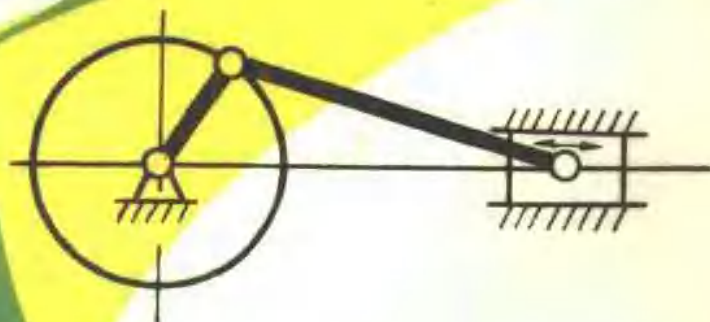
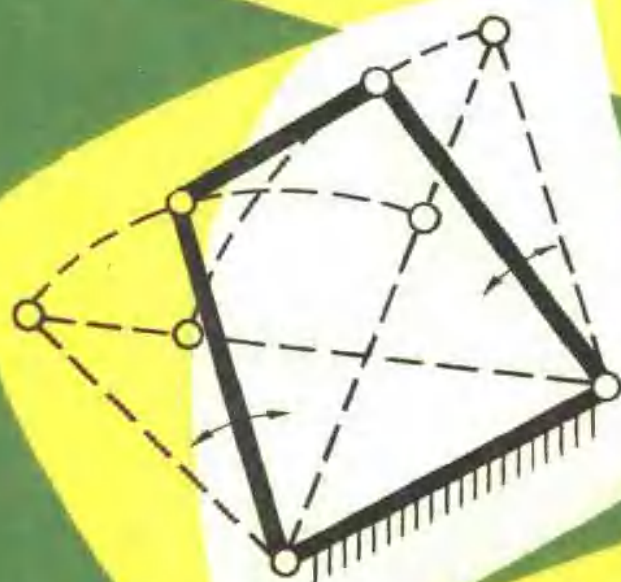
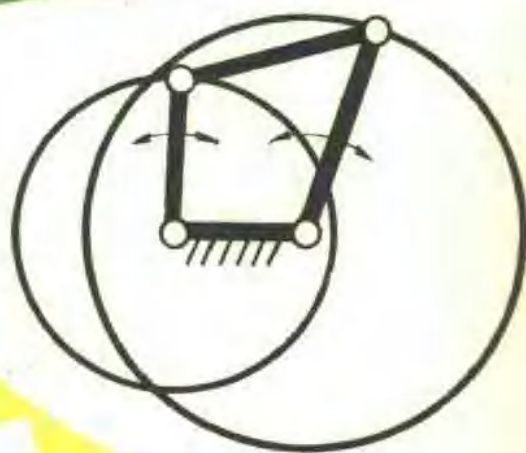


# 连杆机构的 计算机辅助设计

梁崇高 阮平生 编著



机械工业出版社

# 连杆机构的 计算机辅助设计

梁崇高 阮平生 编著

机械工业出版社

本书介绍用计算机辅助设计连杆机构的详细方法、步骤及程序。程序用FORTRAN语言编写，在微型计算机或计算机终端上就可以分析各种平面和空间连杆机构的位置、速度、加速度、力及动力等，还介绍了机构程序自动化、机构优化设计、机构综合等主要问题。它们是机械工程CAD的基础之一。

在第七章后的附录C中，提供了详细程序。

## 连杆机构的计算机辅助设计

梁崇高 阮平生 编著

机械工业出版社出版（北京阜成门外百万庄南街一号）

（北京市书刊出版业营业许可证出字第117号）

中国农业机械出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

开本 787×1092 1/16·印张 14<sup>3</sup>/<sub>4</sub>·字数 380千字

1986年12月北京第一版 1986年12月北京第一次印刷

印数 0,001—3,370 定价 3.85元

统一书号：15033 6666

## 前 言

由于计算机数量的增加，尤其是微型计算机的迅速普及，计算机辅助设计（CAD）的学习浪潮随之而来。本书就是为满足机械工程设计领域中连杆机构的计算机辅助设计而编写的。

全书分为两篇。第一篇专门阐述平面连杆机构的运动及动力学分析问题，该篇采用传统的方法，将连杆机构分解为基本组的原理，并应用广大技术人员所熟悉的矢量投影方法，建立起各种Ⅰ级组至Ⅳ级组的位置、速度和加速度等运动分析以及力分析的数学模型及编程方法；应用等效构件模型建立了单自由度机构的动力学分析方程及其解法。第一篇还附有常用的一些子程序，并有例题说明它们的使用。为了给不太熟悉机械原理的读者一些预备知识，特编写了第一章机构的基础知识，一般读者可略去不读。

第二篇阐述平面及空间连杆机构的各种运动分析方法；程序自动化的一些重要问题，如机构回路的自动识别与优选问题，拉格朗日运动微分方程的自动建立问题；阐明优化设计是机构综合的最通用方法；讲述几种最常用的计算机辅助机构综合的方法；并介绍了一些知名软件。

本书第一篇由阮平生编写，第二篇由梁崇高编写。

本书承清华大学唐锡宽副教授仔细审阅，提出了很多宝贵意见，编者对此表示衷心感谢。北京邮电学院刘新昇工程师及廖放征等同志在程序调试中给予不少帮助，在此表示诚挚的谢意。

