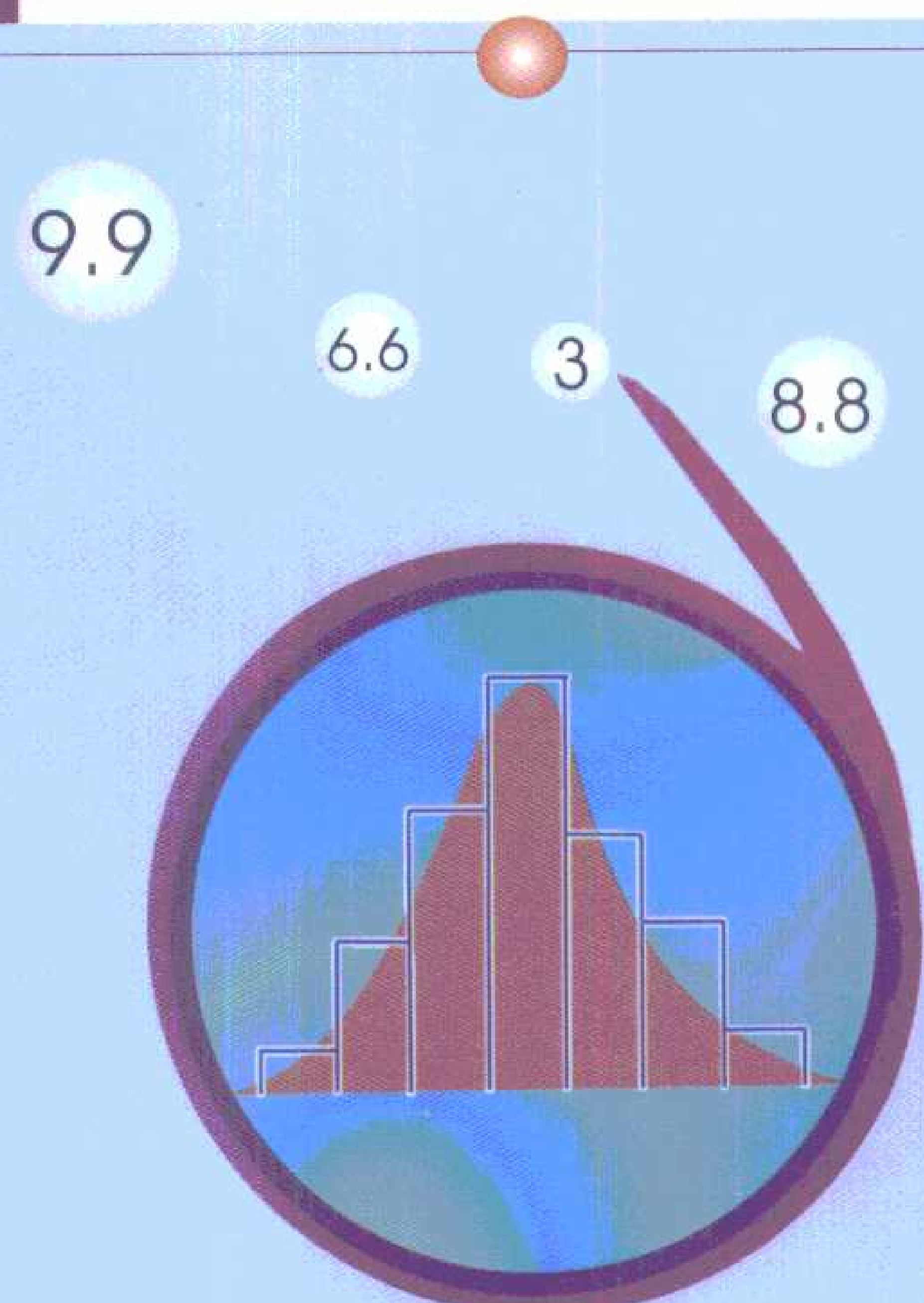
ISO 9000族

标准统计技术

韩之俊 曹秀玲 编著



科学出版社

ISO9000族
标准统计技术

韩之俊　曹秀玲　编著

科学出版社
2000

内 容 简 介

ISO 9000 族标准是实施质量管理和质量保证的国际标准，该标准推荐五大统计技术，即：实验设计与析因分析、方差分析和回归分析、显著性检验、质量控制图和累积技术、统计抽样。本书简明地阐述了这五种统计技术，同时，为了帮助读者切实了解、掌握该标准的统计技术，每章的后面附有问题与讨论，以及练习题。

本书适合于相关专业作教材或培训教材，以及技术人员的工具参考书。

图书在版编目（CIP）数据

ISO9000 族标准统计技术/韩之俊．曹秀玲编著．-北京：科学出版社，2000

ISBN 7-03-007884-5

Ⅰ．Ⅰ… Ⅱ．①韩…②曹… Ⅲ．统计-技术 Ⅳ．C81

中国版本图书馆 CIP 数据核字（1999）第 43995 号

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

丽源印刷厂 印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

2000 年 1 月第 一 版　开本：787×1092 1/16

2000 年 1 月第一次印刷　印张：9 1/4

印数：1～5 100　字数：207 480

定价：12.00 元

（如有印装质量问题，我社负责调换〈北燕〉）

前　　言

质量管理作为管理科学的一个分支，在其70多年的发展历程中大致经历了三个重要的阶段：第一，质量检查阶段（20年代至40年代）；第二，统计质量控制阶段（40年代至60年代）；第三，全面质量管理阶段（60年代至今）。如今，质量管理已经趋于标准化。早在1987年国际标准化组织（ISO）就发布了质量管理和质量保证标准，这就是闻名于世的ISO9000族标准。我国在深入推行全面质量管理的同时，认真、积极地贯彻实施质量管理和质量保证国际标准，并且制订了国家标准GB/T 19000—1994系列标准，等同采用ISO9000—1994新版本。

