

高等财经院校试用教材

数理统计方法 在经济管理中的应用

刘序球 主编

中国财政经济出版社

(京)新登字038号

高等财经院校试用教材
数理统计方法在经济管理中的应用
刘序球 主编

★
中国统计出版社 出版

(北京东城大佛寺东街8号)

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售
北京市通县永乐印刷厂印刷

★
850×1168毫米 32开 12.875印张 305 000字
1991年9月第1版 1991年9月北京第1次印刷

印数: 1—2 100 定价: 3.55元

ISBN 7-5005-1422-5/F 1340 (课)

目 录

第一章 概率统计基础	(1)
§1.1 随机事件与概率	(1)
§1.2 随机变量与概率分布	(14)
§1.3 随机变量的数字特征	(29)
§1.4 几种常用随机变量的概率分布	(37)
§1.5 大数定律与中心极限定理	(47)
习题一	(52)
第二章 抽样与抽样分布	(59)
§2.1 总体与样本	(59)
§2.2 样本资料的搜集与整理	(62)
§2.3 样本的数字特征	(70)
§2.4 样本平均数与样本方差的分布	(78)
§2.5 抽样的组织方法	(100)
习题二	(109)
第三章 大样本统计推断	(111)
§3.1 简要概述	(111)
§3.2 点估计	(112)
§3.3 最大似然估计	(115)
§3.4 区间估计	(118)
§3.5 大样本下总体均值估计与两个总体均值 之差的估计	(120)

§3.6	统计假设检验	(122)
§3.7	大样本统计检验	(127)
§3.8	大样本情况下的非参数方法	(132)
§3.9	样本容量的选择	(143)
§3.10	经济实例分析	(145)
习题三		(148)
第四章	小样本统计推断	(152)
§4.1	简要概述	(152)
§4.2	关于总体均值的小样本推断	(152)
§4.3	关于两个均值比较的小样本推断	(154)
§4.4	关于总体方差的推断	(162)
§4.5	两个总体方差的比较	(164)
§4.6	非参数假设检验	(167)
§4.7	经济实例分析	(182)
习题四		(185)
第五章	方差分析	(189)
§5.1	简要概述	(189)
§5.2	单因素试验的方差分析	(190)
§5.3	双因素试验的方差分析	(204)
§5.4	系统分组的方差分析	(216)
习题五		(219)
第六章	控制图在经济管理中的应用	(222)
§6.1	控制图的意义与原理	(222)
§6.2	计量控制图	(226)
§6.3	计数控制图	(239)
§6.4	控制图的观察与分析	(242)
习题六		(247)

第七章 回归与相关分析	(250)
§7.1 简要概述	(250)
§7.2 简单线性回归模型的建立	(251)
§7.3 简单线性回归的线性检验	(258)
§7.4 简单线性回归预测与控制	(265)
§7.5 化曲线为直线的回归问题	(270)
§7.6 多元线性回归模型的建立	(276)
§7.7 多元线性回归模型的统计推断	(282)
§7.8 复相关系数和偏相关系数	(287)
§7.9 斯皮尔曼秩相关系数	(290)
§7.10 经济问题中的回归模型.....	(292)
习题七.....	(305)
第八章 时间序列分析	(309)
§8.1 时间序列的特征与分析的基本假定	(309)
§8.2 长期趋势分析	(312)
§8.3 季节变动的测度与调整	(317)
§8.4 循环波动	(321)
习题八.....	(323)
第九章 马尔可夫链在经济中的应用	(326)
§9.1 简要概述	(326)
§9.2 马尔可夫链及其转移概率	(327)
§9.3 状态概率及平稳分布	(335)
§9.4 吸收马尔可夫链	(341)
§9.5 马尔可夫链在经济中的应用	(346)
习题九.....	(355)

附表	(360)
附表1 二项分布表.....	(360)
附表2 泊松分布表.....	(366)
附表3 标准正态分布表.....	(368)
附表4 指数分布表.....	(370)
附表5 χ^2 分布表.....	(371)
附表6 t 分布表.....	(373)
附表7 F 分布表.....	(374)
附表8 符号检验界域表	(384)
附表9 秩和检验表.....	(385)
附表10 配对符号秩检验临界值表.....	(386)
附表11 游程检验临界值表 ($\alpha = 0.05$)	(387)
附表12 柯尔莫哥洛夫-斯米诺夫拟合速度检验临界值表...	(389)
附表13 相关系数检验表.....	(390)
附表14 斯皮尔曼秩相关系数临界值表.....	(391)
习题参考答案	(392)