本书适于中等以上机械工程技术人员使用和参考，也可供中专及大学机械类专业师生参考，部分内容对研究生亦有参考价值。

由于编者水平有限，错漏欠妥之处在所难免，诚恳希望读者批评指正。

梁崇高 阮平生

于北京邮电学院

1985.6

# 目 录

<b>第一篇 平面连杆机构的分析</b> .....	1
<b>第一章 机构的基础知识</b> .....	1
§ 1-1 机械的一些基本概念 .....	1
一、机器 .....	1
二、机构 .....	1
三、构件 .....	2
四、运动副 .....	2
§ 1-2 机构运动简图 .....	3
一、机构运动简图的拟定符号 .....	3
二、机构运动简图的绘制 .....	4
三、运动链 .....	6
§ 1-3 平面机构的自由度 .....	7
一、平面机构自由度的计算 .....	7
二、运动链形成机构的条件 .....	7
§ 1-4 几种特殊结构 .....	8
一、复合铰链 .....	8
二、局部自由度 .....	8
三、虚约束 .....	9
§ 1-5 平面机构中高副的处理——高副低代 .....	10
<b>第二章 机构分析的基本组法</b> .....	13
§ 2-1 机构分析的几种方法 .....	13
§ 2-2 平面机构的组成原理 .....	14
§ 2-3 基本组的级别 .....	16
§ 2-4 机构的结构分析 .....	18
§ 2-5 机构的方块图 .....	18
§ 2-6 基本组的运动分析和力分析 .....	21
§ 2-7 构件上点的运动分析 .....	22
一、连架杆上点的运动分析 .....	22
二、平面运动构件上点的运动分析 .....	23
三、四边形形心的运动分析 .....	24
<b>第三章 I级机构的运动分析和力分析</b> .....	26
§ 3-1 RRR (第一种) I级组的分析 .....	26
§ 3-2 RRP (第二种) I级组的分析 .....	32
§ 3-3 RPR (第三种) I级组的分析 .....	37
§ 3-4 PRP (第四种) I级组的分析 .....	42
§ 3-5 RPP (第五种) I级组的分析 .....	45
§ 3-6 I级机构的分析 .....	48
<b>第四章 III级机构的运动分析和力分析</b> .....	57
§ 4-1 RR-RR-RR (第一种) I级组的分析 .....	57
§ 4-2 RR-RR-PR (第二种) I级组的分析 .....	63
§ 4-3 RR-RR-RP (第三种) I级组的分析 .....	68
§ 4-4 RR-PR-RP (第四种) II级组的分析 .....	73
§ 4-5 RP-PR-RP (第五种) II级组的分析 .....	77
§ 4-6 II级机构的分析 .....	82
<b>第五章 IV级机构的运动分析和力分析</b> .....	87
§ 5-1 RRR-RRR (第一种) IV级组的分析 .....	87
§ 5-2 RRR-RRP (第二种) IV级组的分析 .....	92
§ 5-3 RRR-RPR (第三种) IV级组的分析 .....	97
§ 5-4 IV级机构的分析 .....	101
<b>第六章 有源组的运动分析和力分析</b> .....	106
§ 6-1 RRPR有源 I级组的分析 .....	106
§ 6-2 RR-RR-RPR有源 II级组的分析 .....	109
§ 6-3 RRR-P-RRR有源 IV级组的分析 .....	113
§ 6-4 有源 I级机构的分析 .....	118
<b>第七章 连杆机构的动力学分析</b> .....	122
§ 7-1 概述 .....	122
§ 7-2 等能质量和等能转动惯量 .....	122
§ 7-3 等功力和等功力矩 .....	125
§ 7-4 机械的运动方程式 .....	126
§ 7-5 线图分析法 .....	129
§ 7-6 数值差分法 .....	133
§ 7-7 龙格-库塔法 .....	135
参考文献 .....	136
<b>附 录</b> .....	138
附录 A 几个应用数学子程序的使用说明 .....	138
附录 B 平面机构分析中的几个辅助子程序的说明 .....	139
附录 C 平面连杆机构分析的部分子程序 .....	142
一、子程序一览表 .....	142
二、程序 .....	144
<b>第二篇 平面及空间连杆机构的分析与综合</b> .....	159
<b>第八章 机构分析的各种方法</b> .....	159

§ 8-1 机构的单元化分解.....	159	§ 10-2 机构综合的方法.....	208
一、基本组.....	159	§ 10-3 优化综合的数学描述.....	208
二、矢量单纯形.....	161	§ 10-4 优化设计目前存在的问题.....	211
三、单矢.....	162	§ 10-5 单调分析法在优化设计中 的应用.....	212
四、约束法.....	165	§ 10-6 启发优化法.....	212
§ 8-2 空间连杆机构的链元法.....	166	第十一章 连杆机构运动综合.....	216
§ 8-3 Rooney 约束法.....	172	§ 11-1 概述.....	216
§ 8-4 GAS约束法.....	177	§ 11-2 计算机辅助设计系统的形式.....	216
第九章 机构程序自动化.....	182	§ 11-3 精确点综合.....	217
§ 9-1 机构回路的自动识别与优选.....	182	§ 11-4 位移矩阵法.....	218
§ 9-2 拉格朗日方程的自动建立.....	194	§ 11-5 分支问题.....	223
§ 9-3 凯恩方法.....	199	§ 11-6 弗罗登斯泰因方程.....	223
§ 9-4 程序IMP简介.....	200	§ 11-7 线性叠加法.....	225
§ 9-5 程序DRAM与ADAMS简介.....	204	§ 11-8 一些软件介绍.....	227
第十章 机构优化设计.....	207	参考文献.....	228
§ 10-1 机构综合的分类.....	207		

# 第一篇 平面连杆机构的分析

机构的运动分析和力分析是研究机械性能的重要组成部分。通过机构的运动和力分析，可以了解已有机构的运动特性和动力性能，由此，便于更合理有效地使用现有的各种机械，或者根据机构的性能对某些机械提供改进设计的有关数据，使得在机械改型时有所遵循。对于设计新的机械来说，进行机构的运动和力分析，是设计师在设计过程中，检查机构是否符合设计要求的必要步骤。通过分析，得到有关数据，才能确实地说明设计满足使用要求，或者尚存在不足，以此为依据，改进设计方案，修改原设计图纸。由此可见机构的运动分析和力分析的必要性和重要性。机构分析的方法很多，本篇将详细而系统地介绍平面连杆机构分析的基本组法。在介绍此法的同时，我们适当地给出其中一些实用的算法和程序，以供机械设计和分析的读者使用。本篇的程序全部都是采用 FORTRAN 语言编制的，并已在计算机上运行通过。在每章的最后一节列举了范例，以利读者编制主程序时参阅。此外，为了便于部分读者能顺利阅读本书，我们把机构的基本知识放在第一章中作一些简要的叙述。诚然，如果读者对“机械原理”课程已经较为熟悉，则可以从第二章机构分析的基本组法开始往后阅读。

