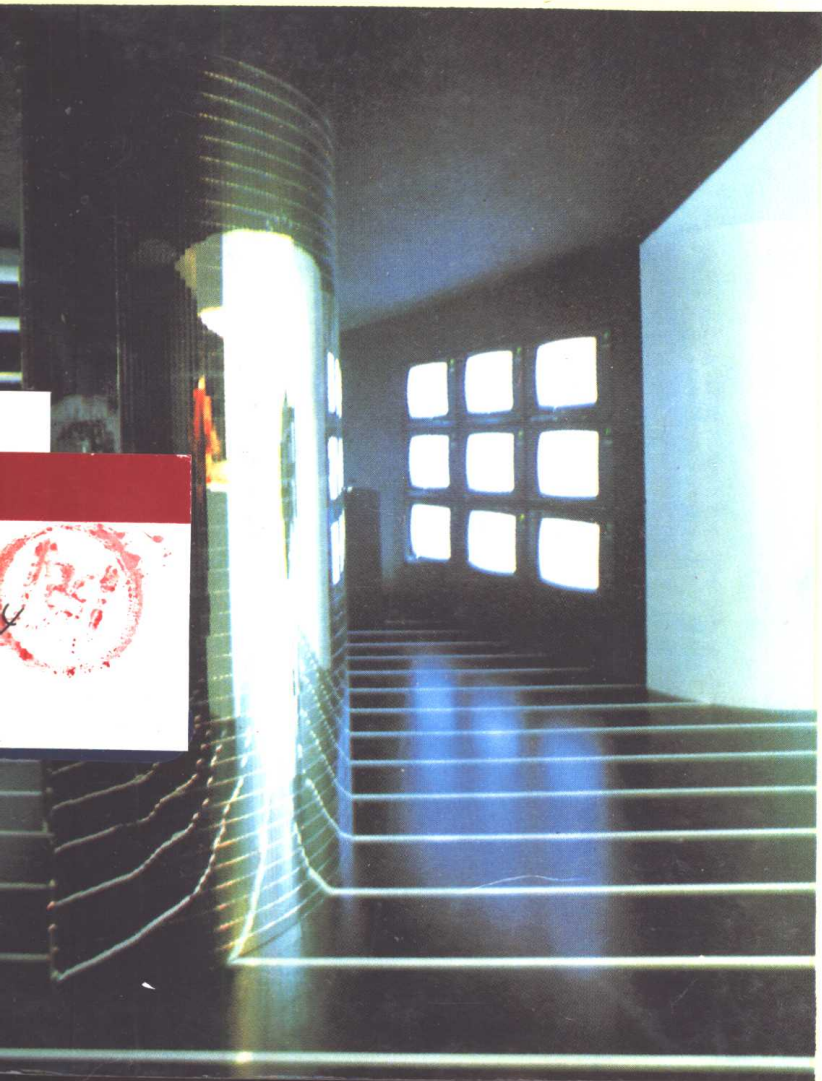


滤波及其应用

FILTERING AND ITS APPLICATIONS

走向数学丛书

谢衷洁 著



走向数学丛书

滤波及其应用

谢衷洁 著

湖南教育出版社

滤波及其应用

Filtering and its applications

谢衷洁 著

Zhongjie Xie

责任编辑：孟实华

湖南教育出版社出版发行

湖南省新华书店经销 湖南省新华印刷二厂印刷

787×1092毫米 32开 印张：7.625 字数：160,000

1995年8月第1版 1998年4月第2次印刷

ISBN 7-5355-2246-7/G·2241

定价：12.80元

本书若有印刷、装订错误，可向承印厂调换

《走向数学》丛书编委会

顾问：王 元 丁石孙

主编：杨忠道 冯克勤

编委：李 忠 史树中 王建磐

黎景辉 孟实华

“走向数学”丛书

陳省身題





作者简介

谢衷洁,男,1935年10月1日生于福建泉州。1954年高中毕业于北京师大附中,同年入北京大学数学力学系,1959年毕业于概率论专门化,后留校工作。1987年任教授,现任职于北京大学数理统计研究所副所长。主要研究方向是时间序列分析及应用,至今在国内外刊物和会议文集上已发表40多篇论文,并著有《概率论》(1985),《时间序列分析》(1990)及国外 World Scientific Pub. Co. 出版的“Case Studies in Time Series Analysis”(1993)等专著。1986年曾获 Vienna EMCSR 组织委员会颁发的《最优论文奖》,1987年北京市科技进步二等奖,1990年国家教委科技进步一等奖,1991年国家自然科学奖三等奖等。