第一章 概率统计基础

§ 1.1 随机事件与概率

一、随机事件和样本空间

在社会经济现象或自然现象中，有一类现象，是在一组确定的条件下，有时出现，有时不出现的。如一商店在同样的条件下经营，日销售额并不一定相同；一个家庭生活收入水平不变，商品价格和外界条件也不变，但每天的生活费用并不完全相同。这一类不确定现象，通称随机现象。另一类是在一定条件下，必然发生（或必然不发生）的现象，如在纯粹自由竞争的市场上的某种商品，若该商品的供应量增多，必然引起该商品价格下降，这类现象称确定性现象。

对随机现象进行的观察或实验，称随机试验（简称试验），如考察一银行储蓄所内某一天的储户数，试验结果有 $N+1$ 种可能，（ N 表示某个正整数），是一随机试验。它具有的特性是：每次试验的可能结果不止一个，且事先能明确所有的结果；进行一次试验前，不知哪个可能结果会出现，但每一结果发生的可能性大小是确定的。

每次试验，由于一定的目的，观察到各种不同的可能结果，称试验的每一个可能的结果为一随机事件（简称事件），用大写字母 A 、 B 、 C 、……等表示，并把不可能再分的事件，称

为基本事件。例如掷一颗骰子，出现1点，是一基本事件，出现2点（或3、……6点），也是一基本事件。由基本事件复合而成的事件，称复合事件。如掷一颗骰子的试验中，出现“奇数点”这一事件，就是一复合事件。

在一定条件下，肯定会发生的事件，称必然事件。

在一定条件下，肯定不会发生的事件，称不可能事件。

必然事件和不可能事件，从以上定义看，都是描述确定性现象的，为讨论问题方便，也把它当作特殊的随机事件处理。

由随机试验所有基本事件构成的集合，称随机试验的样本空间，记为 Ω ，其中每一个基本事件（元素）称为样本点。

因为样本空间 Ω ，是一个集合，故可用集合表示事件，无论是基本事件，复合事件，还是必然事件和不可能事件，它们均为样本空间的子集，其具体对应关系为：

基本事件 $\longleftrightarrow \Omega$ 的某个元素

复合事件 $\longleftrightarrow \Omega$ 的某个子集

必然事件 $\longleftrightarrow \Omega$

不可能事件 $\longleftrightarrow \phi$

二、事件的关系与运算

1. 事件的包含与相等。设有事件A和B，若事件A发生，必然导致事件B发生，则称事件B包含事件A，记作 $B \supset A$ ，或 $A \subset B$ 。

若事件B包含事件A，同时事件A也包含事件B，则称事件A与事件B相等（等价），记作 $A = B$ 。

2. 事件的互斥。若事件A与事件B不能同时发生，则称事件A与事件B是互斥的（或称互不相容）。显然，基本事件是互斥的。

以上是几种事件的关系，下面介绍事件的运算。

3. 事件的和（并）。由事件A所包含的所有基本事件与事件B所包含的所有基本事件共同组成的随机事件，称事件A与事件B的和，记作 $A \cup B$ （可推广到多于两个事件的情况）。

显然，当且仅当事件A与事件B至少有一个发生时，和事件 $A \cup B$ 才发生。

4. 事件的积（交）。事件A与事件B的全部公共基本事件所组成的随机事件，称为事件A与事件B的积，记作 $A \cap B$ ，或 AB （可推广到多于两个事件的情况）。

显然，当且仅当事件A与事件B都发生时，积事件 AB 才发生。

5. 事件的差。由包含在事件A中，但不包含在事件B中的所有基本事件所组成的随机事件，称为事件A与事件B的差，记为 $A - B$ 。

显然，当且仅当事件A发生而事件B不发生时，差事件 $A - B$ 发生。

6. 逆事件（或称对立事件）。由样本空间中除去A包含的基本事件后，剩余的全部基本事件所组成的随机事件称为事件A的逆事件。记作 $\bar{A}$ 。

显然，当且仅当事件A不发生，逆事件 $\bar{A}$ 发生。两事件A与B互逆的充分必要条件是： $A \cup B = \Omega$ ， $AB = \phi$ 。