## 第一章 机构的基础知识

本章首先简要地叙述有关机械的一些基本概念；机构运动简图的绘制；平面机构自由度的计算；运动链形成机构的条件；几种特殊的结构和高副低代的方法。

### §1-1 机械的一些基本概念

#### 一、机器

内燃机、电动机、蒸气机、金属加工机床、纺织机、起重机、输送机、汽车、飞机等等，虽然它们的构造、用途和性能各有不同，但是，它们都有以下三个共同特征：

(1) 它们都是人类劳动的产物。

(2) 它们各部分都具有特定的相对运动。

(3) 它们分别具有把一种能量变换成机械能，或者可以把机械能变换成其它形式能的本领，以此来代替或减轻人的体力劳动和脑力劳动。

凡是同时具有上述三个特征的产物通称为机器。

#### 二、机构

如果只具有上述(1)和(2)两个特征，而不具备最后一个特征的，则称为机构。

机构不一定全由刚体组合而成，其中可能有液体或气体也参与运动的变换。于是，这样的机构就相应地称为液压机构或气动机构。

机器中组成机构的数目尽管有不断减少的趋势，但机构毕竟还是大多数机器中的基本组

成部分,特别在自动机中更为突出。此外,机构在仪器、设备和其它技术装置中也有广泛应用。

在机器中常用的机构有:连杆(或称杆件)机构、齿轮机构、凸轮机构、间歇运动机构、螺旋机构、摩擦传动机构、挠性件传动机构、气(或液)动机构、复合机构等等。从结构和运动的观点来看,机器和机构两者之间并无太大区别。因此,为了叙述简便,常用“机械”一词作为“机器”和“机构”的总称。

### 三、构件

机构一般是由一些刚性体组成的,当机构运动时,这些刚性体之间互相作有规律的相对运动。机构中这些参与运动的刚性体,称为机构的构件。从运动角度分析机构时,构件是组成机构的最小单元,它可以是由若干个零件刚性地固结在一起组成,也可以是一个独立运动的零件。而零件一词则是从制造的观点出发,指组成机械的每一个单独加工制造的单元体。

在机构中,作为参考系的构件,如固定在地面或车、船上的内燃机的机座和各种机床的床身等等,通称为固定构件或机架,而其它相对于参考系可以活动的构件称为活动构件。活动构件又可分为输入构件、输出构件和连接(中间)构件。所谓输入构件(或简称输入)是指具有给定运动的构件。所谓输出构件(或简称输出)是指具有设计要求最终运动的构件。显然,除此之外,所有的活动构件都属于连接件。它们起着将输入的参数传递至输出的作用,并保证输出符合设计的各项要求。

机构中通常只有一个输入和一个输出。输入由原动机带动,而输出同机械的工作构件或仪器指示器相连;但也有多个输入或输出的机构,例如,在加法机构中就有两个输入件和一个输出件,前者的位移与加数和被加数成正比,后者的位移与所求的和成正比。反之,在汽车后桥的差速器中则有一个输入和两个输出,前者由发动机带动,后者分别同两后轮相连。从另一方面来讲,由原动机带动的构件也称主动件,其余构件统称为从动件。

构件除了刚体构件以外,还有挠性构件、液体构件和气体构件,如皮带、绳和链等挠性构件在工作中只能受拉力;水、油和空气等液体构件和气体构件在工作中只能受压力。

### 四、运动副

如前所述,机构的重要特征之一,就是其中各构件应具有确定的相对运动。但是一个自由物体在外力的作用下,可以向任意方向运动。因此,欲使物体具有确定的运动,而不能随意乱动,就必须加以限制,也就是按适当的方式将它与另外的物体活动地连接起来,而使其每一构件都具有所需要的相对运动。这种构件间相互接触而又保留一定相对运动的连接称为运动副。下面我们主要研究由刚性构件组成的运动副。

运动副如按其运动的范围来分,有空间运动副和平面运动副两大类。在一般常用的机械和设备中,最常见的是平面运动副。

平面运动副按其运动的形式可分为转动副和移动副两类:

1. 转动副——两构件只能作相对转动的可动连接称为转动副。如轴颈和轴承,以及铰链连接的运动副等均属转动副。在机构研究中常以R标志转动副。

2. 移动副——两构件只能作相对移动的可动连接称为移动副。如滑块和导轨,以及活塞和缸体所组成的运动副等均属移动副。在机构研究中,以P标志移动副。

两构件组成运动副,不外乎通过面、线或点的接触来实现。这些面、线和点总称为运动副元素。按运动副元素不同,运动副可分成下列两大类:

1. 低副——两构件相对运动时,运动副元素始终为面接触的运动副称为低副,属于低副



的有转动副，移动副。由于低副是面接触，可以减少运动副的磨损，因此，为了减少运动副的磨损，最好采用低副。

2. 高副——两构件相对运动时，运动副元素始终作线或点接触的运动副称为高副。如凸轮与推杆尖是点接触，齿轮机构两齿的齿面则是线接触，这些接触都属于高副。它们有两个活动可能，即绕接触线（或点）转动与沿公切线方向移动。

应该注意，如果两构件所需的相对运动不能用上述各种低副中的任何一种来实现，那就只好采用高副。但是，由多个线或点高副元素组合成的某些运动副，例如在某些机械中滚动轴承，滚动导轨的转动副元素沿个别的线或点相接触，不能把它当作高副，因为也可以靠两构件面接触得以实现同样的相对运动。

