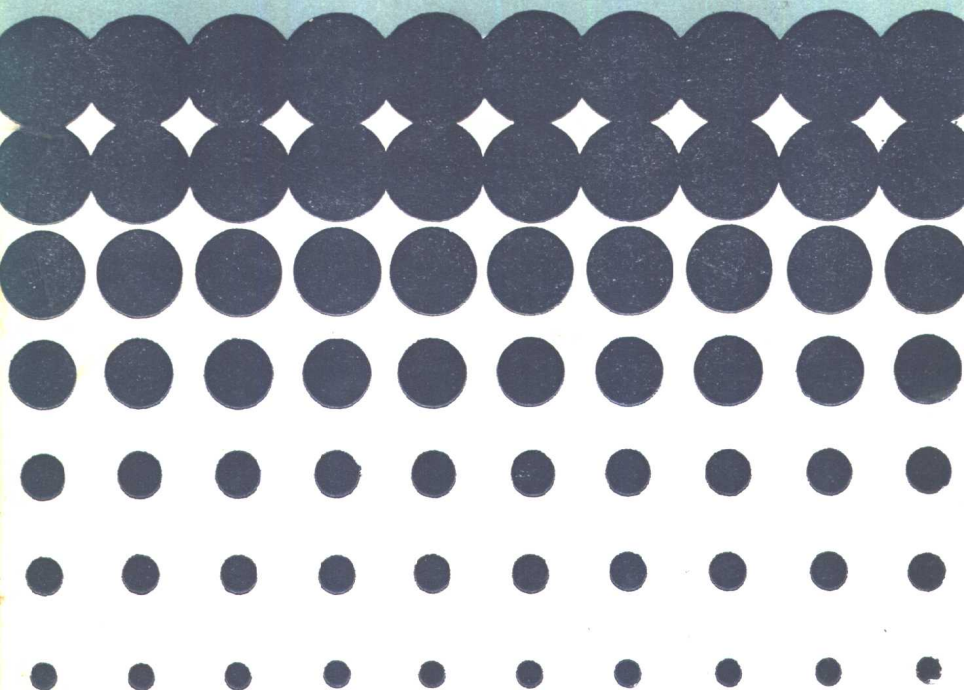


系统辨识技术

姜 伟 编著

化学工业出版社



系统辨识技术

姜 伟 编著

化学工业出版社

N 94

9.6

内 容 提 要

本书主要介绍辨识方法及算法。这是为一个系统建立数学模型的主要环节。本书着重讨论辨识技术实现手段,因此,对理论问题证明较少,直观解释较多。为了帮助读者掌握辨识技术,并用它去解决实际问题,书中还介绍了几个FORTRAN与BASIC程序,它们都可以在微型计算机上实现。

本书大部分章节后面都有讨论题及参考答案。这是本书的一个重要组成部分,目的是帮助读者掌握该章节的内容。

本书的读者对象是广大的科技工作者、高等院校的高年级学生与研究生。

系统辨识技术

姜 伟 编著

责任编辑:陈逢阳

封面设计:任 辉

•

化学工业出版社出版

(北京和平里七区十六号楼)

化学工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

•

开本787×1092¹/₃₂,印张6⁷/₈,插页2 字数152千字印数1—2,370

1986年11月北京第1版1986年11月北京第1次印刷

统一书号15063·3859定价1.50元

前 言

现在越来越多的人对系统的数学模型感兴趣，因为它对科学研究及指导生产都有非常重要的意义。给一个系统建立数学模型是一个比较复杂的工作。其中关键的一个环节就是辨识。

辨识的理论与技术在近年来发展得很快，这是有它的实际背景的：

1. 各行各业的科学研究与工程技术中都有很多问题要应用辨识技术来解决。为了要深入研究一个系统，就要对该系统进行认真地分析，因而需要建立该系统的数学模型。与此同时，由于其它基础学科的发展，也使得建模问题日益走向成熟。

2. 在一个实际建模过程中，一般要读取大量数据并进行反复计算。近年来计算机技术迅速发展和普及，这就为辨识技术的应用创造了良好的条件。

3. 现代控制理论自创立以来发展得很快并在航天航空领域的应用方面获得了极大的成功。但在工业应用方面还不够。其中一个重要原因就是辨识技术跟不上，因而迫切需要在辨识理论与技术方面有较大的进展。

目前在国内外，很多研究数学以及自动控制的人都把目光投向了辨识理论与技术的研究，因而辨识技术就自然地留下了控制理论的痕迹，使得很多文献都引用较多的数学与控制理论方面的概念与定理。但是，辨识技术绝不是仅仅为控