而A与B互斥，仅仅是指： $AB = \phi$ ，因此，若两个事件A与B互逆，则它们必互斥，但若事件A与B互斥，则它们不一定互逆。

三、古典概型

（一）古典概型与古典概率的定义

考察一个随机试验中的随机事件，它们有的出现的可能性大些，有的出现的可能性小些，需要有一个数字给予描述，这是概率的粗略含义。

古典概型。具有以下两个特点的随机试验，称古典概型，

1. 样本空间是有限的，即试验所有可能结果，只有有限个（即基本事件的个数是有限的）。

2. 每个样本点，发生的可能性都相等，即每个基本事件的出现，都是等可能的。

古典概率。在古典概型中，设共有 n 个样本点，则对任意一个包含有 m 个样本点的随机事件 A ，其概率为：

$$P(A) = \frac{m \text{ (有利于A的基本事件数)}}{n \text{ (基本事件总数)}} \quad (1.1)$$

〔例1.1〕掷一颗质地均匀的骰子，观察其出现的点数，试求下列事件的概率：

(1) “出现1点”；(2) “出现奇数点”；

(3) “点数不超过4”；(4) “出现偶数点”；

(5) “点数不小于7”。

解：随机试验的样本空间为：

$$\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_6\}$$

其中 ω_i 表示“出现 i 点”($i=1, 2, \dots, 6$)，用 A 、 B 、 C 、 D 、 E 分别表示以上所求(1)、(2)、(3)、(4)、(5)中各个事件。显然，样本空间所含基本事件总数是有限的，且由于骰子的均匀对称性，可知每个 ω_i 出现的等可能性相等，因此，这个试验属于古典概型。由于

$$A = \{\omega_1\}, B = \{\omega_1, \omega_3, \omega_5\},$$

$$C = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}, D = \{\omega_2, \omega_4, \omega_6\},$$

$$E = \phi,$$

$$\text{则数 } P(A) = \frac{1}{6}, P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2},$$

$$P(C) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}, P(D) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2},$$

$$P(E) = 0$$

(二) 概率与频率

为了观察随机事件发生可能性的大小，常在同一条件下，把一个试验重复 n 次，记之为 E ，设随机事件 A 在这 n 次试验中出现了 m 次，则比值 $\frac{m}{n}$ ，称为事件 A 出现的频率，记为：

$$f_E(A) = \frac{m}{n}$$

频率也可反映事件发生的可能性大小，但与概率却不是一回事，概率是从随机事件本身的结构得出来的，它反映了随机事件所固有的客观属性，它在试验之前就已存在，它的大小与是否试验及试验次数无关。例如，抛一硬币试验，出现正面的概率永远是 $1/2$ ，而频率是从多次试验的结果来考察随机事件发生的可能性大小，因而有随机性。它的数值依赖于试验，对同一事件，不仅试验次数不同，可以得出不同的频率，就是试验的次数相同，也不一定得到相同的频率。

一般来说，在对随机试验进行大量重复的过程中，随事件 A 出现的频率 $f_E(A)$ ，将会随 n 的不断增大而渐趋于稳定，这个稳定值就是 A 的概率 $P(A)$ 。即：

$$P(A) \approx f_E(A) \quad (n \text{ 充分大})$$

(三) 概率的性质

1. 非负性：对任一随机事件 A ，都有

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

2. 正则性: $P(\Omega) = 1$; $P(\phi) = 0$.

3. 可加性: 设 $A_1, A_2, \dots$, 为有限个或可列个两两互斥的事件, 即: $A_i A_j = \phi (i \neq j)$, 则有

$$P(\cup_i A_i) = \sum_i P(A_i)$$

4. 减法性质: 设 $A \subset B$, 则

$$P(B - A) = P(B) - P(A)$$

5. 单调性: 设 $A \subset B$, 则 $P(A) \leq P(B)$.