无论在质量管理的哪一个阶段，统计技术作为质量控制和质量改进的有效工具被广泛应用。例如，在统计质量控制阶段休哈特控制图和统计抽样技术发挥了突出作用；在全面质量管理阶段，日本人总结出TQC的七种工具：分层、调查表、因果图、排列图、散点图（亦称相关图）、直方图和控制图等；ISO9000族标准则大力推荐五大统计技术：实验设计和析因分析、方差分析和回归分析、显著性检验、质量控制图和累积技术、统计抽样等。

本书主要介绍ISO 9000族标准所推荐的五大统计技术，不求系统全面，只求简明适用。全书共分六章，第一章为预备知识，第二至六章分别介绍五大统计技术，每章均有问题与讨论，旨在弥补正文中之不足部分并澄清一些模糊认识。

全书约需32学时，若省略第一章则大约需要24学时。

此外，与本书配套的ISO9000族标准统计技术软件系统也研制成功，这将为统计技术的普及应用带来极大的方便。

编著者

1999.8

第一章　预备知识

本章介绍质量管理中三种常用的分布:正态分布、二项分布和泊松分布。此外,还介绍两种统计过程分析方法:直方图与过程能力指数。

首先介绍直方图,由此引出正态分布和过程能力指数,最后再讲述二项分布和泊松分布。

1.1　直方图

一、用途

直方图是用于对大量计量值数据进行整理加工,找出其统计规律,即分析数据分布的形态,以便对其总体的分布特征进行统计推断的方法。主要图形为直角坐标系中若干顺序排列的矩形,各矩形底边相等,为数据区间。矩形的高为数据落入各相应区间的频数或频率。

二、作图步骤

直方图的制作过程分八个步骤,下面通过一个案例加以说明。

【例 1.1】 生产某种滚珠,要求其直径 x 为 $\phi 15.0 \pm 1.0$(mm),试用直方图法对生产过程进行统计分析。

1. 收集数据

在 5MIE(人、机、料、法、测量及生产环境)充分固定并加以标准化的情况下,从该生产过程收集 n 个数据。n 应不小于 50,最好在 100 以上。

本例测得 50 个滚珠的直径如下表:

表 1.1　滚珠直径 x　　　　(单位:mm)

i \ j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$L_i^{1)}$	$S_i^{2)}$
1	15.0	15.8	15.2	15.1	15.9	14.7	14.8	15.5	15.6	15.3	15.9	14.7
2	15.1	15.3	15.0	15.6	15.7	14.8	14.5	14.2	14.9	14.9	15.7	14.2
3	15.2	15.0	15.3	15.6	15.1	14.9	14.2	14.6	15.8	15.2	15.8	14.2
4	15.9	15.2	15.0	14.9	14.8	14.5	15.1	15.5	15.6	15.1	15.9	14.5
5	15.1	15.0	15.3	14.7	14.5	15.5	15.0	14.7	14.6	14.2	15.5	14.2

注:1)L_i 为第 i 行数据的最大值;

2)S_i 为第 i 行数据的最小值。

2. 找出数据中的最大值 L、最小值 S 和极差 R

$$L = \max_{1\leqslant i\leqslant 5} L_i = 15.9$$

$$S = \min_{1\leqslant i\leqslant 5} S_i = 14.2$$

$$R = L - S = 15.9 - 14.2 = 1.7 \tag{1.1}$$

区间 $[S,L]$ 称为数据的散布范围，记作 B，全体数据在散布范围 B 内变动。

本例 $B=[14.2,15.9]$。

3. 确定数据的大致分组数 k

建议分组数参照表 1.2 选取，或按下述经验公式确定：

$$k = 1 + 3.322\lg n$$

本例取 $k=6$。

表 1.2　分组数参照表

数据个数 n	分组数 k
50～100	6～10
100～250	7～12
250 以上	10～20

经验证明，组数太少会掩盖各组内数据的变动情况；组数太多会使各组的高度参差不齐，从而看不出明显的规律。

4. 确定各组组距 h

$$h = \frac{R}{k} = \frac{L-S}{k} = \frac{1.7}{6} \doteq 0.3 \tag{1.2}$$

5. 计算各组上、下限

首先确定第一组下限值，应注意使最小值 S 被包含在第一组中，且使数据观测值不落在上、下限上。故第一组下限值取为

$$S - \frac{h}{2} = 14.2 - 0.15 = 14.05$$

然后依次加入组距 h，即可得到各组上、下限值。第一组的上限值为第二组的下限值，第二组的下限值加上 h 为第二组的上限值，其余类推，最后一组应包含最大值 L。

各组上、下限值见表 1.3。

6. 计算各组中心值 b_i

各组的中心值，按下式计算

$$b_i = \frac{\text{第 } i \text{ 组下限值} + \text{第 } i \text{ 组上限值}}{2} \tag{1.3}$$

