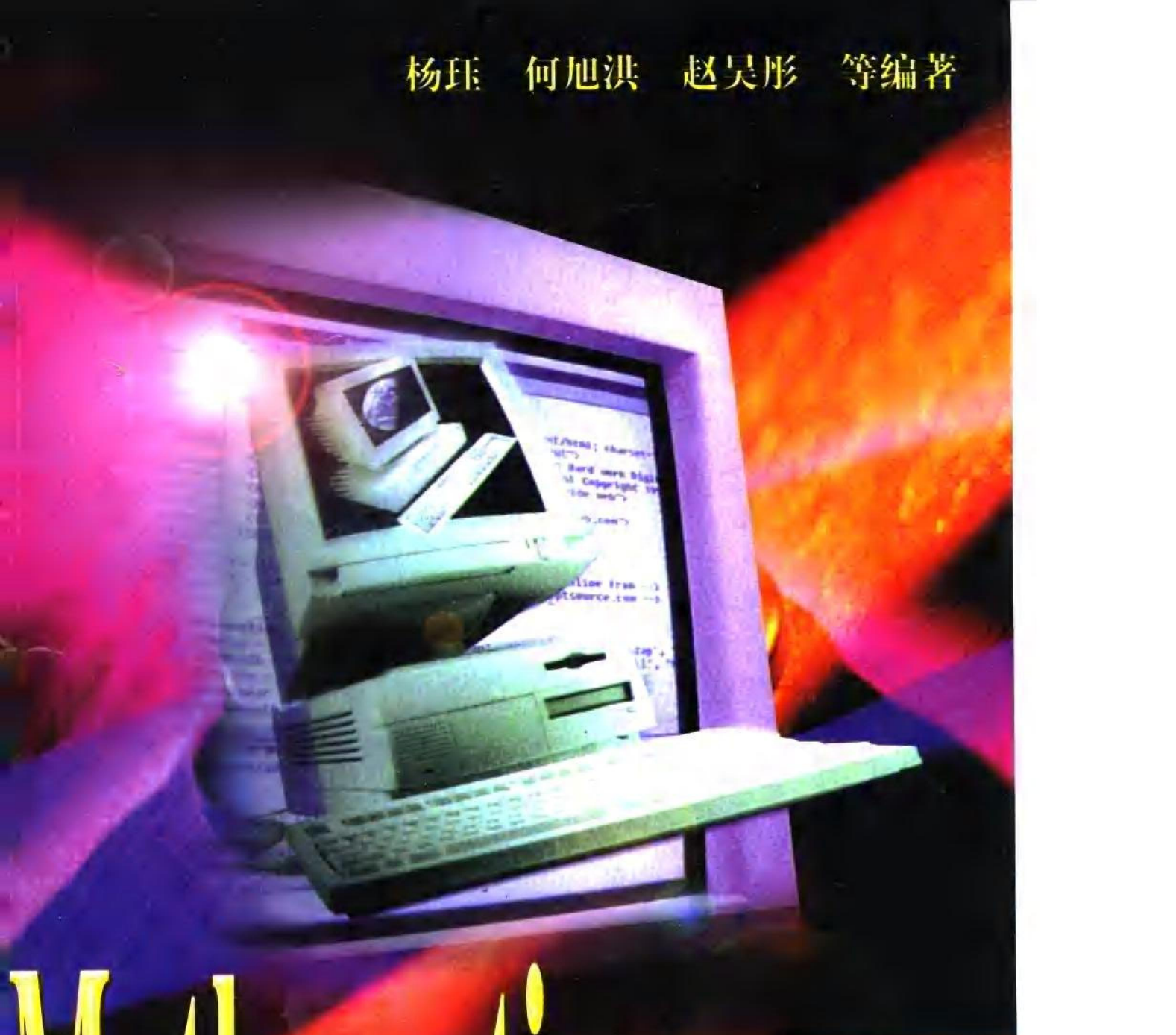


杨珏 何旭洪 赵吴彤 等编著



Mathematica

**应用
指南**

人民邮电出版社

JS61/12

Mathematica 应用指南

杨珏、何旭洪、赵昊彤 等编著

人民邮电出版社

内 容 提 要

本书详细讲解了 Mathematica 的基本原理、使用方法和规则。全书共包括 18 章, 由浅入深地进行讲解。第一章讲述了 Mathematica 的基本原理, 使读者对该软件有一个总体上的认识。第二章到第九章讲述了 Mathematica 的各种基本操作, 包括基本的运算功能、常用菜单操作、字符串的输入、表达式的结构、数的类型和精度、函数运算和数值处理等几部分内容。第十章到第十八章讲述了使用 Mathematica 的一些比较高级的技巧。

本书内容丰富、深入浅出、条理性强。为了便于读者理解, 书中还包含了很多典型的例子。本书可供从事数学、计算技术、计算机应用等方面的科技人员, 工程技术人员以及广大的院校师生阅读参考。

Mathematica 应用指南

◆ 编 著 杨 珏 何旭洪 赵昊彤

责任编辑 张立科

◆ 人民邮电出版社出版发行 北京市崇文区夕照寺街 14 号

北京朝阳展望印刷厂印刷

新华书店总店北京发行所经销

◆ 开本: 787×1092 1/16

印张: 26.5

字数: 659 千字

1999 年 10 月第 1 版

印数: 1-5 000 册

1999 年 10 月北京第 1 次印刷

ISBN 7-115-08221-9/TP·1394

定价: 39.00 元

前 言

Mathematica 是由美国 Wolfram 公司研究开发的一个著名的数学软件，它提供了与 Mathcad 和 Matlab 这两个数学软件同样强大的功能，能够完成符号运算、数学图形绘制、甚至动画制作等多种操作。但与 Mathcad 和 Matlab 相比，Mathematica 显得小巧得多。Mathematica 的基本系统主要是用 C 语言开发的，因而可以比较容易地移植到各种平台上。Mathematica 的优势主要是符号运算和强大的图形处理功能，Mathematica 处理的图形质量好，而且自成一體。