## §1-2 机构运动简图

机构中各构件之间的相对运动，只取决于与运动有关的构件尺寸、运动副的类型及运动副的数目，而与构件的外形和运动副的具体结构无关。因而，在研究机构的运动和动力特性时，可以完全不考虑构件的外形和运动副的具体结构，而简单地按比例用直线或曲线将构件和运动副连接起来表示机构。这种用简单的线条表示机构运动情况的图形，称为机构运动简图。

### 一、机构运动简图的规定符号

在绘制机构运动简图时，应采用我国标准GB138-74，机动示意图中规定的代表符号。现将平面连杆机构中最常用的两类表示符号简述如下：

#### (一) 杆件的规定符号

轴类和杆件等用粗实线表示。如图1-1 a所示的是具有两个转动副杆件的简图画法。

图1-1 b所示的是具有三个或三个以上的转动副刚体构件及其简图画法。

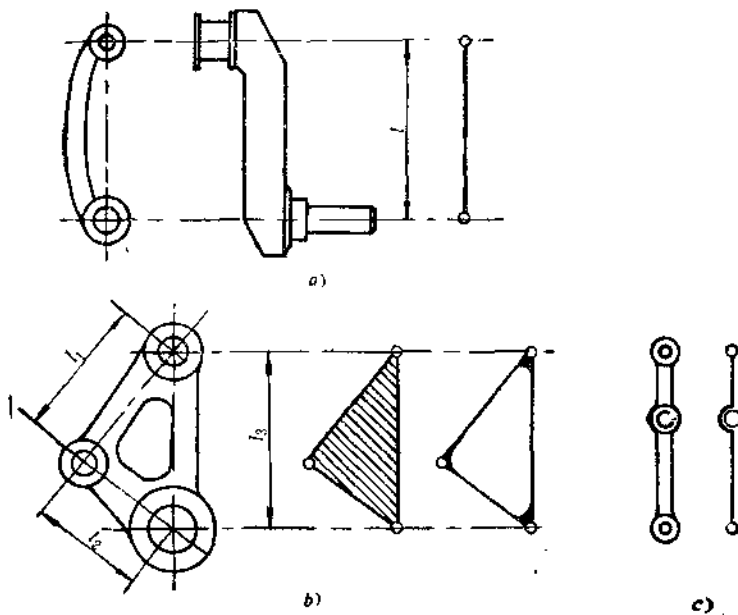


图 1-1

应该注意，如果构件上的三孔在同一直线上，简图应画成图 1-1c 的形状。即表示同一构件的直线应以半圆弧连接起来，不能被中间的小圆断开，否则，中间的小圆将与两杆一起构成三转动副的Ⅲ级组(见表2-1)。

## (二) 运动副的规定符号

1. 转动副 两构件之间的连接构成转动副时，以直线代表构件，在两直线相交处画一小圆表示转动副。如两构件之一为固定件或机架，在固定构件的直线上画上斜线或画成机架状再加斜线，以便区别于活动构件，如图 1-2 a 所示。

2. 移动副 两构件连接成移动副时，表示的方法较为灵活，如滑块、活塞、刨床的滑枕等等，可用方框表示；滑道、缸体、导轨等可用一直线或分别在方框上、下用两直线表示。如两构件之一为固定构件，则加斜线以示区别。当然也可以用相反的表达法，如图 1-2b 所示。

## 二、机构运动简图的绘制

对现有机械进行运动和动力分析或设计新的机械时，除了各种原始参数之外，机构运动简图是最重要的依据或结果。因而，要求机构运动简图能反映真实机构中构件和运动副的组成关系，反映真实机构的运动特性。为此，必须依照国家标准所规定的表示符号，选择适当的视图按比例作出机构运动简图。

绘制机构简图时，可按以下步骤进行：

1. 全面了解机构情况 了解机构情况包括两个方面，即机构的组成和构件之间的相对运动关系。要搞清这两个问题，首先要搞清机构构件的总数。了解该机构由哪些构件组成，哪些构件是活动构件，哪些构件是固定构件(机架)。其次，要研究它们之间的相对运动关系，构件之间所构成运动副的类型。

2. 确定视图面 为了表达清楚机构的结构和运动情况，最好选择与各构件运动平面平行的面作为绘制简图的视图面。当用一个视图尚不足以表达清楚时，可以再增加视图或局

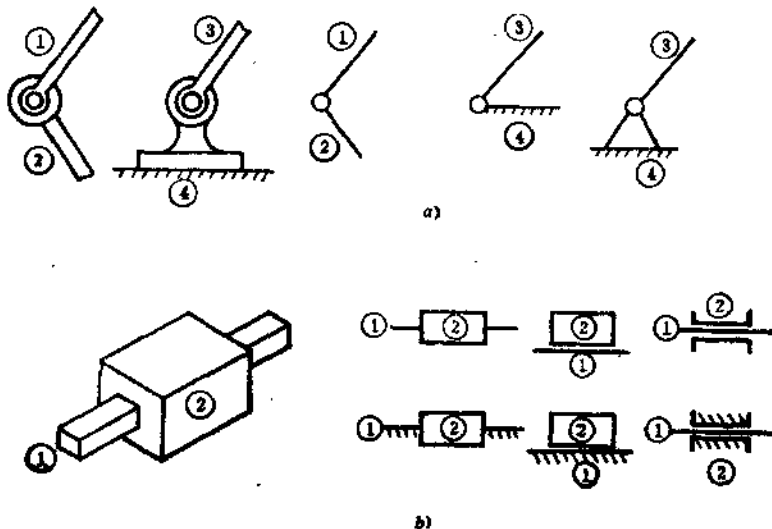


图 1-2

部视图。

3. 按比例和规定符号作图 测出实际机构中构件各运动副之间的距离和相对位置（即转动副的中心距及移动副的中心线至某点的距离）后，按一定尺寸比例，用构件和运动副的规定符号将机构运动简图作出。为了不致发生混乱，绘图时一般最好从与机架连接的运动副开始，先确定固定构件各转动副的中心距和移动副中心线的相对位置，然后，画出主动件。接着，按运动传递的顺序，依次画出其它构件和运动副。