本例各组中心值见表 1.3。

表 1.3 频数(频率)分布表

产品名称		操作者		设备名称	
零件名称	滚　珠	生产日期		检测仪器	
过程要求		制表者		检测者	
技术标准	$\phi15.0\pm1.0$	制表日期		抽样方法	

组序	组界限	组中值 b_i	频数 f_i	频率 p_i
1	14.05～14.35	14.2	3	0.06
2	14.35～14.65	14.5	5	0.10
3	14.65～14.95	14.8	10	0.20
4	14.95～15.25	15.1	16	0.32
5	15.25～15.55	15.4	8	0.16
6	15.55～15.85	15.7	6	0.12
7	15.85～16.15	16.0	2	0.04
合计			50	100%

7. 制作频数(频率)分布表

频数 f_i 就是 n 个数据中落入第 i 组的数据个数，而频率 $p_i=f_i/n$。
本例频数(频率)分布表如表 1.3。

8. 绘制直方图

以频数(或频率)为纵坐标，数据观测值为横坐标，以组距为底边，数据观测值落入各组的频率 f_i(或频率 p_i)为高，画出一系列矩形，这样得到的图形为频数(或频率)直方图，简称为直方图，见图 1.1。在图的右上方记上数据个数，并在图上标明标准界限。

三、直方图的观察与分析

从直方图可以直观地看出产品质量特性的分布形态，便于判断过程是否处于统计控制状态，以决定是否采取相应对策措施。我们可从观察图形本身的形状，并与标准(公差)相比较，从而得出结论。

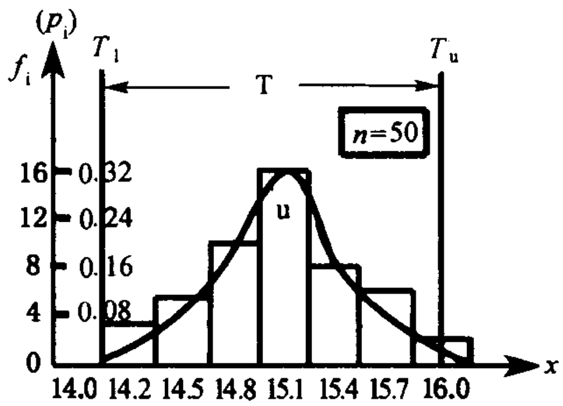


图 1.1 频数(频率)直方图

1. 判断分布类型

直方图从分布类型上来说，可分为正常型和异常型。

正常型是指过程处于稳定(统计控制状态)的图型。它的形状是“中间高、两边低，左右近似对称。”“近似”是指一般直方图多少有点参差不齐，主要看整体形状。如图 1.2 即为正常型直方图，这是观测值来自正态总体的必要条

件。

作完直方图后，首先要判断它是正常型还是异常型。如果是异常型，还要进一步判断它属于哪类异常型，以便分析原因，加以处理。

下面介绍六种异常型频数直方图。

(1) 孤岛型(图 1.3)

在直方图旁边有孤立的小岛出现。

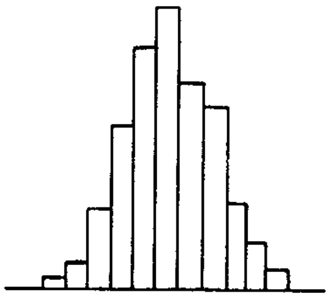


图 1.2　正常型直方图

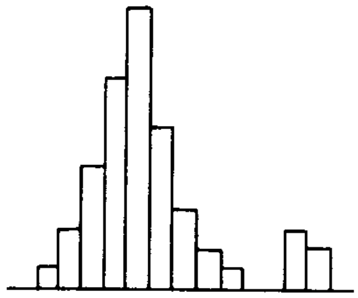


图 1.3　孤岛型直方图

当过程中有异常原因，例如，在短期内原料发生变化，由不熟练工人替班加工，测量有错误等，都会造成孤岛型分布。此时应查明原因，采取措施。

(2) 双峰型(图 1.4)

直方图中出现两个峰(正常状态只有一个峰)，这是由于观测值来自两个总体、两种分布，数据混合在一起造成的。例如，两台有一定差别的机床(或两种原料)所生产的产品混在一起，或者两个工厂的产品混在一起。此时应当加以分层。

(3) 折齿型(图 1.5)

直方图出现凹凸不平的形状。这是由于作直方图时数据分组太多，测量仪器误差过大，或观测数据不准确等造成的。此时应重新收集和整理数据。

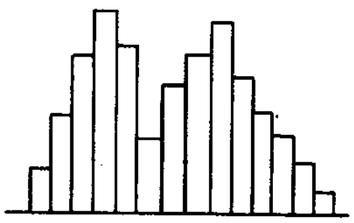


图 1.4　双峰型直方图

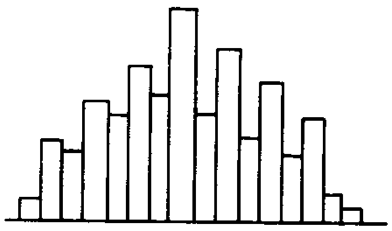


图 1.5　折齿型直方图

(4) 陡壁型(图 1.6)