四、概率的加法定理

(一) 加法定理

设 A, B 为任意两个随机事件, 则有:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) \quad (1.2)$$

证: 将 $A \cup B$ 表示为两个互斥事件之和。

$$A \cup B = A \cup (B - AB).$$

因为 A 与 $B - AB$ 互斥, 则根据性质3有:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B - AB)$$

又由于 $AB \subset B$, 则根据性质4得:

$$P(B - AB) = P(B) - P(AB)$$

于是

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

利用数学归纳法, 本定理可推广到任意有限个事件上去。

$$P\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A_i) - \sum_{i < j} (A_i A_j)$$

$$+ \sum_{i < j < k} P(A_i A_j A_k) + \dots + (-1)^{n-1} P\left(\bigcap_{i=1}^n A_i\right) \quad (1.3)$$

〔例1.2〕某设备由甲、乙两部件组成，当超载负荷时， $A =$ “甲部件出故障”，其概率为0.82， $B =$ “乙部件出故障”，其概率为0.74，而甲、乙两部件同时出故障的概率为0.63，求超载负荷时，至少有一部件出故障的概率。

解：由于A、B两事件不是互斥的，故

$$\begin{aligned} P(A+B) &= P(A) + P(B) - P(AB) \\ &= 0.82 + 0.74 - 0.63 = 0.93 \end{aligned}$$

即在超载负荷的情况下，至少有一部件出故障的概率为0.93。

(二) 互补定理

对立事件概率之和等于1，即：

$$P(\bar{A}) + P(A) = 1 \quad (1.4)$$

这是加法定理推论。

有时求一个事件的概率比求它的对立事件的概率要困难，则可通过它的对立事件的概率来求所需事件的概率。

〔例1.3〕一批产品共50件，其中有45件合格品，现从这批产品中任取3件，求其中有不合格产品的概率。

解法1：设 $A =$ “取出的产品中有一不合格品”， $A_i =$ “取出的3件产品中有*i*件不合格品”（ $i=1, 2, 3$ ），则

$A = A_1 + A_2 + A_3$ ，且 A_1, A_2, A_3 是两两互斥的。故有

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A_1 + A_2 + A_3) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) \\ &= \frac{C_1^1 C_{45}^2}{C_{50}^3} + \frac{C_1^2 C_{45}^1}{C_{50}^3} + \frac{C_1^3}{C_{50}^3} \\ &= 0.2760 \end{aligned}$$

解法2：依上所述，有

$\bar{A} =$ “取出的3件产品都是合格的”，则有

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{C_{45}^3}{C_{50}^3} \approx 0.2760$$

五、条件概率与乘法公式

(一) 条件概率

在实际问题中，有时除要知道随机事件发生的概率外，还需知道“事件A已经发生”的条件下，事件B发生的概率是多少？这时B的概率，是在A已经发生的前提下的概率，所以称在A发生的条件下B的条件概率，记为 $P(B/A)$ ，读作B对A的条件概率。

〔例1·4〕一批零件共100个，其中次品10个，正品90个，从中连续抽取两次，每次抽一个，做非回置式抽样，

求：(1) 第一次抽到正品的概率；(2) 第一次取到正品后，第二次抽到正品的概率。

解：设 $A = \text{“第一次取到正品”}$ ， $B = \text{“第二次取到正品”}$ ，则有

$$(1) P(A) = \frac{90}{100} = \frac{9}{10}$$

$$(2) P(B/A) = \frac{89}{99}$$

在非古典概型的一般情形中，这里不讨论条件概率的严格定义，在实际工作中，不难根据问题的直观意义理解条件概率这一概念。从上例也可看出：

$$P(B/A) = \frac{\text{在缩减的样本空间中有利于B的基本事件数}}{\text{缩减的样本空间基本事件数}}$$

(1·5)

在古典概型中，每件概率的计算，除了可按(1·5)式直接进行外，还可用以下公式

$$P(B/A) = \frac{P(AB)}{P(A)} \quad (1.6)$$

进行计算。事实上，设样本空间中有 n 个基本事件，其中有 利于 A 的有 m_1 个，在这 m_1 个中 有利于 B 的基本事件有 m_2 个，这时，在 Ω 中 有利于 AB 的基本事件共有 m_2 个，于是

$$P(B/A) = \frac{m_2}{m_1} = \frac{m_2/n}{m_1/n} = \frac{P(AB)}{P(A)}$$

公式(1.6)虽是仅就古典概型推导出来的，但在一般情形中也是成立的，对此不予讨论。

通过条件概率的计算，会改变我们对某事件发生可能性大小的认识。例如，用 B 表示“某公司准备生产某产品”，原认为缺少某种原料，准备生产该产品的可能性不大，设 $P(B)=0.1$ ，以后能进口这种原料(用 A 表示这一事件)，就必须以 $P(B/A)$ 来代替 $P(B)$ 。

