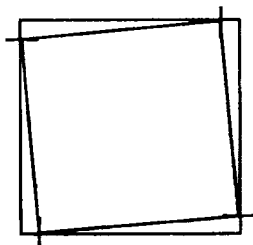


步骤 4

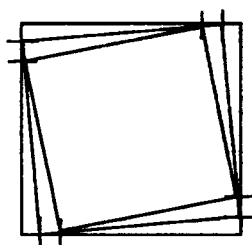
下面向你说明如何创作像例 D 那样的图案的步骤. 首先, 在正方形的四条边上, 各取到角顶点相等距离的一点. 圆规是量度相等长度的好工具. 依次连结这四个点便在第一个正方形内作出另一个正方形. 重复做下去, 直至这些正方形收敛于中心上. 要小心, 你不要掉进去!



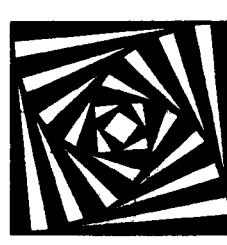
步骤 1



步骤 2



步骤 3

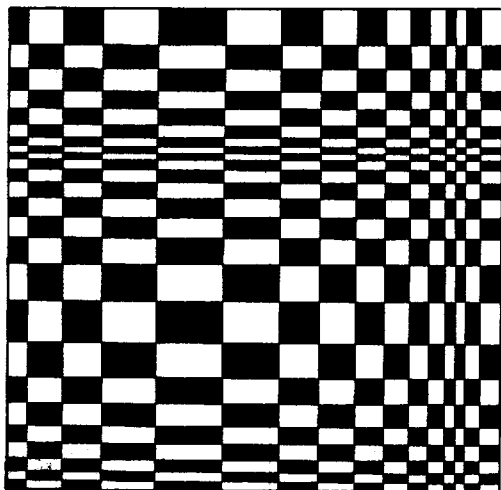


步骤 4

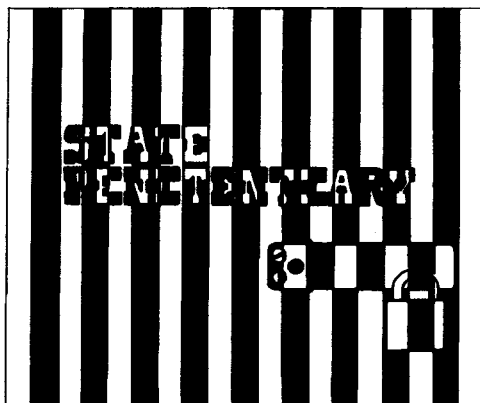
练习

1. 在例 A 里, 光效果是什么?
- 2*. 在例 B 里, 光效果是什么?

- 3*. 在例 C 里，光效果是什么？
4. 在例 D 里，光效果是什么？
5. 从本课中选择一种光效应艺术图案，并且创作出你自己的该种光效应艺术的版本。



卡门·阿波达卡，
几何学生



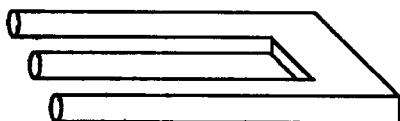
加里·默拉卡米，
几何学生

特殊作业

画不可能存在的物体

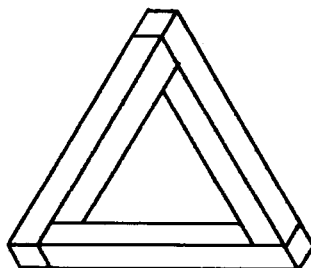
你已经看过许多种光效应的假像。一些光效应假像初看起来是实物的图像，但是，它们实际上不可能制作出来（除非在纸上）。在这个特殊作业里，你的任务是在整张纸上画出下列四种不可能存在的物体。

两个叉变成三个？



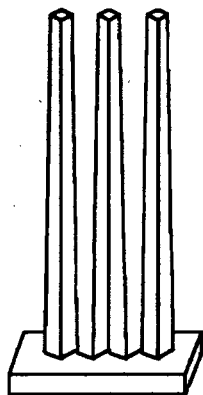
创作这个图要先画六条平行线，然后再画两端。在画另一端时，设法不要看到先画好的一端。

彭罗斯三角形



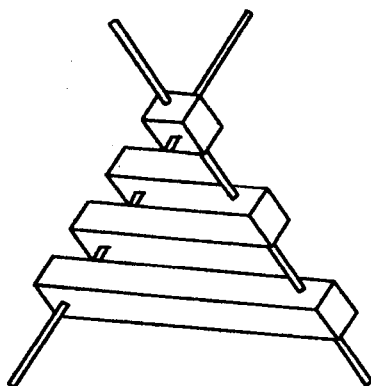
创作彭罗斯三角形，从画一个套一个的三个等边三角形入手。（这种三角形是以数学家和趣题热心家罗杰·彭罗斯的名字命名的。）

四个塔变成三个？



注意图中塔的九条垂直边是不平行的。如果你向上延长这些边，你会发现每三条边相交于一点。

奇特的烤肉串？



这个奇特的烤肉串，留给你自己去想像出来。

第 0.5 课 坛场

坛场（音译为曼荼罗）是从中心一层层向外伸展而成的圆形图案。这个英语单词曼荼罗（mandala）来自叫做印度梵语的一种印度古代语言，它的意思是圆或者中心。印度教徒用坛场图案来进行冥想。坛场也见于东方世界之外的其它许多文化。在欧洲中世纪教堂的圆花窗上可以找到坛场。墨西哥的阿兹台克人创造了壮丽的石刻坛场作为他们的日历。在它的中心是太阳神的头像。头像的周围是描绘阿兹台克人认为会毁灭世界的地震的符号。在此周围是用来表示阿兹台克年中各日的一圈符号。美国西南部的纳瓦霍人有一个康复祈祷场地，它是用多种色彩沙子铺成的圆形图案。病人被放在坛场图案的中心，祈祷的人围绕他摆成一圈。