直方图像高山上的陡壁，向一边倾斜。

通常在产品质量较差时，为得到符合标准的产品，需要进行全数检查，以剔除不合格品。当用剔除了不合格品的产品数据作频数直方图时容易产生这种陡壁型，这是一种非自然形态。

(5) 偏态型(图 1.7)

直方图的顶峰偏向一侧，有时偏左，有时偏右。

① 由于某种原因使下限受到限制时，容易发生“偏左型”。例如，用标准值控制下限，

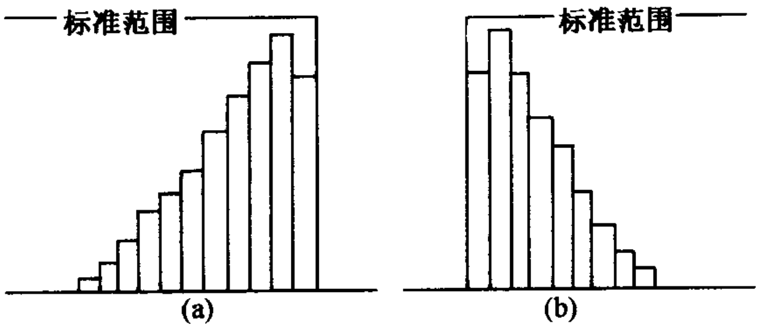


图 1.6 陡壁型直方图

摆差等形位公差,不纯成分接近于 0,疵点数接近于 0,或由于加工习惯(如:孔加工往往偏小),都会形成偏左型,如图 1.7(a)。

② 由于某种原因使上限受到限制时,容易发生"偏右型"。例如,用标准值控制上限,纯度接近 100%,合格率接近 100%,或由于加工习惯(如:轴外圆加工往往偏大),都会形成偏右型,如图 1.7(b)。

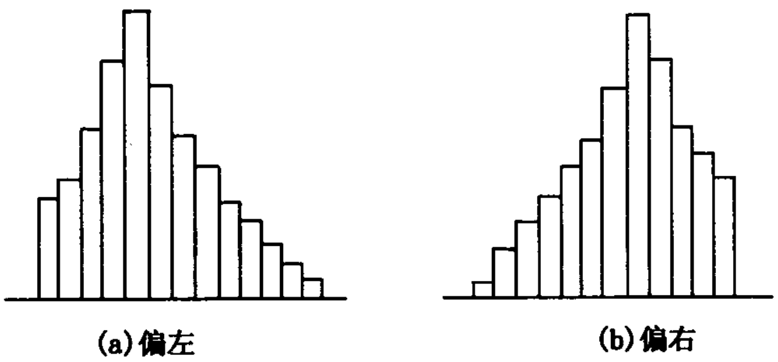


图 1.7 偏态型直方图

(6) 平顶型(图 1.8)