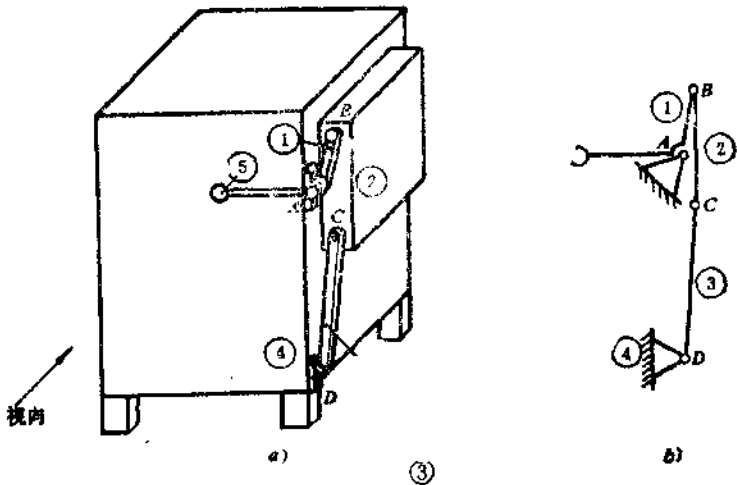


图 1-3

下面举例说明机构简图的绘制。

**例1-1** 加热炉炉门启闭机构如图1-3 a所示。图中：②——炉门、①、③——摇杆、④——炉体、⑤——手把。炉体④是该机构的机架——固定构件；摇杆①、③和炉门②为活动构件；手把⑤与摇杆①是固联在一起的，组成一个构件。通过分析可知，此机构共有四个构件，其中三个活动，一个固定。此外，摇杆①、③和炉体④的连接是转动副，摇杆①、③和炉门②的连接也是转动副，故此机构共有四个转动副。再者，加热炉的侧面最能反映启闭门机构的全貌，可以此方向为主要视图方向。由此，按比例先确定固定构件上转动副A、D点的相对位置，依次找出转动副的B点和C点，于是炉门启闭门机构运动简图即可作出。其实它就是如图1-3 b所示的四杆机构。

**例1-2** 手动冲床如图1-4所示。图中摇杆①是手把，通过连杆②，摇杆③及小连杆⑥带动冲头⑤作上下运动。机构的作用是使冲头压力增大。由实际的机械结构可看出，此机构共有六个构件，其中机架④为固定件，其余均为活动构件。冲头⑤和机架④的连接是移动副，其它构件的相互连接是转动副。

图1-4 b为其机构运动简图。绘制该简图时有三处应引起注意：

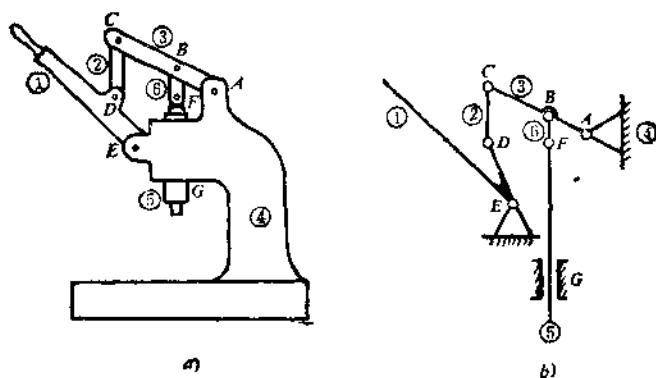


图 1-4

1. 手把①是由手把和连架杆 $DE$ 组成的一个构件，故手把与连架杆夹角处稍加涂黑以示一体。

2. 摇杆③构件上有三个转动副 $A$ 、 $B$ 和 $C$ 且三转动副在一直线上，按规定画法作图，即直线过中间转动副 $B$ 处应以半圆弧连接。

3. 冲头⑤可画成直线也可画成方块，其长度不一定按比例，因其长度对于机构的位移、速度和加速度均不产生影响，但作结构设计时则应注意其长度。

### 三、运动链

两个以上的构件彼此以运动副连接成的系统称为运动链。运动链分两大类，如果各构件均在同一平面或相互平行面内运动，该运动链称为平面运动链。否则，称为空间运动链。

运动链还可分成：

1. 开式运动链——在运动链中，若有一个或一个以上构件只具有一个运动副，或者说，运动链的各构件和运动副未能组成封闭系统的运动链称为开式运动链，如图1-5 a 及 b 所示。

2. 闭式运动链——在运动链中，每一个构件都包含两个或两个以上的运动副，或者说，各构件和运动副组成一个或几个封闭形的运动链，称为闭式运动链，如图1-5 c 及 d 所示。

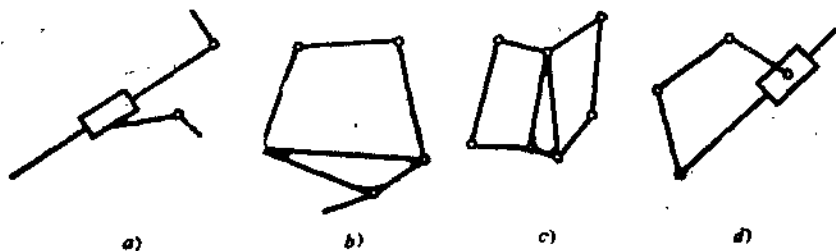


图 1-5

在运动链中，如有一个构件或几个构件的运动规律是给定的，而另有一个构件是相对固定（即固定构件或机架）的，其余各构件均能作确定不变的预期运动，那末，这种运动链就形成一个机构。