历任中国概率统计学会副秘书长,时间序列分析专业委员会主任,《应用概率统计》执行编委,《International Statistical Review》的 Associate Editor 等职。

前 言

王 元

从力学、物理学、天文学直到化学、生物学、经济学与工程技术，无不用到数学。一个人从入小学到大学毕业的十六年中，有十三四年有数学课。可见数学之重要与其应用之广泛。

但提起数学，不少人仍觉得头痛，难以入门，甚至望而生畏。我以为要克服这个鸿沟，还是有可能的。近代数学难于接触，原因之一大概是由于其符号、语言与概念陌生，兼之近代数学的高度抽象与概括，难于了解与掌握。我想，如果知道讨论的对象的具体背景，则有可能掌握其实质。显然，一个非数学专业出身的人，要把数学专业的教科书都自修一遍，这在时间与精力上都不易做到。若停留在初等数学水平上，哪怕做了很多难题，似亦不会有助于对近代数学的了解。这就促使我们设想出一套“走向数学”小丛书，其中每本小册子尽量

用深入浅出的语言来讲述数学的某一问题或方面，使工程技术人员，非数学专业的的大学生，甚至具有中学数学水平的人，亦能懂得书中全部或部分含义与内容。这对提高我国人民的数学修养与水平，可能会起些作用。显然，要将一门数学深入浅出地讲出来，决非易事。首先要对这门数学有深入的研究与透彻的了解。从整体上说，我国的数学水平还不高，能否较好地完成这一任务还难说。但我了解很多数学家的积极性很高，他们愿意为“走向数学”撰稿。这很值得高兴与欢迎。

承蒙国家自然科学基金委员会、中国数学会数学传播委员会与湖南教育出版社支持，得以出版这套“走向数学”丛书，谨致以感谢。

序 言

本书是通过初等的数学知识来介绍近半个世纪以来无论在理论和应用上都得到了极其广阔的发展的一个领域—滤波。滤波理论的出现，虽然从背景上看它是起源于电工类的信号提取问题或宇航中的控制问题，然而为这方面奠定数学基础的却不能不归功于二位数学大师—苏联的 A. H. Колмогоров 和美国的 N. Wiener, 是他们为平稳随机过程的滤波理论作出了杰出的贡献。随后 A. M. Яглом 对有理谱密度的滤波方法给出了系统的解决。60年代随着宇航技术时代的到来，空间飞行器的控制问题推动了 Kalman 滤波的出现—六、七十年代吸引了大批的数学工作者在此领域工作，也出现了大批的应用数学工作者，他们不仅关心其中的理论问题，还把滤波方法广泛地应用于医学、生理、经济、工业生产过程及国防等。70年代时间序列的理论和方法的出现又从另一个角度和滤波问题挂起勾来，从而也就更深入地推动它的理论和应用（目前，这方面还在发展之中）。尤其应该提到的是随着信息时代的到来，高科技的一个重要领域是和滤波问题紧密相关的，例如：图象的传输、识别、加工等都蕴含着二维或高维甚至是时空的 (Spatial) 滤波问题。这方面从数学上看仍然存在许多问题没有解决，也是近年来许多数

学工作者工作的重点领域之一。

由于本书的任务是介绍读者去初步认识什么是滤波问题，它有什么用处，因而不可能全面地展开滤波的数学理论。由于数学工具的限制，许多内容不能在本书中介绍，但在初等知识的范围内读者可以看到：工程的、实际的背景是如何提出并提出数学问题的；反过来，数学问题的解决或理论背景的支持又如何指导实际问题取得成果的。如 MinMax 滤波如何运用于海洋石油勘探的；极大信噪比滤波如何帮助天文工作者发现了天王星的光环；X-11 如何运用于经济预测；Kalman 滤波如何应用于散射通信与生理医学等等。

本书对数学知识的要求是初等微积分和线性代数。本书头二章是为没学过概率统计和线性系统知识的读者写的，对于具有这方面知识的读者可以从第三章开始阅读。

限于水平和写作时间的限制，本书一定有许多不妥之处，恳请读者提出批评，将来若有修改的机会，必根据读者的宝贵意见作修改和补充。图象滤波这次没能写入本书就是一项缺陷。

作者愿借此机会对李忠教授表示衷心的感谢，是在他的鼓励和帮助下作者才鼓起勇气提笔写出这本书的；本书的一些新结果是属于国家自然科学基金会“应用统计”资助项目的，在此也表示诚挚的谢意。