直方图没有突出的顶峰,呈平顶型。一般可能是以下三种原因造成的。

① 与双峰型类似,由于多个总体、多种分布混在一起。

② 由于生产过程中某种缓慢的倾向在起作用,如工具的磨损、操作者的疲劳等。

③ 质量指标在某个区间中均匀变化。如偏心角 A 在区间 $[0,2\pi]$ 中均匀变化(图 1.9)。

图 1.8 平顶型直方图

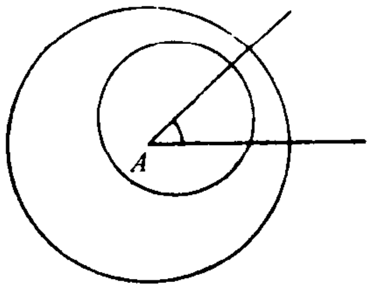


图 1.9 偏心角

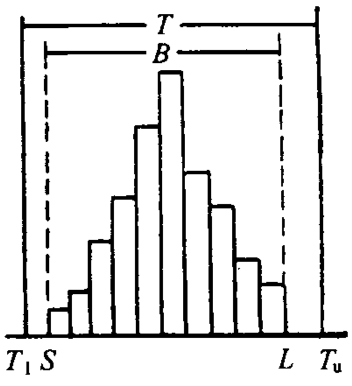


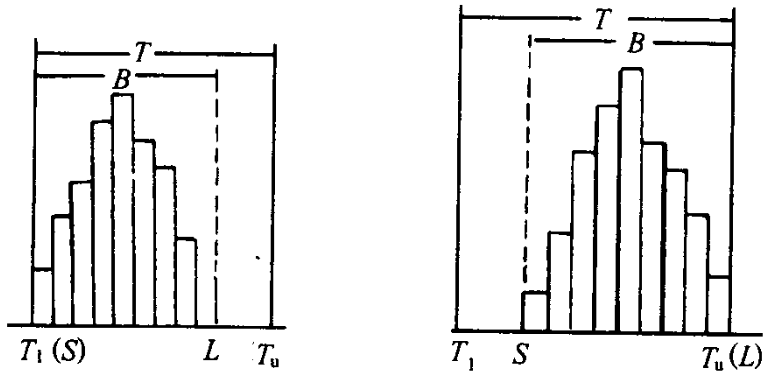
图 1.10

2. 直方图与规格范围比较

(1) 观测值分布符合规格的直方图有以下几种情况

① 散布范围 B 在规格范围 $T=[T_1, T_u]$ 内，两边略有余量，是理想直方图，如图 1.10。

② B 位于 T 内，一边有余量，一边重合，分布中心偏移规格中心。这时应采取措施使两者重合，否则一侧无余量，稍不注意就会超差，出现不合格品，如图 1.11。



(a) 分布中心左偏　　(b) 分布中心右偏

图 1.11

③ B 与 T 完全一致，由于两侧无余量，很容易出现不合格品，应加强管理，设法提高过程能力，如图 1.12。

(2) 观测值分布不符合规格的直方图有以下几种情况

① 分布中心偏移规格中心，一侧超出规格范围，出现不合格品，如图 1.13，这时应减少偏移，使两者重合，消除不合格品。

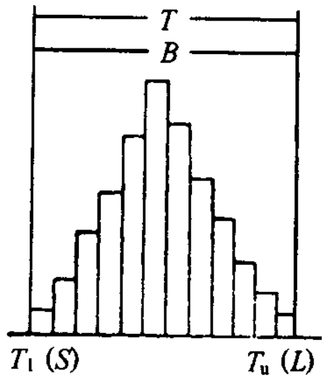


图 1.12

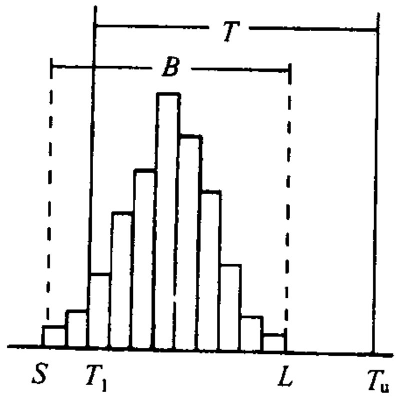


图 1.13

② 散布范围 B 大于 T，两侧超出规格范围，均出现不合格品，如图 1.14，这时应缩小产品质量散布范围。

③ B 完全不在 T 内，产品全部不合格，应停产检查，如图 1.15。

3. 直方图的局限性

直方图的一个主要缺点是不能反映生产过程中质量随时间的变化。如果存在时间倾

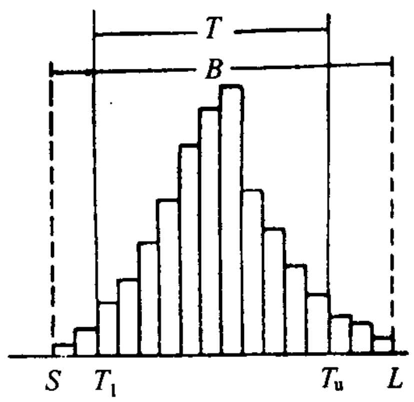


图 1.14

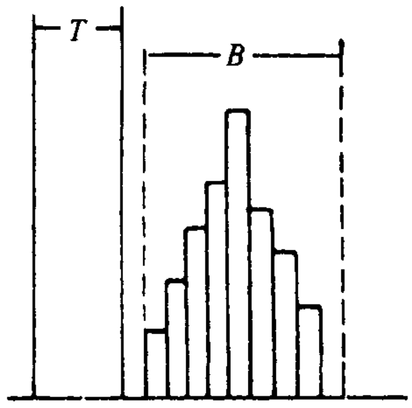


图 1.15

向,比如工具的磨损,或存在某些其他非随机排列,则直方图将会掩盖这种信息。例如图 1.16,在时间进程中存在着趋向性异常变化,但直方图图形却属正常型,掩盖了这种信息。

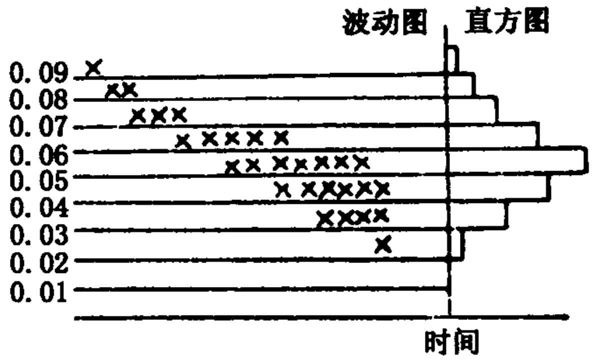


图 1.16

为此,直方图并不像许多人所想象的那样,可用来定义过程能力。关于过程能力,请参阅本章第五节。

1.2 正态分布

一、正态分布的概念

在第一节我们曾经说过,当生产过程正常时,计量特性值数据的频率直方图应是中间高,两边低,左右概略对称的图形,这种分布规律称为正态分布。“正态”两字,意为正常状态下的分布。