## §1-3 平面机构的自由度

### 一、平面机构自由度的计算

决定机构各构件相对于机架位置的独立参数(广义坐标)的数目称为机构的自由度。

由理论力学可知,一个无约束的平面运动构件有三个自由度,即两个移动和一个转动。若有  $n$  个活动构件相对于一个固定构件,则共有  $3n$  个自由度。如果其中的一个活动件与固定件组成转动副,其相对运动只能是转动,失去了沿两个方向的移动自由,即约束条件数为2。如果活动件与固定件组成移动副,其相对运动只能移动,失去了一个移动方向和一个转动的自由,则其约束条件数也是2。可见平面低副都是约束条件数为2的运动副,而高副都有两个自由度,其约束条件数应为1。由此可见,如运动链中共有  $p_L$  个低副和  $p_H$  个高副,则约束条件数为  $2p_L + p_H$ , 故一般具有  $n$  个活动构件的平面机构,其自由度

$$w = 3n - 2p_L - p_H \quad (1-1)$$

此式即为平面机构的自由度公式。由于它包括机构的活动构件数和运动副数,反映了机构的结构,故又称为平面机构的结构公式。

在图1-6 a 中所示的四杆机构,它共有三个活动构件(①、②及③),四个转动低副(A、B、C及D),没有高副。即  $n=3$ ,  $p_L=4$ ,  $p_H=0$ 。因此,机构的自由度

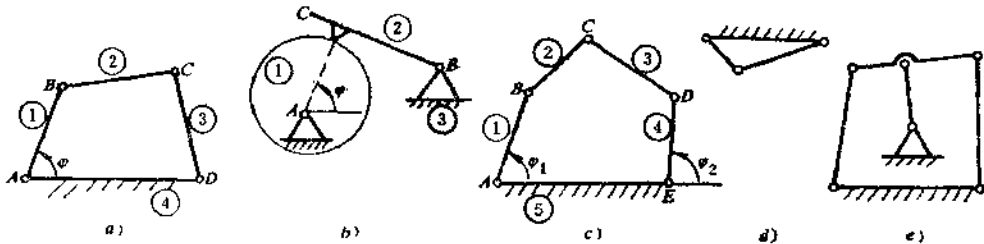


图 1-6

$$\begin{aligned} w &= 3n - 2p_L - p_H \\ &= 3 \times 3 - 2 \times 4 - 0 = 1 \end{aligned}$$

在图1-6 b 中所示的凸轮机构,它共有两个活动构件(①及②),两个转动低副(A及B)和一个高副(C)。即  $n=2$ ,  $p_L=2$ ,  $p_H=1$ 。因此,机构的自由度

$$\begin{aligned} w &= 3n - 2p_L - p_H \\ &= 3 \times 2 - 2 \times 2 - 1 = 1 \end{aligned}$$

在图1-6 c 中所示的五杆机构,它共有四个活动构件(①、②、③及④),五个转动低副(A、B、C、D及E),即  $n=4$ ,  $p_L=5$ , 没有高副。因此,机构的自由度

$$\begin{aligned} w &= 3n - 2p_L - p_H \\ &= 3 \times 4 - 2 \times 5 - 0 = 2 \end{aligned}$$

### 二、运动链形成机构的条件

设计机构的目的是,是要使运动链中各构件,特别是输入件和输出件按照预定要求进行有规律的运动,而不允许构件随意乱动。就是说在输入件给定输入参数后,运动链的输出件必

须具有特定的运动。那末，需要运动链具备什么条件才能形成机构呢？

由上可知，四杆机构的自由度数为1，如果给定一个独立的运动参数，则不难看出，机构中各构件的运动就能完全确定。譬如在图1-6 a中，给出杆①的角位置参数 $\varphi$ ，则杆②、③的位置即可确定。对于图1-6 c的五杆机构，其自由度数为2，则需要给出两个独立运动参数，譬如给定 $\varphi_1$ 和 $\varphi_2$ ，才能确定该机构中的各构件的位置，其余可如此类推。

我们把预先给定运动规律的构件称为起始构件。起始构件可以具有一个广义坐标，也可以具有 $n$ 个广义坐标，但是为方便起见，通常取与机架相连的具有一个广义坐标的输入件——主动件作为起始构件，并在机构运动简图中以箭头表示其运动方向，以区别于其它从动构件。由此，可知欲使运动链成为机构的条件必然是：

$$\text{机构的主动件数} = \text{机构的自由度数} \quad (1-2)$$

显然，如果机构的主动件数少于该机构的自由度数，如五杆机构，只有一个主动件时，其它各构件没有确定的运动就不能成为机构。相反，若主动件数大于该机构的自由度数，如四杆机构，把构件①和构件③都作为主动件，则最薄弱的构件或运动副将遭到破坏。如果计算出的自由度数为零时，各构件不能产生相对运动而形成一个如图1-6 d和1-6 e所示的刚性结构。

必须指出，起始构件不一定要取输入构件。在研究机构运动规律时，只要能使机构的分析简化，也可以取输出构件，甚至可取中间构件作为起始构件。一般说来，在具有两个自由度的机构里，可以有两个起始构件，但也可以只有一个起始构件。这要看构件具有的广义坐标数而定。如果取两个不同构件的坐标作为广义坐标，那就有两个起始构件；如果起始构件本身具有两个广义坐标，或者它同机架组成具有两个自由度的运动副，那末，就只有一个起始构件。

## §1-4 几种特殊结构

用式(1-1)计算平面机构的自由度时，有时会遇到计算出来的自由度数与实际机构的主动件数不相符的情况。这并不是公式本身的问题，而是运用公式时忽视了实际机构中某些运动副的特殊结构。为了引起注意，现将这些特殊结构分述如下。

### 一、复合铰链

在机构中往往有多个（两个以上）构件同在一处以转动副相连接，这就构成了所谓复合铰链。

如图1-7 a所示，构件①、②及③在 $P$ 处以转动副连接构成的复合铰链，实际上是由两个转动副组成的（见图1-7 b）。由此可知，若有 $m$ 个构件在某一处构成复合铰链时，其转动副应为 $(m-1)$ 个。在计算机构的自由度时，应加以注意。