谢衷洁

于北大承泽园

1994. 6. 1

目 录

前 言 (王元)	1
序 言 (谢表洁)	3
<hr/>	
第一章 概率统计基本知识	1
§1 随机变量及其分布	1
1.1 随机现象及其统计规律性	1
1.2 随机变量及其分布	5
1.3 常见的随机变量的概率分布	7
1.4 多维随机变量及其分布.....	14
§2 随机变量的数字特征.....	18
2.1 数学期望 (平均值)	18
2.2 方差(偏差)与协方差.....	21
2.3 多维随机变量的数字特征.....	23
§3 时间序列分析.....	29
3.1 平稳时间序列.....	29
3.2 时间序列的 AR 模型.....	32
3.3 时间序列的谱密度函数.....	33
§4 统计的假设检验.....	37
4.1 统计学中的若干术语.....	37
4.2 假设检验的基本思想.....	38
第二章 线性系统的基本知识	41

§1 线性系统及其数学刻画	41
1.1 什么是线性系统	41
1.2 线性系统的 FRF 与 IRF 特性	42
1.3 系统的物理可实现性	46
§2 数字滤波器的数学刻画	48
2.1 数字滤波器	48
2.2 数字滤波器的 IRF 和 Z-变换	50
2.3 最小相位性	51
第三章 简单的加权平均滤波	55
§1 用滤波来作测频器中的频率校正	55
1.1 简单的加权平均滤波	55
1.2 测频器中的频率校正问题	58
§2 X-11 及其在经济预测预报中的应用	61
2.1 X-11 算法	61
2.2 用 X-11 方法作短期预测预报	67
2.3 X-11 的整体性滤波法	71
2.4 用 X-11 方法来预报某车站的铁路货运量	78
第四章 极大极小准则下的滤波	82
§1 动态海洋重力仪的数据处理问题	82
1.1 动态海洋重力仪提出的难题	82
1.2 解决问题的可能途径	84
§2 极大极小准则下的滤波器的 FRF	87
2.1 理想 FRF 在时域上的滤波问题	87
2.2 极大极小准则下的滤波	93
2.3 极大极小准则下最优滤波 IRF 的解	98
§3 极大极小准则下最优滤波在海洋重力勘探中	

的应用	106
3.1 滤波项数 N 的确定	106
3.2 最优滤波器在重力勘探中的应用	110
第五章 极大信噪比滤波	
—在天王星光环检测中的应用.....	113
§1 天王星光环的发现及其检测中的问题	113
§2 极大信噪比准则下的滤波	116
2.1 极大信噪比准则的工程背景	116
2.2 极大 SNR 滤波的数学理论	117
2.3 极大信噪比的数学分析	119
2.4 弱信号检测中的例子	126
§3 利用极大信噪比方法检测天王星光环信号	129
3.1 信号的形式	129
3.2 噪声的统计性质	131
3.3 检测环信号的统计假设检验	132
第六章 AR 模型拟合与 Deconvolution 滤波	139
§0 问题的提出	139
§1 熵、熵率与谱熵	140
1.1 熵—信息的度量	140
1.2 具有最大 n 维熵的分布	145
1.3 AR 模型的熵率与平稳随机序列的谱熵	149
§2 极大熵准则下的模型拟合方法	155
2.1 问题的提出	155
2.2 问题的解答	156
2.3 从观测样本出发对平稳序列的模型拟合和谱 估计	161
§3 用 $AR(p)$ 模型拟合进行 D-滤波	163

3.1	AR(p)模型的逆转公式	163
3.2	用 AR(p)拟合进行 D-滤波	165
§ 4	D-滤波在地震勘探中的应用	167
附录 1	关于解 Yule-Walker 方程的递推算法 (Levinson)	173
附录 2	关于解 Yule-Walker 方程的 Burg 递推 公式	177
第七章	Kalman 滤波	183
§ 1	问题的提出	183
§ 2	Kalman 滤波的递推公式	186
2.1	Kalman 滤波的数学推导	186
2.2	Kalman 滤波的递推公式(纯滤波)	190
2.3	非定常状态方程下的 Kalman 滤波	193
2.4	关于 Kalman 滤波的发散问题	193
2.5	关于最优控制的 Kalman 滤波	198
§ 3	状态方程的 AR 建模法	205
3.1	问题的提出	205
3.2	多维 AR(1)序列	206
§ 4	Kalman 滤波在对流层散射通信中的应用	215
§ 5	Kalman 滤波在心电图整形中的应用	224
<hr/>		
附表 1	随机数表	229
附表 2	正态分布表	230
参考书籍和文献	231

第一章 概率统计基本知识

§ 1 随机变量及其分布

1.1 随机现象及其统计规律性.