制问题服务的。为能帮助各行各业的科技工作者熟悉辨识技术，本书主要从实际的角度来介绍一些辨识算法。对于必不可少的公式、定理尽量给出直观解释。书中的主要内容不涉及控制方面的概念与定理，只是作为例子或把问题引伸，也谈到在自动控制方面的问题。书中所介绍的辨识方法、算法是着眼于解决动态问题的。不过，一个静态问题也可以看成是动态问题的特例，而把静态问题处理得更好。为此，书中还通过实例说明线性回归问题与在线的最小二乘算法之间的联系。希望这些努力能帮助读者把理论与实际结合起来。

要使用辨识技术解决实际问题，就要编写计算程序。为使读者对算法有进一步的了解，书中也介绍了几个算法程序。这些程序都曾在几个不同的计算机（包括微型计算机）上算过，同时还简单地介绍了编写程序中的一些问题。任何一种计算方法都可以由不同的程序来实现，书中所介绍的程序可能不是最优的，仅供读者参考。

尽管本书作了很多努力来对各种数学问题作出直观解释，但由于辨识本身是应用数学的一个分支（统计学中的参数估计问题），不可避免地要涉及到一些数学概念。本书要求读者具有初步的线性代数与概率统计的知识。同时也要对FORTRAN算法语言有初步地了解。这相当于工科大学高年级学生的水平。

书中几乎每节后面都有讨论题。它们是本书的一个重要组成部分。其目的是加深对该章节内容的理解。书后还附有参考答案。

刘豹教授审阅了本书并给予很多指导。另外，张世英副教授也曾给予了很多帮助，在此一并衷心感谢。

由于作者水平有限，时间又很仓促，书中一定存在不少缺点和错误，敬请读者批评指正。

姜 伟

一九八五年八月于天津大学

目 录

第一章 系统、模型与辨识	1
§1.1 系统与辨识.....	1
§1.2 连续系统与离散时间系统.....	7
§1.3 离散系统与差分方程.....	10
§1.4 随机系统.....	21
第二章 最小二乘法	27
§2.1 最小二乘法.....	27
§2.2 最小二乘估计值的统计性质.....	31
§2.3 最小二乘的递推算法.....	36
§2.4 多个观测值的递推算法.....	41
§2.5 渐消记忆递推算法.....	43
§2.6 半递推法.....	55
§2.7 递推算法的初值问题.....	62
§2.8 参数个数的递推.....	64
§2.9 计算方面的问题.....	67
§2.10 H变换法.....	72
§2.11 修正平方根滤波算法.....	83
§2.12 限定记忆最小二乘法.....	90
§2.13 多输入多输出系统问题.....	94
§2.14 线性回归与在线最小二乘估计的联系.....	100
§2.15 小结.....	104
第三章 几种其它的辨识方法	106
§3.1 最小二乘法的理论缺陷.....	106
§3.2 辅助变量法.....	110

§3.3 广义最小二乘法·····	114
§3.4 增广矩阵法与近似极大似然法·····	123
§3.5 随机逼近法·····	125
§3.6 小结·····	127
第四章 系统阶数的辨识 ·····	131
§4.1 系统的阶数和阶数辨识·····	131
§4.2 损失函数检验法·····	134
§4.3 白度检验法·····	140
§4.4 极零点检验法·····	145
§4.5 小结·····	147
第五章 辨识试验与应用 ·····	151
§5.1 系统仿真- 辨识试验 ·····	151
§5.2 辨识试验设计·····	162
§5.3 最大M序列·····	173
§5.4 应用举例·····	179
§5.5 程序中常见错误的分析 ·····	186
讨论题参考答案 ·····	197
附录1 两个求逆公式的证明·····	207
附录2 单位延迟算符多项式的逆运算·····	209
附录3 平方根法求解正定方程组程序·····	210
附录4 解三角方程·····	211
参考文献 ·····	212

第一章 系统、模型与辨识

§ 1.1 系统与辨识

一、系 统

在科学研究与工程技术领域中，经常会遇到“系统”这个词。比如在医学上，把骨、关节和骨骼肌的组合叫做运动系统，它具有使人的肢体产生各种运动的功能；在工业上，把发电厂、变电站和输电线路的组合叫做电力系统，它为国民经济各领域提供电能；在生产中，把生产装置，测量仪表和调节器的组合叫做自动调节系统，它具有自动稳定生产条件的功能。概括地说，我们所关心的那些研究对象的组合就可以称为“系统”。这些研究对象是按一定规律组合起来的，这样的组合是为一定的目的服务的。