(二) 乘法公式

由条件概率公式而推出乘法公式：

对任意两个事件 A 、 B ，只要 $P(A) > 0$ ，就有：

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B/A) \quad (1.7)$$

可推广到：

$$P(A_1 A_2 \cdots A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2/A_1) \cdot P(A_3/A_1 A_2) \cdots P(A_n/A_1 A_2 \cdots A_{n-1}) \quad (1.8)$$

【例1.5】一盒中装有 a 个红球， b 个白球，每次摸出一个球，看过它的颜色后，仍放回盒中，并加进与这个球颜色相同的球 c 个，求接连三次都摸到红球的概率。

解：设 $A =$ “第 i 次摸到红球”($i=1, 2, 3$)。根据古典概率的定义和条件概率的意义，有

$$P(A_1) = \frac{a}{a+b}, \quad P(A_2/A_1) = \frac{a+c}{a+b+c}$$

$$P(A_3/A_1A_2) = \frac{a+2c}{a+b+2c}$$

由乘法公式，得所求的概率为：

$$\begin{aligned} P(A_1A_2A_3) &= P(A_1) P(A_2/A_1) P(A_3/A_1A_2) \\ &= \frac{a}{a+b} \cdot \frac{a+c}{a+b+c} \cdot \frac{a+2c}{a+b+2c} \end{aligned}$$

一般地，在实际问题中， $P(B/A)$ 与 $P(AB)$ 这两概率，应根据问题的实际意义，先求出其中的一个，然后，再利用条件概率公式或乘法公式求出另一个。

六、事件的独立性

设有甲、乙两个工厂，它们的工作互不影响。已知甲厂出现次品（记为A）的概率为0.05，乙厂出现次品（记为B）的概率为0.04，由于乙厂是否出现次品或出现次品的多少与甲厂是否出现次品无关，所以在甲厂出现次品的条件下，乙厂出现次品的概率仍为0.04，即

$$P(B/A) = P(B)$$

在这种情况下，称随机事件B独立于随机事件A。

若事件B独立于事件A，则乘法公式有

$$P(AB) = P(A) P(B/A) = P(A)P(B) \quad (1.9)$$

如果 $P(B) > 0$ ，则有

$$P(A/B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot P(B)}{P(B)} = P(A) \quad (1.10)$$

于是事件A独立于事件B，称这两个事件互相独立。

一般把满足 $P(AB) = P(A)P(B)$ 的两个事件 A 、 B 称为相互独立的两个事件。

事件的独立性与互斥性是两回事，互斥性表明两个事件不能同时发生，而独立性，则表明它们彼此不影响。对于互斥事件，加法定理有简化公式；对于独立事件，乘法定理有简化公式。

七、全概率公式与贝叶斯公式

(一) 互斥完备事件组

设随机试验 E 的样本空间为 Ω ， $B_1, B_2, \dots, B_n$ 为一组事件，若这组事件满足以下两条件：

$$(1) B_i B_j = \phi \quad (i \neq j)$$

$$(2) B_1 \cup B_2 \cup \dots \cup B_n = \Omega$$

则称事件组 $B_1, B_2, \dots, B_n$ 为一互斥完备事件组。如掷一颗骰子，观察其点数，为一随机试验 E ，它的样本空间为 $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ，则事件组： $B_1 = \{5\}$ ， $B_2 = \{1, 2, 6\}$ ， $B_3 = \{3, 4\}$ ，为一互斥完备事件组，而事件组 $B_1 = \{2, 3, 4, 6\}$ ， $B_2 = \{1, 5, 6\}$ ，不是一个互斥完备事件组，因它不满足条件(i)，事件组 $B_1 = \{2, 3, 4\}$ ， $B_2 = \{1\}$ ，也不是一个互斥完备事件组，因为不满足条件(ii)。

(二) 全概率公式

设随机试验 E 的样本空间为 Ω ， $B_1, B_2, \dots, B_n$ 为一互斥完备组， $P(B_i) > 0$ ($i=1, 2, \dots, n$)， A 为任一事件，则

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(B_i) P(A/B_i) \quad (1.11)$$

证：根据事件组 $B_1, B_2, \dots, B_n$ 的完备性，有：

$$A = A\Omega = A(B_1 \cup B_2 \cup \dots \cup B_n) = AB_1 \cup AB_2 \cup \dots \cup AB_n$$