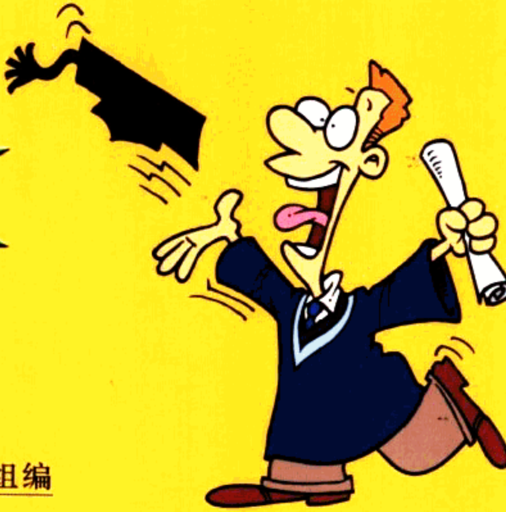
初二数学



◎ 数学竞赛工作室 组编

通用中小学学科竞赛ABC卷及解析

首都师范大学出版社
CAPITAL NORMAL UNIVERSITY PRESS

通用中小学学科竞赛 ABC 卷及解析

初 二 数 学

（第 1 次修订版）

数学竞赛工作室 编

首都师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

通用中小学学科竞赛 ABC 卷及解析：初二数学/数学竞赛工作室编.—北京：首都师范大学出版社，1998.10

ISBN 7-81039-894-6

Ⅰ.通… Ⅱ.数… Ⅲ.数学课-初中-试题 Ⅳ.G633

中国版本图书馆 CIP 数据核字（98）第 18779 号

通用中小学学科竞赛 ABC 卷及解析

CHU'ER SHUXUE

初二数学

（第 1 次修订版）

首都师范大学出版社

（北京西三环北路 105 号 邮政编码 100037）

北京嘉实印刷有限公司印刷 全国新华书店经销

2002 年 5 月第 2 版 2002 年 5 月第 1 次印刷

开本 890×1240 1/32 印张 9

字数 243 千 印数 00,001~10,500 册

定价：12.10 元

好书、兴趣与能力是中小学生学习成功的关键

——代丛书序言

首都师范大学出版社自 1987 年初出版第一部数学奥林匹克图书始，至今已有近 12 个年头了。这 12 年来，我社已出版该类图书 40 多个品种，受到了广大中小学生、教师及家长的欢迎和好评，多次被有关部门评为优秀畅销书和优秀教育类读物。有的图书发行长达 10 余年，单册突破 100 万册；有的书年累计发行 14 余万套；日本曾把我社的部分图书翻译成日文在日本国公开出版发行；美国、马来西亚等国的学生来信称赞并索购我社的图书。经过十多年的努力，首都师范大学出版社已在全国教育界形成独具中小学各科奥林匹克图书类特色的出版者。

我社的奥林匹克图书为什么能受到国内外广大中小学师生的欢迎和好评，原因有以下几条：

1. 自改革开放以来，我国每年都参加国际中学生数学、物理、化学、信息学、俄语等学科的知识竞赛，年年取得令世界瞩目的优异成绩。这些信息强烈地召唤、激励着有志气、有抱负的当代中小学生，他们不满足于课堂、教科书所学的基础知识，在各科知识奥林匹克的高峰上不断地攀登进取；

2. 国内中小学各科知识竞赛的活动办得红红火火，各种形式的业余辅导学校深受中小学生的欢迎，为我国培养了一大批在各学科出类拔萃的优秀人才，这些优秀人才对下一届学生的影响是巨大的；

3. 爱因斯坦说过："兴趣是最好的老师。"这就再充分不过的说明了兴趣在中小学生学习过程中的重要性。我们注意到，有许多聪明的中小学生学习成绩并不好，原因是他们认为课本枯燥，老师授课单调。他们坐在那里听课、作业只是为了应付老师、家长的"要我学"。我社把注重图书的趣味性作为图书出版的宗旨，以帮助学生完成从"要我学"到"我要学"的转变。提高读者的学习能力是我社图书出