如果我们以一条光滑的、单峰的、左右对称的曲线来取代正常形态的频率直方图,使得曲线与 x 轴所围的面积与频率直方图的面积基本相等,即均等于 100%。此曲线称为正态密度曲线(见图 1.17)。

二、正态分布的密度函数

1. 密度函数

正态分布密度曲线的函数表达式如下式所示:

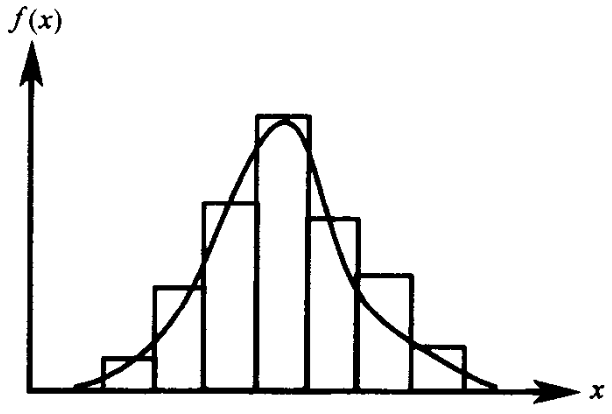


图 1.17　正态密度曲线

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \tag{1.4}$$

该函数称之为正态分布的密度函数，它具有如下性质：

① 非负性 $f(x)\geqslant 0$

② 归一性 $\int_{-\infty}^{\infty}f(x)dx = 1$

③ 对称性 $f(\mu + x) = f(\mu - x)$

2. 参数 μ 和 σ 的意义

(1) 几何意义

μ 为位置参数，是分布中心。密度曲线右移 μ 变大，密度曲线左移 μ 变小。

σ 为形状参数，σ 越大密度曲线越平坦，σ 越小密度曲线越陡峭。

(2) 物理意义

μ 是数据的总平均，σ 是数据散布标准差。σ 大则反映数据差别大，σ 小则反映数据差别小。

今后我们以 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$表示质量特性值 X 服从均值为 μ，标准差为 σ 的正态分布。

3. 参数 μ 和 σ 的估计

(1) 数据不分组时

若质量特性值 X 的 n 个观测值为 $x_1,x_2,\cdots,x_n$，则

$$\hat{\mu} = \bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i \tag{1.5}$$

$$\hat{\sigma} = S = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2} \tag{1.6}$$

此外，当 $n\leqslant 10$ 时，μ 可以用中位数 $\tilde{x}$ 估计，$\hat{\mu}=\tilde{x}$。另一方面 σ 还可以用极差法估计，即

$$\hat{\sigma} = R/d_2 \tag{1.7}$$

式中，R 为 n 个数据的极差，即最大值减最小值，d_2 可从附表 10(控制图系数表)中查得。

【例 1.2】 从一批零件中随机抽取 5 个，测量其长度，得数据如下(单位:mm)

14.5　　14.1　　13.1　　13.5　　14.8

若零件长度 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，求 μ,σ 的估计值。

(1) μ 的估计

$\hat{\mu}=\bar{x}=\frac{1}{5}(14.5+14.1+13.1+13.5+14.8)=14.0(\text{mm})$，或者 $\hat{\mu}=\tilde{x}=14.1$

(2) σ 的估计

$$\begin{aligned}\hat{\sigma} = S &= \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}\\ &= \sqrt{\frac{1}{4}[(14.5-14.0)^2+(14.1-14.0)^2+\cdots+(14.8-14.0)^2]}\\ &= 0.70(\text{mm})\end{aligned}$$

或者

$$\hat{\sigma} = R/d_2$$

由 $n=5$,查附表 10 得

$$d_2 = 2.326$$

所以

$$\hat{\sigma} = (14.8 - 13.1)/2.326 = 0.73(\text{mm})$$

(2) 数据分组时

当质量特性值 X 的观测值个数 $n \geqslant 50$ 时,常常分成 k 组,记每组的组中值为 b_i,每组观测值的个数即频数为 f_i,则 μ,σ 的估算公式为:

$$\bar{\mu} = \bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} f_i b_i \tag{1.8}$$

$$\hat{\sigma} = S = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{k} f_i (b_i - \bar{x})^2} \tag{1.9}$$

【例 1.3】 (续例 1.1)已知滚珠直径 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$,测得其 50 个观测值如表 1.1,求 μ,σ 的估计值。

(1) μ 的估计

$$\bar{\mu} = \bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} f_i b_i$$

$$= \frac{1}{50}(3 \times 14.2 + 5 \times 14.5 + \cdots + 2 \times 16.0) = 15.1(\text{mm})$$

(2) σ 的估计

$$\hat{\sigma} = S = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{k} f_i (b_i - \bar{x})^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{49}[3 \times (14.2 - 15.1)^2 + 5 \times (14.5 - 15.1)^2 + \cdots + 2 \times (16.0 - 15.1)^2]}$$

$$= 0.44(\text{mm})$$

三、正态分布的概率性质

若 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$,则具有如下三条概率性质:

其一, $$P\{\mu - \sigma < X < \mu + \sigma\} = 68.27\% \tag{1.10}$$

即 X 在以 μ 为中心,σ 为半径的区间内取值的概率(可能性)为 68.3%。

其二, $$P\{\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma\} = 95.45\% \tag{1.11}$$