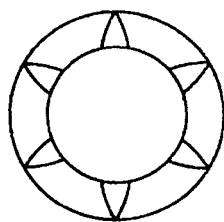
瑞士精神病医生琼格（1875—1961）曾进行坛场的心理学研究并用它来治病。琼格和他的病人从图案的中心开始，连续向外画成一个坛场。先病人画，然后医生画，然后病人画，彼此轮流，直至他们认为这个坛场已经完美为止。

下面列举的步骤是给出如何创作坛场图案的一种方法。在你开始做本课末尾的练习之前，先看这些步骤。

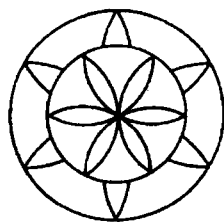


阿兹台克石刻日历的断面。

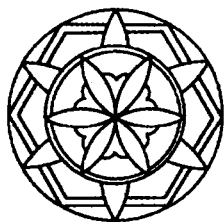
阿兹台克和艾他墨西哥印第安人设计(1984)。



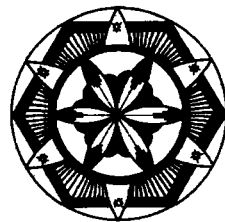
步骤 1



步骤 2



步骤 3



步骤 4

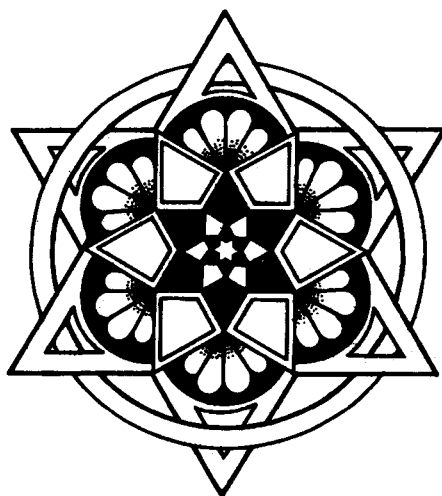
从中心图案开始。在它里面加上细图。再加上一些图案，对称地填满空白的部分。最后，加上阴影使得一些特殊部分显得明亮。

练习

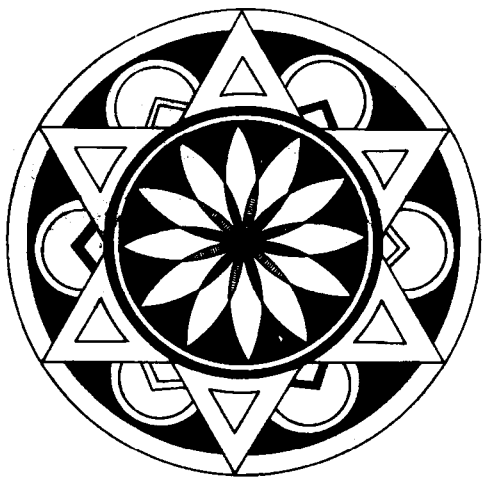
1. 你见过或知道哪些坛场图案的实例？
2. 哪些公司图案或标志也是坛场？
3. 在闲适的时刻创作你自己的坛场并给它着色。



弗兰西斯·王，
几何学生



斯科特·尚克，
几何学生



本书作者设计



唐娜·张，
几何学生

第 0.6 课 伊斯兰艺术

伊斯兰艺术富于几何形状。伊斯兰艺术家通过欧几里得、毕达哥拉斯以及其他希腊数学家的著作而熟悉几何学，并且在他们的艺术和建筑设计中广泛应用几何图形。

几百年来，西方文化把伊斯兰艺术看作仅仅是装饰。可是，近年来，我们逐渐认识到伊斯兰艺术不仅是美丽的几何艺术，而且还充满着宗教的意义。

伟大的伊斯兰教祖穆罕默德（公元 622 年）传道反对盲目崇拜。他的许多信徒把他的教导解释为禁止在艺术中描绘人和动物。因此，在装饰品中，伊斯兰的艺术家不是使用人和动物的形状，而是使用复杂的几何图形。这些艺术家在运用几何学表达他们对服从于数学和推理的宇宙的宗教信仰的同时，创造出了美丽的艺术作品。

最引人注目的伊斯兰建筑，是在西班牙格兰纳达的摩尔族王室宫殿——阿尔罕布拉宫。如同对伊斯兰艺术的颂词，阿尔罕布拉宫矗立了 600 多年，它从地板到天花板都布满绝妙的几何图案。

这些几何图案一般是正六边形、等边三角形或正方形作为基本网格的精致作品。这些复杂的伊斯兰图案只是用圆规和直尺作出来的。由于用圆规，这些图案倾向于从中心向外辐射。因此，他们的图案是坛场的复杂结构。

创作伊斯兰风格的坛场并不困难，下列步骤提供一种作法。在你开始做本课末尾的练习之前，先阅读有关创作一种伊斯兰风格的坛场图案的步骤。