版的目标。我们在策划每一部图书时，都要求作者在写作时不仅仅传授知识、技巧，更重要的是要让读者学会如何去学习，帮助读者提高学习能力；

4. 我们身处北京市的高科技、高文化区，与中小学各科知识竞赛的有关学会保持着密切的联系和来往，建立了一支稳定并且实力雄厚的作者队伍，这就保障了我社图书的特色和质量。

现在我社奉献给广大初中师生朋友的这套奥林匹克图书，有数、理、化、语文和英语五个学科共12册。我们的想法和愿望是：根据学生之间学习能力及学习成绩存在着差异的客观情况，遵照分层次教学的教学规律，我们把初中五科的学科知识及学科知识竞赛的有关内容按难易程度编选为A、B、C三个层次的习题，并且给出必要的解析或提示（全部习题给出参考答案）。其中A卷的题目是学生应知应会的基本习题；C卷的题目是适应各级竞赛的需要而设置的，难度大，灵活性强；B卷的题目与学生期中、期末或中考试卷中的难题相当。丛书的编写与现行人教版教材内容同步，因此，该丛书也是师生课堂教与学的得力助手。学生从A卷的题目做起，一个台阶一个台阶地攀登知识的高峰，可以使学生享受成功后的喜悦，领略做学问的艰辛，培养学生刻苦学习的顽强毅力。

我们的想法和愿望是好的，训练也是切实可行的，为此，我们付出了许多艰辛和努力。但书中难免存在着一些不足和失误，衷心欢迎读者朋友们提出批评和建议。

董凤举

1998年8月8日

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.

修订版说明

本丛书自1998年10月出版以来，承蒙广大中学师生的厚爱，年年得以重印，至今已近4年。

一方面，近年来我国的九年义务教育状况发生了很大的变化，对数、理、化的教学要求是减少繁难的教学内容，给学生减轻负担，对语文、英语的教学强调语言文字的应用与实践，随着“入世”的需要，对英语的教学要求在不断地快速提高。另一方面，当前我国的初中学生人数正处在高峰时期，他们很快就要进入高中及高考阶段，面对激烈的竞争，初中这一阶段的学习对学生们来讲是至关重要的，每一位初中学生以及每一位学生家长决不能掉以轻心。

为适应上述这些变化和要求，我们对本丛书作了第1次修订。我们的修订宗旨是：帮助学生夯实课堂所学基础知识，在此基础上，进一步引领学生迈向知识的深层次，并不断地向知识的最高峰冲击，以充分地挖掘学生自身的学习潜力，真正地实施素质教育。

这套书是人教社教科书的有益补充与提高，是中考高分的有力保障。

欢迎广大读者批评建议。

使 用 说 明

由“数学奥林匹克工作室”编写的《初中数学 ABC 卷》，既是《通用初中各科奥林匹克 ABC 卷及解析》丛书的组成部分，同时也是《通用数学奥林匹克》系列的组成部分。在后一个系列中已经出版或即将出版的图书包括：《通用数学奥林匹克小学教材》及其《练习册》、《通用小学数学奥林匹克模拟试卷》、《通用数学奥林匹克初中教材》、《通用数学奥林匹克赛前训练》、《通用高中数学奥林匹克 ABC 卷及解析》等等。

每一个层次包括教材、同步练习册以及赛前综合训练三种类型，《初中数学 ABC 卷》即属于同步练习册，包括初一、初二、初三共三册，配合初中相应年级使用。每册选择了若干训练课题，这些课题既与课堂内容的顺序相联系，同时也是目前各级各类数学业余学校的学习内容。