即 X 在以 μ 为中心,2σ 为半径的区间内取值的概率为 95.45%。

其三, $$P\{\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma\} = 99.73\% \tag{1.12}$$

即 X 在以 μ 为中心,3σ 为半径的区间内取值的概率为 99.73%。

我们称区间$(\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma)$为 X 的实际取值范围,因为它超出此范围的可能性只有 0.27%。

四、标准正态分布

$\mu=0,\sigma=1$ 的正态分布 $N(0,1)$称之为标准正态分布。

1. 密度函数

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}} \tag{1.13}$$

2. 分布函数

$$\Phi(u)=\int_{-\infty}^{u}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-x^2/2}dx \tag{1.14}$$

称之为标准正态分布的分布函数,其数值表见附表 1。

$\Phi(u)$具有如下性质:

$$\Phi(0)=0.5 \tag{1.15}$$

$$\Phi(-\infty)=0,\Phi(\infty)=1 \tag{1.16}$$

$$\Phi(-u)=1-\Phi(u) \tag{1.17}$$

3. 概率计算公式

我们可以利用 $\Phi(u)$的数值表,计算一般的正态变量 X 在某区间内取值的概率若质量特性值$X\sim N(\mu,\sigma^2)$,则

$$P\{a<X<b\}=\Phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right)-\Phi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right) \tag{1.18}$$

【例 1.4】 (续例 1.3)已知滚珠直径 X 服从正态分布$N(15.1,0.44^2)$,求该生产过程的不合格品率 p。

(1) 先求生产过程合格品率 q

$$\begin{aligned} q&=P\{14<X<16\}=\Phi\left(\frac{16-15.1}{0.44}\right)-\Phi\left(\frac{14-15.1}{0.44}\right)\\ &=\Phi(2.05)-\Phi(-2.50)=\Phi(2.05)-[1-\Phi(2.50)]\\ &=\Phi(2.05)+\Phi(2.50)-1=0.9798+0.9938-1=0.9736 \end{aligned}$$

(2) 再求生产过程不合格率 p

$$p=1-q=1-0.9736=0.0264$$

1.3 过程能力指数

一、用途

过程能力指数用以反映过程处于正常状态时,即:人员、机器、原材料、工艺方法、测量和环境(即 5MIE)充分标准化并处于稳定状态时,所表现出来的保证产品质量的能力。

二、计算方法

下面分四种情况,介绍过程能力指数的计算方法。

1. 过程无偏时：$\mu = T_m$ 的情形

设 X 为过程质量特性，当过程处于正常状态时，可认为 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$。又设 X 的规格限为(T_1, T_u)，称 $T_m = \frac{1}{2}(T_u + T_1)$为规格中心，$T = T_u - T_1$ 为公差。

若 X 的分布中心 μ 等于规格中心 T_m，则称此过程是无偏的。此时，过程能力指数按下式计算：

$$C_p = \frac{T}{6\sigma} \tag{1.19}$$

【例 1.5】 已知某零件加工标准为 148 ± 2(mm)，对 100 个样品算得 $\bar{x} = 148$(mm)，S=0.48(mm)，求过程能力指数。

(1) 判定过程是否有偏

$$\hat{\mu} = \bar{x} = 148(\text{mm}), T_m = 148(\text{mm}), \mu = T_m,\text{过程无偏。}$$

(2) 计算过程能力指数

$$C_p = \frac{T}{6\sigma} \doteq \frac{T}{6S} = \frac{4}{6 \times 0.48} = 1.39$$

2. 过程有偏时：$\mu \neq T_m$ 的情形

若过程质量特性 X 的分布中心 μ 不等于规格中心 T_m，则称此过程是有偏的。此时，计算修正后的过程能力指数，即

$$C_{pk} = (1-k)C_p \tag{1.20}$$

式中 C_p 的计算公式如(1.19)式，而 k 为：

$$k = \frac{|\mu - T_m|}{T/2} \tag{1.21}$$

并称之为偏移系数。

【例 1.6】 (续例 1.1)由例 1.1 知，滚珠直径的加工标准为 $\phi 15.0 \pm 1.0$(mm)，任取 $n = 50$ 个，求得 $\bar{x} = 15.1$(mm)，$S = 0.44$(mm)，求修正后的过程能力指数。

(1) 判定过程是否有偏

$\hat{\mu} = \bar{x} = 15.1$，$T_m = 15.0$(mm)，$\mu \neq T_m$，过程有偏。

(2) 求 C_p 值

$$C_p = \frac{T}{6\sigma} \doteq \frac{T}{6S} = \frac{2.0}{6 \times 0.44} = 0.76$$

(3) 求偏移系数 k

$$k = \frac{|\mu - T_m|}{T/2} = \frac{|\bar{x} - T_m|}{T/2} = \frac{|15.1 - 15.0|}{1} = 0.1$$