由于客观事物之间有着千丝万缕的联系，这些只把所关心的对象组合起来所构成的系统就必然会受到该系统以外的各种因素的影响。比如，运动系统必然会受到神经系统和循环系统的影响；电力系统必然受到原料、气候与负荷的影响；由于化工自动调节系统只检测有限的一些工艺参数，就必然受到那些简化掉的因素（如原料成份等）的影响。我们把这些不属于该系统但又影响系统运行的因素称为“环境”。

在实际问题中，有的研究对象单一，组合简单，被称为小系统；而有的研究对象的环节较多，组合复杂，被称为大

系统。比如一个贮水池，虽然它的体积很大，但可能是一个很简单的小系统；而一只麻雀虽然个头很小，却是一个十分复杂的大系统。一个大系统总是可以分成若干个较小的子系统。如麻雀就可以看成是由神经系统、消化系统等子系统构成。

最初，人们是用“系统”来描述实实在在的物体。后来，随着研究工作的深入，“系统”一词变得更加抽象、更加广义。比如一种自然现象，一个化工过程都可以看成是一个系统。

建立了系统这一概念之后，就可以在纵横交错的客观事物之中理出个头绪，以便更好地了解它、掌握它和控制它。

二、模型及其分类

为了研究系统的特性，就应当对它的输入输出变量进行观察（测量）。人们对系统的了解都是从观察开始的。通过这些观察，再经过进一步的研究与加工，便可以建立一个模型。模型是一个系统本质方面的表达，是原系统的一种近似。由于建立模型的目的不同，对“本质方面”的看法不同，也就有可能建立起完全不同的模型。拿飞机来说，如果建立模型的目的着重外观方面，就能制造出外观和真飞机十分相似的飞机模型。但是，它可能不会飞。如果建立模型着重于它的飞行能力方面，则可以制造出外形并不美观的模型，但是它能在空中飞。小学生玩的纸飞机就是这样的一个例子。虽然以上两种模型都描述了原系统的某些性质，但是它们之间的区别是很大的。另一方面，由于我们着重于系统的“本质方面”，模型也就成了一个抽象化的产物。这样一来，即使完全不同的系统，也有可能用同一模型来描述。

例如一个离心泵和一节电池表面上是完全不相同的东西。但都可以看成是由一个理想的“压力源”与一个“阻”串联而成的系统。当输出流量（液体流量或电流量）为零时，系统给出最高的“压力”（液体压强或电压）；而当流量增加时，输出的“压力”就减小。它们具有相同的外部特性，因而也就可以用一个模型来描述。这两个系统的模型不但结构相似，甚至参数都可能相同。

模型可以有不同的表达方式。它们可以是概念性的、物理的或是数学的。这取决于建模的背景以及所利用的知识。哥白尼的日心说（太阳系模型）就是概念性的或者说成是个物理模型。而后经过多卜勒的努力，太阳系的模型才成为一个数学模型，于是各行星的运动规律就可以用数学语言表达，并可以准确预报它们的位置。

按照各种不同的用途又可以把模型分为自动控制用的、预报用的和科学研究用的模型。自动控制用的模型要有较高的精度，能准确地、充分地反映系统的动态特性。预报用的模型是用来预测系统的变化趋势，使我们能进一步掌握系统的运动规律。这样，我们就能够在必要时对将要发生的情况作出应变措施。一般来说，这种模型是在我们无法对系统进行控制时而采用的。比如，太阳系模型就是一种预报模型，它能预报什么时间发生日蚀。但各星体的相对位置是人力不可能改变的。气象模型也是一种预报用的模型，使我们能对未来的天气变化准备应变措施。当然，随着人工降雨的成功，在局部环境内也有可能将这个预报模型变成控制（不是自动控制）用的模型。当我们对客观规律了解较肤浅时，就只能建立研究用的模型了。这种模型可以给出有关的知识，并对某些观察结果进行解释，为进一步研究提供线索。比如玻尔

的原子模型就是这样的模型。

自动控制用的模型不但能精确预报系统的状态，而且还可以通过计算机自动地对系统进行控制。在控制过程中，一般不需要，也不允许人去干预。因而在精度与可靠性等方面要求较高。任何一次计算错误都可能使系统工作不正常。预报模型是向人提供参考信息，最终的决策是由人来完成的。如果预报值与设想的情况差别较大，我们可以进一步分析、计算。因而预报模型就允许稍微粗糙些。研究用的模型则往往只是一种假说，因而在模型与实际之间有时会出现较大的差异。

自动控制用的模型与预报用的模型虽然能代表系统的运动规律，但由于建立模型的目的、要求与手段等方面的限制，往往忽略掉其内部的一些细节，因而模型中的各个参数没有明显的物理意义。而研究用的模型往往从理论出发，于是各变量及参数有明确的物理意义。这样的模型也称为机理模型。但是，机理模型一般都十分复杂，很难实时地给出系统的动态特性。