在我们的日常生活中，经常会遇到各种各样的随机现象——即人们常说的偶然现象，它们的出现与否是随机会而变的。在重复观察中，它们的出现与否是不能预料的。例如：

1. 掷一枚匀称的硬币看它是否出国徽。
2. 买一只灯泡，它的寿命是否超过 500 小时。
3. 在一小时内，某电话机接到 3 次以上的呼叫。
4. 某厂生产的电视机一万小时内不出现任何故障和异常。
5. 某市股票价格半年内将降至最低点。
6. 某产品的开箱合格率为 100%。

等等。类似的例子还可以举出很多，读者也一定有许多与随机现象打过交道的体会。因而认识到随机现象是普遍存在的，在现实世界中它是事物发展的正常现象。

虽然人们事先无法预料随机现象的结果，但是并不是说它毫无规律可言，事实上经过大量的实验，随机现象的规律性仍

然是可以认识的——只是这种规律不同于通常人们理解的确定性的规律(如物理学中的 $F=ma$ 等等). 随机现象的规律性往往体现在大数量的观察之中. 历史上大量的科学实践以及近代概率理论, 都揭示出随机现象的稳定规律——在大量同类随机现象中所出现的一种集体性质的规律性, 我们称为统计规律性.

例如: 掷一枚硬币能出现国徽是属偶然现象. 但是如果人们多次重复投掷同一枚硬币, 就会发现一种明显的规律性: 即出现国徽的次数约占投掷总次数的一半. 下表 1.1 就是历史上许多学者进行这一实验的记录.

实验者	投掷次数	出现国徽次数	百分比
莫岗	2048	1017	0.4966
莫岗	2048	1039	0.5073
蒲丰	4040	2048	0.5069
皮尔逊	12000	6019	0.5016
皮尔逊	24000	12012	0.5005
维尼	30000	14994	0.4998

表 1.1

由以上记录可以看出, 随着投掷次数的增多, 这一百分比愈来愈接近于 50% (见图 1.1). 这一结果并不奇怪, 因为匀称的硬币有两面, 国徽的一面占 $1/2=0.5$.

再举一例子.

曾有人统计过某国家因没有写清地址或其它原因无法投递的信件数占全体信件的比例数许多年几乎保持不变 (见表 1.2).

年份	信件总数 n (百万)	无法投递的信件数 μ	$\frac{\mu}{n}$ (百万分数)
1906	983	54861	56
1907	1076	53500	50
1908	1214	59627	49
1909	1357	62088	46
1910	1507	76614	51

表 1.2

法国数学家 Laplace 对生男生女性别比例的统计也得到过非常惊人的稳定规律 (见格涅坚科 [18]).

许多例子非常令人信服地认识到大量同类随机现象的重复实验 (观察) 往往呈现十分明显和稳定的规律性即统计规律性.

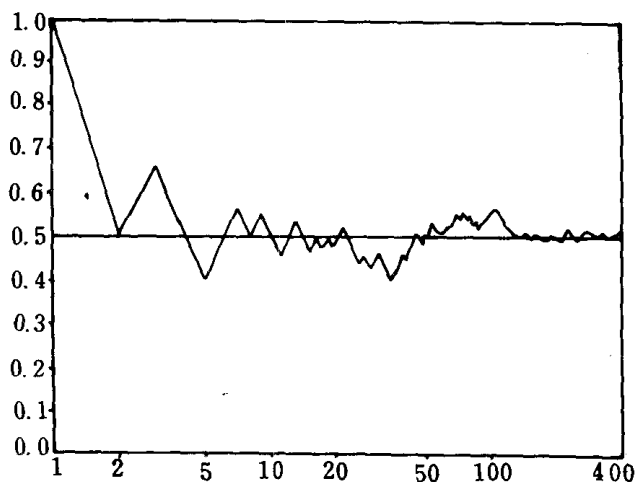


图 1.1 投掷硬币出国徽的百分比数, 随着次数的增加而接近于 $1/2$.

(上图见: H. Cramér; Mathematical Methods of Statistics.)