(4) 求修正后的过程能力指数 C_{pk}

$$C_{pk} = (1-k)C_p = (1-0.1) \times 0.76 = 0.68$$

3. 只有单侧上规格限 T_u 时：$X < T_u$ 产品合格的情形

有些过程质量特性越小越好，若规定 $X < T_u$ 时，产品合格。此时，过程能力指数计

算公式为：

$$C_p(u)=\frac{T_u-\mu}{3\sigma} \tag{1.22}$$

【例 1.7】 某产品规定表面粗糙度 $X \leqslant 0.2(\mu m)$ 为合格品，今任抽 5 件，测得表面粗糙度为：

$$0.162 \quad 0.184 \quad 0.178 \quad 0.167 \quad 0.188$$

求过程能力指数 $C_p(u)$ 值。

(1) 求平均值 $\bar{x}$、标准差 S

$$\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i=0.176$$

$$S=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}=0.011$$

(2) 求 $C_p(u)$ 值

$$C_p(u)=\frac{T_u-\mu}{3\sigma}\doteq\frac{T_u-\bar{x}}{3S}=\frac{0.2-0.176}{3\times 0.011}=0.73$$

4. 只有单侧下规格限 T_1 时：$X>T_1$ 产品合格的情形

有些过程质量特性越大越好，若规定 $X>T_1$ 时，产品合格。此时，过程能力指数计算公式为：

$$C_p(1)=\frac{\mu-T_1}{3\sigma} \tag{1.23}$$

【例 1.8】 某绝缘材料，规定其击穿电压不低于 1400(V)，随机抽取 20 个样品，经试验算得 $\bar{x}=1460(V)$，$S=28(V)$，求过程能力指数。

(1) 求平均值 $\bar{x}$，标准差 S

$$\bar{x}=1460,\quad S=28$$

(2) 求 $C_p(1)$ 值

$$C_p(1)=\frac{\mu-T_1}{3\sigma}\doteq\frac{\bar{x}-T_1}{3S}=\frac{1460-1400}{3\times 28}=0.71$$

三、过程能力指数与过程不合格品率 p 之间的关系

上述四种过程能力指数与过程不合格品率 p 之间的关系如下：

(1) C_p 与 p 的关系

$$p=2[1-\Phi(3C_p)] \tag{1.24}$$

(2) C_{pk} 与 p 的关系

$$p=2-\Phi[3C_p(1-k)]-\Phi[3C_p(1+k)] \tag{1.25}$$

易见 $k=0$ 时，(1.25)式变为(1.24)式。

(3) $C_p(u)$ 与 p 的关系

$$p=1-\Phi(3C_p(u)) \tag{1.26}$$

(4) $C_p(1)$ 与 p 的关系

$$p = 1 - \Phi(3C_p(1)) \tag{1.27}$$

【例 1.9】 求例 1.5～例 1.8 中的过程不合格品率。

（1）例 1.5 求得 $C_p=1.39$,过程不合格品率 p 为:

$$\begin{aligned} p &= 2[1-\Phi(3C_p)] = 2[1-\Phi(3\times 1.39)] \\ &= 2[1-\Phi(4.17)] = 2[1-0.999985] = 3\times 10^{-5} \end{aligned}$$

（2）例 1.6 求得,$C_{pk}=0.68$,且 $k=0.1$,$C_p=0.76$,过程不合格品率 p 为:

$$\begin{aligned} p &= 2-\Phi[3C_p(1-k)]-\Phi[3C_p(1+k)] \\ &= 2-\Phi[3\times 0.76\times 0.9]-\Phi[3\times 0.76\times 1.1] \\ &= 2-\Phi(2.05)-\Phi(2.51) = 2-0.9798-0.9940 \\ &= 2.62\% \end{aligned}$$

（3）例 1.7 求得 $C_p(u)=0.73$,过程不合格品率 p 为:

$$\begin{aligned} p &= 1-\Phi(3C_p(u)) = 1-\Phi(3\times 0.73) \\ &= 1-\Phi(2.19) = 1-0.9857 = 1.43\% \end{aligned}$$

（4）例 1.8 求得 $C_p(1)=0.71$,过程不合格品率 p 为:

$$\begin{aligned} p &= 1-\Phi(3C_p(1)) = 1-\Phi(3\times 0.71) \\ &= 1-\Phi(2.13) = 1-0.9834 = 1.66\% \end{aligned}$$

四、过程能力指数的应用程序

过程能力指数的应用程序可分为下述 6 个步骤:

① 确定分析的质量特性。质量特性值必须为计量值,且过程正常时,该质量特性值必须服从正态分布。

② 判定过程是否处于正常状态。过程不稳定时,或者虽然稳定,但过程质量特性不服从正态分布时,均不能使用过程能力指数。

③ 收集数据,并计算样本平均值 $\bar{x}$ 和标准差 S。

④ 计算过程能力指数。

⑤ 计算过程不合格品率 p。

⑥ 判断过程保证质量的能力。

1.4 二项分布

一、二项分布的概念

若生产过程稳定,不合格品率 p 为常数,任取 n 个产品,令 X 为抽得的不合格品数,则

$$P(X=x) = C_n^x p^x (1-p)^{n-x}, x = 0,1,2,\cdots,n$$

我们称 X 服从二项分布,并记为 $X \sim B(n,p)$。

【例 1.10】 设某生产过程具有稳定的不合格品率 $p=0.10$,今任取 5 件产品,设 X 为取得的不合格品数,求 X 的概率分布。

（1）X 的可能值