当然，模型还可以为设计、调整和检修系统提供依据。这样的模型就是设计用的了。比如要设计一个化学反应器，就可以在实验室中摸索到工艺条件之后，用所建立的数学模型来设计生产中使用的巨型反应器（大的反应器并不是由小的反应器按几何尺寸放大而得到）。

三、数学模型与辨识

在工程实践中，人们最关心的是数学模型。数学模型，说到底，就是一个（或一组）方程式。这个方程式是用来描述该系统的运动规律的。建立数学模型有两条途径。一条途

径是根据系统本身的运动规律（物理的和化学的）来建立模型。这样的模型称为机理模型。它的突出优点是：方程中每个系数都有其明确的物理意义。但是，一般系统的运动规律都很复杂，常常是非线性的，有时是用偏微分方程描述的。因而不得不进行一些必要的简化。这样一来，模型的精度就降低了，同时各参数的物理意义也会变得比较含糊起来。而且，这样的模型都是为某个特定系统设计的，故通用性差。

为了避免建立机理模型时所遇到的困难，有时干脆抛开系统的运动机理，而根据系统的输入输出数据，用数学（统计学）的方法建立一个结构比较简单的数学模型。这是建立模型的第二条途径。这样的数学模型中的参数便没有明确的物理意义，但它能以一定精度描述原系统的变化情况，这种模型特别适合作控制与预报用。这样的模型可以称为统计模型。它与经过大量简化的机理模型相比，精度并不差。它不是从系统的运动规律推导出来的，因而通用性好。

如果只知道作用在一个系统上的若干输入量和输出量，或是只知道系统与外界联系的通道，而对其内部的机理、结构等一无所知，这个系统便称为“黑箱”。要对黑箱问题建立机理模型是不可能的。我们只能根据它的输入输出特性去建立统计模型。不过，工程实际中的黑箱问题并不多。对大部分问题，我们有一些先验的知识，或知道它的大致结构。有时，在众多的输入量之间，我们还知道哪些输入量是起主要作用的。甚至有时还能知道参数的大致范围。象这样的系统就称为“灰箱”，或者说这个箱子是“半透明”的。

不管是黑箱问题还是灰箱问题，也不管是机理模型或是统计模型，最终，模型的方程式中的各个参数是不知道的或是无法准确计算的。确定这些参数的工作就叫参数辨识，或

参数估计。确定系统结构的工作叫做结构或阶数辨识。之所以把这些工作称之为“估计”而不是“计算”或“确定”，是因为这里面有很多不确定因素。比如，要想知道一根轴的直径，可以用游标卡尺测量十次，然后取平均值。这个“平均值”就是一种估计值而不是真值。由于测量误差这个不确定因素的存在，我们只能在“测量误差的平均值为零”的假设下得到这个估计值（设系统误差为零）。

建立数学模型的整个过程简称为建模。如果是建立机理模型，那么只有在确定参数时才用到辨识技术。而对于统计模型，模型的结构以及参数都需要辨识。

在近年来，由于计算机技术的发展与普及，辨识技术获得了很快的发展。有了计算机才能迅速、准确地处理大量的数据。再加上检测技术的进展，使得辨识工作可以在系统与计算机联机的情况下“在线”地进行。比如要做一个大型的化工实验，就可以建立一个计算机数据采集及处理系统。成千上万的数据不是用人工而是自动地送入计算机。计算机可以一边读入数据，一边计算处理。不但可以实时给出计算结果，同时还可以解决动态问题以及慢时变系统问题。静态问题亦可看成是动态问题的特例，应用实时处理的辨识算法不但可以获得很多方便，还可以得到无偏的参数估计值。当然，以参数辨识为基础的自适应控制器还能解决常规控制仪表无法解决的控制问题。一般来说，不管是控制问题还是非控制问题，辨识方法优于传统方法；特别是在那些应用传统方法很困难的问题上。

§ 1.2 连续系统与离散时间系统

一、离散时间系统

工程上大部分系统都是（时间）连续的。系统中的各个变量都是时间 t 的函数。在时间 t 不断变化过程中，各变量也不断变化，没有间断的时刻。比如一个飞机的飞行轨迹，一个流场的流动情况等等都是连续的。