A 卷也称为巩固卷，与课堂问题联系十分紧密；B 卷是提高卷，为课堂与奥林匹克的过渡；C 卷是竞赛卷，渗透了常见的竞赛问题、方法和处理手段。使用时要循序渐进，同时要持之以恒。

《初中数学 ABC 卷》中的内容虽几经使用，但仍不免存在问题，请使用者多提宝贵意见。参加编写工作的有（按姓氏笔画为序）：子亚、无边、车辉、白雪、刘莹、宋群霞、吴易、舒竹、薛伟等，吴建平为数学各册的主编。

编　者

1998 年 6 月

目　　录

1. 因式分解(一)

A 卷

夯实基础

走好第一步

1. 下面各因式分解的结果正确的有________.

(1) $x^2-y^2+1=(x+y)(x-y)+1$

(2) $-x^2+xy-xz=-x(x+y-z)$

(3) $a^4-2a^2+1=(a^2-1)^2$

(4) $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3=(a+b)^3$

2. 用提取公因式法把下列各式分解因式：

(1) $-mx^3+mx^2y-mxy^2=$________.

(2) $a(x-y)-b(y-x)+c(x-y)=$________.

3. 用公式法把下列各式分解因式：

(1) $-\frac{1}{4}x^2+xy-y^2=$________.

(2) $(a^2+b^2)^2-4a^2b^2=$________.

(3) $(\qquad\qquad)\cdot(x^2-3x+9)=\frac{1}{3}x^4+9x$.

4. 用分组分解法把下列各式分解因式：

(1) $x^3+x^2-y^3-y^2=$________.

(2) $16a^2-9b^2+30bc-25c^2=$________.

5. 计算下式的值：

(1) $18.9\times\frac{13}{55}+37.1\times\frac{13}{55}-\frac{13}{55}=$________.

(2)$888^2-112^2=$________.

6. 分解因式 $x(x+1)^3+x(x+1)^2+x(x+1)+x+1=$________.

7. 分解因式$(m+n)^{t+2}-(m+n)^t=$________.(t 是自然数).

8. 分解因式$(x+3)(x-5)+x^2-9=$________.

9. 分解因式 $x^2+2xy+y^2-2x-2y=$________.

10. 若 $A=3x-5y,B=x+4y$,则 $A^2+B^2+2A\cdot B=$________.

再接再厉

跨上新台阶

B 卷

1. 分解因式 $64x^6-y^6=$________.

2. 分解因式 $x^3+3x^2+3x+2=$________.

3. 分解因式 $8a^3-12a^2b+6ab^2-b^3=$________.

4. 分解因式 $a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)=$________.

5. 用拆添项法分解下列因式:

(1)$x^4-23x^2+1=$________.

(2)$x^4+x^3+6x^2+5x+5=$________.

6. 若 $a+\frac{1}{a}=m$,则 $a^2+\frac{1}{a^2}=$________;$a^3+\frac{1}{a^3}=$________.

7. 分解因式 $x^3+ax^2+ax+a-1=$________.

8. $(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)=$________.

9. 分解因式 $x^4+2x^2+9=$________.

10. 分解因式 $a^2+(a+1)^2+(a^2+a)^2=$________.

C 卷

鼓足勇气

冲刺最高峰

一、选择题

1. 若多项式 $f(x)$ 能被 $x-a$ 整除，则当 $x=a$ 时，多项式 $f(x)$ 的值为(　　).

A. a　　B. $x-a$　　C. 0　　D. 不确定

2. 若多项式 $3x^4+7x^3-15x+m$ 除以 $x+2$ 所得的余数为 2，则 m 的值为(　　).

A. -18　　B. -20　　C. -25　　D. -32

3. 若 m、n 是整数，且 $n^2+3m^2n^2=30m^2+517$，则 $3m^2n^2$ 的值为(　　).

A. 218　　B. 588　　C. 473　　D. 643

4. 若多项式 $f(x)$ 除以 $x-1$，$x-2$ 所得的余数分别为 1，2，则 $f(x)$ 除以 $(x-1)(x-2)$ 所得的余式为(　　).