### 二、局部自由度

在有些机构中，某些构件虽然能够产生运动，但这种局部的运动并不影响机构的整体运动。我们把这些能产生局部运动的构件的自由度称为局部自由度。

图1-8 a为滚子推杆凸轮机构，该机构 $n=3$ ， $p_L=3$ ， $p_H=1$ 。其

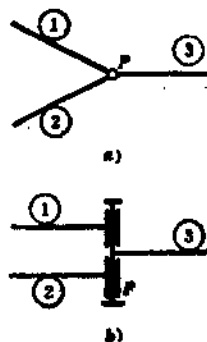


图 1-7

## 自由度

$$w = 3n - 2p_L - p_H = 3 \times 3 - 2 \times 3 - 1 \times 1 = 2$$

实际上, 在给定凸轮①的运动后, 推杆②的运动就完全确定, 该机构只有一个自由度。可见, 滚子③绕其销轴D的转动, 只是一种局部运动——局部自由度, 并不影响机构的整体运动。因而, 这种结构同滚子③和推杆②固结在一起是等效的。此时, 该机构应该 $n=2$ ,  $p_L=2$ ,  $p_H=1$ , 自由度为

$$w = 3n - 2p_L - p_H = 3 \times 2 - 2 \times 2 - 1 \times 1 = 1$$

在图1-8 a 中, 推杆上装有滚子的目的是为了减少推杆与凸轮轮廓表面之间的磨损, 而滚子绕运动副D的转动只能属于机构中的局部自由度, 在计算机构的自由度时, 应该注意把它除去。

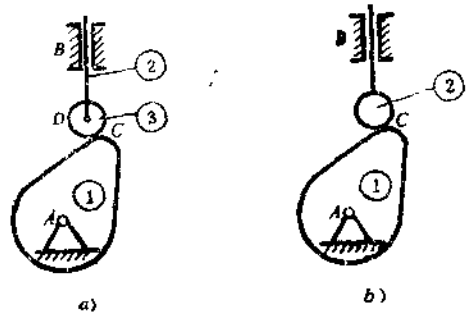


图 1-8

### 三、虚约束

在机构中, 有些运动副的约束与另外的运动副的约束可能是重复的。因而, 这些约束对于机构的运动实际上并没有起到约束的作用。故称这类约束为虚约束。如图1-9 a 所示的平行四边形机构中 $n=3$ ,  $p_L=4$ ,  $p_H=0$ 。

其自由度为

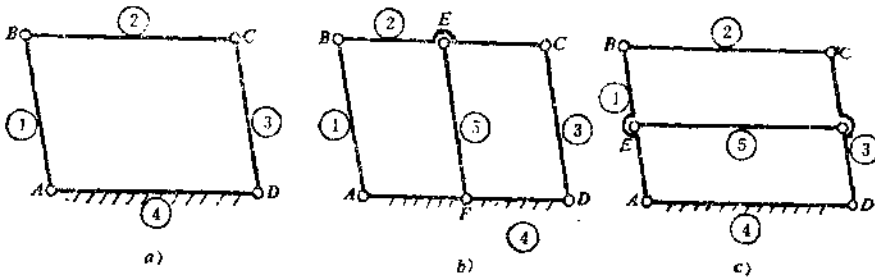


图 1-9

$$w = 3n - 2p_L - p_H = 3 \times 3 - 2 \times 4 - 0 = 1$$

机构中连杆②作平移运动, 杆上各点的轨迹均为半径等于AB的圆, 这些圆的圆心就在AD线上。如果在该机构上, 加上一个构件⑤, 它的长度与构件①、③相等且相互平行, 两端以铰链连接, 如图1-9 b 所示。显然, 这对于该机构的运动并未产生任何影响。引进构件⑤的目的只是为了增加构件②的刚性, 并使机构运动稳定, 保证机构在运动中构件①和③永远同一转向, 不致发生转向相反的现象。但是, 此机构却变为 $n=4$ ,  $p_L=6$ ,  $p_H=0$ , 其自由度

$$w = 3n - 2p_L - p_H = 3 \times 4 - 2 \times 6 - 0 = 0$$

这是因为增添了构件⑤的缘故。在机构中加入构件⑤后, 虽然多了三个自由度, 却同时带来了两个转动副, 引入了四个约束。所以, 对于机构来说, 相当于净增加了一个约束。不过, 如上所述, 这个约束对机构的运动并不起约束作用。因而, 它是一个虚约束。在计算机构的

自由度时，应将这类虚约束排除掉。这样，该机构的自由度实际上仍为 1。

为了增加构件的刚度、消除构件在某位置上运动的不稳定性，改善支座的受力状态和结构等原因，在机构中广泛应用虚约束，计算机构的自由度时，必须注意。

虚约束通常发生在下列情况：

1. 机构在运动过程中，两构件（其中之一可以是机架）上的两个点之间的距离始终保持不变。如果将这两点间通过铰链连以构件，则由此而引入的约束如图 1-9 b 和图 1-9 c 中的杆⑤就是虚约束。

2. 如两构件有多处接触，在接触处构成转动副，而接触面各处均绕同一轴线转动，如图 1-10 a 所示阶梯轴的各轴承处。在计算自由度时，只应考虑一处约束，其余各处的转动副均属虚约束。

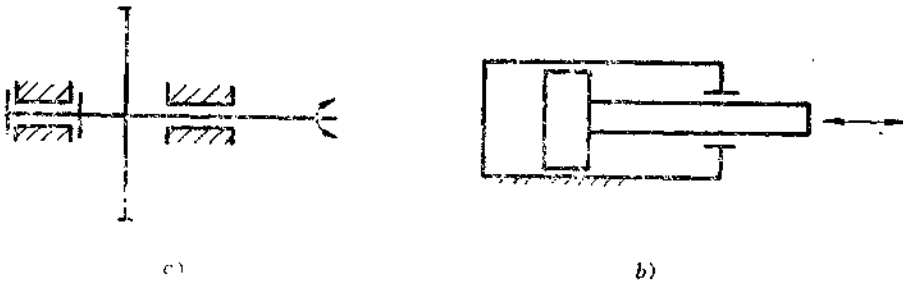


图 1-10

3. 同理如两构件在多处接触而构成移动副，且各接触处两构件相对移动方向一致。如图 1-10 b 所示的活塞和缸体以及活塞和活塞杆处构成的移动副，在计算机构的自由度时，也只应考虑一处约束，其余各处均为虚约束。