离散时间系统（以下简称为离散系统）是针对连续系统而言的，它的自变量 t 仅仅取一些固定的值。一般来说，在这些固定值中，相邻的两个值有着固定的间隔。也就是说，时间 t 是按周期 T 取值的。因而是离散的。系统中各变量只有在 t 取值时才出现。比如正弦函数 $\sin \alpha$ 就被离散化后印在数学用表上；一个反应罐的温度变化情况本来是连续的，但由于每分钟取一次数据，而最终得到的是一些离散点。之所以把这些问题离散化，是由于我们受到测量工具与计算工具的限制。本来模拟计算机加上相应的检测仪表可以处理连续系统的问题，但所花的代价较高。模拟计算机在精度、通用性、价格与处理问题能力等方面不如数字计算机。所以，目前通用的是数字计算机。数字计算机在近年来得到了极大的发展和普及，因此往往把“数字”二字省掉，简称为计算机。因为计算机只能接受离散信号、输出离散信号，所以要使用计算机解决问题，就得把连续系统离散化，这样的离散系统也称为采样系统。

二、离散化与采样开关

在检测工具较落后的情况下是用人工来把系统离散化

的。比如每隔十分钟去看一次仪表并读取数据。随着检测技术的发展,离散化工作以及数据记录工作都可以自动完成。在近年来,由于计算机外围设备的不断完善,采集数据的工作可以与计算机联机地、在线地进行。而计算机计算的结果,可以以离散方式输出,也可以经保持器变为连续信号再输出。这样的一个计算机数据采集(与控制)系统可以象图1.2.1那样组成。

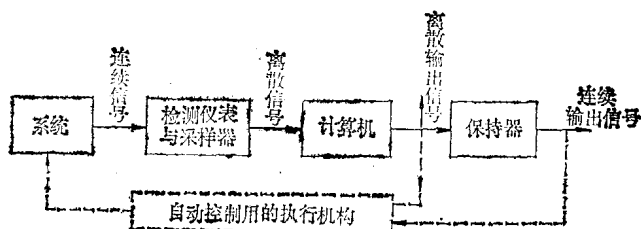


图 1.2.1 计算机数据采集(与控制)系统

图中的采样器是个定时开关。它可以是机械的(继电器类),也可以是电子的。平时呈断路状态。当需要采样时,它就在极短的时间内接通。此刻的信号值便可以输入到计算机内部。经采样后,一个连续信号就变成离散的数值序列了。从时间起点 $t=0$ 开始,采样的时间依次为 $0, T, 2T, 3T, \dots, kT, \dots$ 。一般的采样周期 T 都是常数。为书写简便,就以 T 为时间单位,而不去写它。因而采样时间就依次是 $0, 1, 2, 3, \dots, k, \dots$ 。有时也称为第几拍或第几步。如果把连续的时间函数 $y = \sin t$ 离散化(采样周期为 π/θ),就得到离散序列: $y^*(0)=0, y^*(1)=1/2, y^*(2)$

$=\sqrt{3}/2$, $y^*(3)=1$, ……。其中第 k 拍 $y^*(k)=\sin(kT)$ 的自变量是 $kT=k\pi/6$ 。用这种方法表示时, 括号里的数只是相当于一个下标。

计算机接收到离散序列信号后, 便可以对其进行计算、处理。计算的结果也当然是离散的。这个离散序列信号可以直接用来研究、分析或是控制, 也可以将其转化成连续信号后再进行处理。这时就要使用保持器。

保持器就是将离散序列信号变为连续信号的装置。最简单的保持器是零阶保持器, 它的输出在两次采样瞬时之间保持常量。如图 1.2.2(c) 所示。它将某一采样时间 k 所得到的函数值继续维持 (外推) 到下一个采样时间 $k+1$; 而将采样时间 $k+1$ 所得到的新的函数值又外推到 $k+2$; 依次类推, 其中 $k=0, 1, 2, \dots$ 。

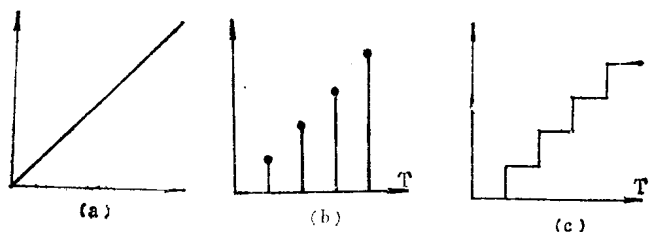


图 1.2.2 经过采样器与保持器以后的信号

(a) 一输入的连续信号; (b) 一经采样器后的离散信号; (c) 一经一阶保持器后恢复的时间连续信号

除此之外, 还有一阶保持器。在两次采样瞬时之间, 它的函数值是按线性增长的。它的线路较复杂, 而且对于高频信号产生的相移较大, 实际性能反不如零阶保持器。更高阶