A. $x+1$　　B. x　　C. $2x+1$　　D. 2

二、填空题

1. 多项式 $x^4-2x^3-11x^2+12x+28$ 除以 $x-3$ 的商式为________，余数为________.

2. 分解因式：$x^3-4x^2+x+6=$________.

3. 若 $x+y+z=0$，则分解因式 $x^3+y^3+z^3=$________.

4. 若多项式 $ax^3+bx^2-47x-15$ 可被 $3x+1$ 和 $2x-3$ 整除，则 $a=$________；$b=$________；分解因式得________.

三、解答题

1. 证明：a^4+4（a 是整数，且 $|a|\neq 1$）是一个合数.

2. 求证：x^2-xy+y^2+x+y 不能分解成两个一次因式的乘积.

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

3. 一个整系数四次多项式 $f(x)$，有四个不同的整数 a_1,a_2,a_3,a_4，使得

$$f(a_1)=f(a_2)=f(a_3)=f(a_4)=1$$

求证：任何整数 β 都不能使 $f(\beta)=-1$.

2. 因式分解(二)

A 卷

夯实基础

走好第一步

1. 用十字相乘法分解因式:

(1)$a^2+21a+54=$ ________.

(2)$(x^2+2)^2-9x^2=$ ________.

(3)$m^2-\frac{5}{6}m+\frac{1}{6}=$ ________.

2. 分解因式:$8(x+1)^2+6(x+1)-27=$ ________.

3. 分解因式:$abx^2-(ac-b^2)x-bc=$ ________.

4. 分解因式:$x^2+(3m+10)x-(4m^2-5m-21)=$ ________.

5. 分解因式:$x^3+6x^2+11x+6=$ ________.

6. 分解因式:$(x^2+3x+2)(4x^2+8x+3)-90=$ ________.

7. 分解因式:$4(x+5)(x+6)(x+10)(x+12)-3x^2=$ ________.

8. 分解因式:$(x+5)^4+(x+3)^4-82=$ ________.

9. 若 $a^3+a^2-3a+2=\frac{3}{a}-\frac{1}{a^2}-\frac{1}{a^3}$,则 $a+\frac{1}{a}=$ ________.

10. 计算:$\frac{(2000^2-2006)(2000^2+3997)\times 2001}{1997\times 1999\times 2002\times 2003}=$ ________.

再接再厉

跨上新台阶

B 卷

1. 设 $M=24\times25\times26\times27+1$,则 M 是________的平方.

2. 分解因式:$x^2-2xy-8y^2-2x+14y-3=$________.

3. 分解因式:$6x^2-5xy-6y^2-2xz-23yz-20z^2=$________.

4. 分解因式:$(x+1)(x+2)(x+3)-6\times7\times8=$________.

5. 若 a、b、c 是三角形三边长,且 $a^2-16b^2-c^2+6ab+10bc=0$,则 $2b-a-c=$________.

6. 多项式 $8x^2-2xy-3y^2$ 可写成两个整系数多项式 $M=$________、$N=$________的平方差.

7. 当 $k=$________时,整系数多项式 $x^4-x^3+kx^2-2kx-2$ 能分解成两个整系数二次多项式的乘积.

8. 若 $a-b=-1$,$c-b=1$,则 $a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc=$________.

9. 分解因式:$(a+b-2ab)(a+b-2)+(1-ab)^2=$________.

10. 若 a 是自然数,且 a^4-3a^2+9 是质数,则 a 的值为________.

C 卷

鼓足勇气

冲刺最高峰

一、选择题

1. 化简 $\dfrac{1234567890}{1234567891^2-1234567890\times1234567892}$ 的值为(　　).