在实际的机构中，虚约束都是依据特殊需要而安排的，因而它出现在特定的几何条件下。如果这些几何条件不能满足要求，则虚约束就会变为真实的约束，从而使整个机构不能运动。

综上所述，在计算机构的自由度时，必须正确地处理机构中的复合铰链，局部自由度和虚约束等问题，如存在多余的约束就应全部排除。这样，才能得到与实际机构的自由度相符合的正确结果。

还应该强调的是，公式(1-1)主要不是用来求机构的自由度数，而是用来对无过约束的机构进行结构综合。

## §1-5 平面机构中高副的处理——高副低代

在平面机构的运动副中，除低副外，往往还包含高副。为了便于对含有高副的平面机构进行分析研究，我们可以将高副按一定条件虚拟成低副，从而以这些低副来代替该高副。这种处理方法称为高副低代。

进行高副低代必须满足的条件是：

1. 代替前机构的自由度数与代替后机构的自由度数应该相等。
2. 代替前机构各构件的瞬时位置的瞬时速度和瞬时加速度与代替后机构的瞬时位置、瞬



时速度和瞬时加速度应该完全相同。

下面讨论如何满足这两个条件。

如前所述，平面机构中的每个高副只能提供一个约束，具有两个自由度，而每个低副却提供两个约束，只具有一个自由度。显然，要满足第一个条件，保证代替前后机构的自由度不变，就必须要以一个含有两个低副的构件来代替该高副。

在讨论第二个条件前，我们先研究一个例子。在图1-11所示的高副机构中构件①和构件②各以半径为 $\rho_1$ 及 $\rho_2$ 的两圆的圆弧在点 $P$ 接触，点 $P$ 就是此机构中的高副接触点。两圆的圆心分别为 $O_1$ 及 $O_2$ 。设此机构在运动中，构件①和构件②始终保持接触。当构件①绕点 $A$ 转动时，藉助两圆弧的接触，推动构件②绕点 $B$ 转动。

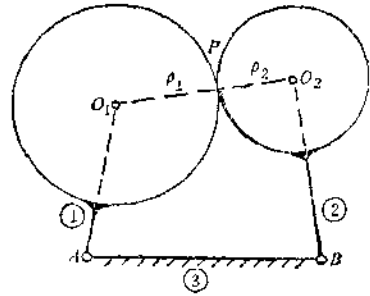


图 1-11

显然， $O_1$ 和 $O_2$ 两点的连线即为两圆弧在接触点 $P$ 处的公法线。 $O_1$ 至 $O_2$ 间的距离恒等于两圆弧半径的和，即 $O_1O_2 \equiv \rho_1 + \rho_2$ ；同时， $O_1A$ 和 $O_2B$ 两个距离也都保持不变。由此，我们可以设想在 $O_1$ 和 $O_2$ 之间虚拟一个构件，其两端分别与构件①和构件②在点 $O_1$ 和 $O_2$ 处构成转动副（如图中虚线所示），以代替由机构中两圆的圆弧所构成的高副。实际上，我们可以从运动学的理论得到证明，这种代替对机构的运动确实并不发生任何改变。即藉助于构件 $O_1O_2$ （包括两个转动副）来代替高副传递运动，满足了高副低代的第二个条件。与此同时，不难预见也满足了第一个条件。

由以上分析可知，高副两元素中的 $O_1$ 和 $O_2$ 两点其实分别是构件①和构件②高副接触点 $P$ 处的两曲线的曲率中心。因此，为了使得在代替前后机构的自由度和瞬时速度及瞬时加速度都保持不变，只要在高副两元素中，找到高副接触处的两个曲率中心，即可虚拟一个以这两个中心为转动副的构件，瞬时替代高副，在平面机构中进行高副低代。

有了上述的处理方法，使许多平面高副机构的分析研究得以简化，从而即可藉助平面连杆机构的理论去解决平面高副问题。

下面讨论几个高副低代问题。

### 1. 组成高副的两元素为点和非圆曲线

在图1-12 a 中，左边所示的直动式尖端从动件凸轮机构，两构件的接触点为 $P$ 。设构件①点 $P$ 的曲率中心在 $O_1$ 处，而构件②上点 $P$ 的曲率半径为零，其曲率中心 $O_2$ 与接触点 $P$ 重合。故其相当低副如图1-12 a 中右边所示。

### 2. 组成高副的两元素为直线和非圆曲线

在图1-12 b 中，左边所示为一个摆动从动件凸轮机构，其两构件的接触点为 $P$ 。设构件①上点 $P$ 的曲率中心在 $O_1$ 处；而因为构件②是直线，其上点 $P$ 的曲率中心 $O_2$ 在垂直于 $\overline{BP}$ 方向的无穷远处，即接触点 $P$ 只能沿构件 $\overline{PB}$ 移动。在进行低代时，所加的虚拟杆 $\overline{O_1P}$ 应与构件②始终垂直，故可用如图1-12 b 中右边的移动副表示。

### 3. 组成高副的两元素为非圆曲线和非圆曲线

在图1-12 c 中，左边所示的两非圆曲线，其接触点为 $P$ 。如高副两元素接触点 $P$ 处的曲率中心 $O_1$ 、 $O_2$ 已求得，即可虚拟一个以 $O_1$ 和 $O_2$ 为转动副的构件构成其相当机构，如图1-12 c 中右边所示。