A. 1234567890　　B. 1234567891

C. 1234567892　　D. 1234567893

2. 已知 $zx-zy+2xy-x^2-y^2=0$，则 $x^3-x^2y-x^2z-xy^2+zy^2+y^3$ 的值为(　　).

A. 3　　B. 0　　C. 2　　D. 4

3. 若 $a+b+c+d=0, a^3+b^3+c^3+d^3=3$，则 $abc+bcd+cda+dab$ 值为(　　).

A. 0　　B. 1　　C. 3　　D. 4

4. 若四个互不相等的正数 x, y, m, n 中，x 最小，n 最大，且 $\frac{x}{y}=\frac{m}{n}$，设 $S=x+n, T=y+m$，则(　　).

A. $S>T$　　B. $S<T$　　C. $S=T$　　D. 不确定

二、填空题

1. 分解因式：$(a+b+c)^3-a^3-b^3-c^3=$________.

2. 分解因式：$xy(x^2-y^2)+yz(y^2-z^2)+zx(z^2-x^2)=$________.

3. 分解因式：$x^4(y-z)+y^4(z-x)+z^4(x-y)=$________.

4. 已知 a, b, c 为非零数，且 $a^2+b^2+c^2=1, a\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)+b\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{a}\right)+c\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)=-3$，那么 $a+b+c=$________.

三、解答题

1. n 支足球队参加循环赛，每两支足球队之间都要进行比赛，在循环过程中，第一支足球队胜 x_1 场，负 y_1 场；第二支球队胜 x_2 场，负 y_2 场；依此类推到第 n 支球队(不考虑平局). 求证：

$$x_1^2+x_2^2+\cdots+x_n^2=y_1^2+y_2^2+\cdots+y_n^2.$$

2. 已知：x^3+bx^2+cx+d 为整系数多项式，若 $bd+cd$ 为奇数. 求证：这个多项式不能分解为两个整系数多项式之积.

3. 若 p、q 都是大于 5 的任意质数，求证：p^4-q^4 总能被 80 整除.

3. 质数与质因数分解

A 卷

夯实基础

走好第一步

1. 自然数中既不是质数也不是合数的是________;质数中偶数有________.

2. 最小的质数为________,最小的奇质数为________,最小的合数为________.

3. 105 的约数有________,质因数有________.

4. 两个质数和为 42,乘积最大值为________.

5. 1125 的约数有________个,它们的和是________.

6. 边长为自然数,面积为 105 的形状不同的长方形共有________种.

7. p, p^2+2 都是质数,则 $p^4+2001=$ ________.

8. 一个整数 a 与 1080 的乘积是一个完全平方数,则 a 的最小值为________.

9. 两个质数的差是 27,则它们的和是________.

10. 连续九个自然数中至多有________个质数.

再接再厉 跨上新台阶

B 卷

1. 有四个数，一个是最小的奇质数，一个是偶质数，一个是小于 30 的最大质数，另一个是大于 70 的最小质数，这四个数的和为________.

2. 使 a^4-3a^2+9 为质数的自然数 a 的个数为________.

3. 若质数 p、q 满足 $3p+5q=31$，则 $p\cdot q=$________.

4. 约数个数为 10 的最小正整数 n 为________.

5. $n=4^{343}+343^4$ 为________（填质数或合数）.

6. 若 $p\geqslant5$ 是质数，且 $2p+1$ 是质数，则 $4p+1$ 是________（填质数或合数）.

7. 若 n 是大于 2 的自然数，则 2^n-1 与 2^n+1 中至多有________个是质数.

8. a、b、c 为自然数，$a<b$，b 为质数，$a+b=c-a=1995$，则 $a+b+c$ 的最大值为________.

9. 三个奇质数的乘积恰等于它们的和的 11 倍，那么这三个奇质数为________.

10. A、B 两数都恰有质因数 3 和 5，它们的最大公约数是 75，已知 A 有 12 个约数，B 有 10 个约数，那么 A、B 两数之和等于________.

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com