Mathematica 是一种强大的数学计算、处理和分析的工具，主要用于解决研究和工程计算领域中的问题，也可处理一些比较基本的数学计算。因为 Mathematica 主要是面向有一定数学知识但并不具有较多的计算机知识的用户，所以在科学研究单位和学校中有广泛的应用，Mathematica 已经成为工程研究人员和学生的最得力的帮手。

Mathematica 是一个交互式的计算系统，计算是在用户和 Mathematica 互相交换、传递信息数据的过程中完成的。Mathematica 系统所接受的命令都被称作表达式，系统在接受了一个表达式之后就对它进行处理，然后返回计算结果。在输入一个数学公式、方程组、矩阵之后，计算机能直接给出结果，用户无须考虑中间的计算过程。Mathematica 直接支持符号运算，用户只要在计算机上输入数学公式、符号和等式等，就可以很容易地算出代数、积分、三角以及很多科技领域中的复杂表达式的值。Mathematica 具有显示数学表格和图形的功能，可使用户对问题的理解更加形象和具体。

参加本书编写的人员包括：赵昊彤、何旭洪、杨珏、林勇、宋征、邢庆子、徐扬、谢国锋、王保东、袁亚玓、刘韬、程卫峰、黄诚昆、钱力鹏、吴频、程凡、岳进、闫华文、莫微、钟明、王远。

由于作者的水平有限，加上时间紧促，书中的错误在所难免，请广大读者批评指正。

编者

1999 年 8 月

目 录

第一章 Mathematica 概述	1
1.1 Mathematica 的工作环境	1
1.2 Mathematica 的基本功能	2
1.3 Mathematica 的系统结构	4
1.4 Mathematica 的接口	6
1.4.1 Text based 接口	7
1.4.2 Notebook 接口	9
1.4.3 Mathematica 中的多级细胞结构	9
1.4.4 Mathematica 的软件包	9
1.5 从 Mathematica 中获得信息	10
1.5.1 获得帮助信息	10
1.5.2 提示信息	11
第二章 Mathematica 的各种运算	12
2.1 Mathematica 的算术运算	12
2.1.1 算术运算	12
2.1.2 运算的精确值和近似值	13
2.1.3 任意精度的计算	14
2.1.4 使用 Mathematica 的数学函数	14
2.1.5 使用复数	15
2.1.6 Mathematica 中对用户每次计算的处理	16
2.2 使用 Mathematica 做进一步计算	16
2.2.1 使用 Mathematica 中的输入平台	16
2.2.2 使用前面的计算结果	19
2.2.3 定义变量	20
2.2.4 使用集合	21
2.2.5 对集合元素进行处理	22
2.2.6 Mathematica 中的四种括号	22
2.2.7 不显示结果的计算	23
2.3 Mathematica 的代数运算	23
2.3.1 符号运算	23
2.3.2 给符号赋值	24

2.3.3	消除变量的值	25
2.3.4	用不同的形式表示表达式	26
2.3.5	挑选表达式中符合要求的项	29
2.3.6	控制复杂表达式的显示	29
2.3.7	Mathematica 对符号运算的限制	30
2.3.8	用符号做标记	30
2.4	符号数学	31
2.4.1	微分运算	31
2.4.2	积分运算	32
2.4.3	求和运算与求积运算	33
2.4.4	逻辑运算	34
2.4.5	用 Mathematica 解方程	36
2.4.6	微分方程	39
2.4.7	幂级数	39
2.4.8	极限	40
2.4.9	使用符号数学的软件包	40
2.5	数值数学	41
2.5.1	基本方法	41
2.5.2	和、积、积分运算	42
2.5.3	方程的解	42
2.5.4	极小值问题	43
2.5.5	Statistics 软件包	44
第三章	Mathematica 的基本菜单操作	46
3.1	File 菜单	46
3.2	Edit 菜单	50
3.3	Cell 菜单	54
3.4	Format 菜单	58
3.5	Input 菜单	66
3.6	Kernel 菜单	73
3.7	Find 菜单	74
3.8	Window 菜单和 Help 菜单	76
第四章	特殊格式和特殊字符的输入	78
4.1	输入特殊字母	78
4.1.1	利用输入平台	78
4.1.2	使用字母标准的名称	79
4.1.3	使用字母的别名	80
4.2	输入特殊格式的表达式	80

4.2.1 简单的运算格式	80
4.2.2 较复杂的运算格式	81
4.3 输入特殊符号	82
4.4 建立自己的输入平台	84
第五章 表达式的结构、属性和高级计算	86
5.1 什么是表达式	86
5.1.1 任何东西都是表达式	86
5.1.2 表达式的含义	87
5.2 表达式的输入方式	88
5.3 表达式的组成部分	89
5.4 表达式的运算	91
5.5 表达式的树形结构	91
第六章 数的类型和精度	95
6.1 数的类型	95
6.2 不同类型数之间的转换	97
6.3 数的精度	99
6.4 任意精度数的计算	101
6.5 机器精度数的运算	103
6.5 有关数的高级专题	105
6.5.1 算术区间	105
6.5.2 不定结果和无穷结果	106
6.5.3 利用属性控制数值精度	108
第七章 Mathematica 的函数	109
7.1 Mathematica 函数初步	109
7.1.1 定义函数	109
7.1.2 功能函数	110
7.1.3 重复操作函数	111
7.1.4 函数的变换规则	112
7.1.5 使用 Mathematica 编写程序	112
7.2 数学函数	113
7.2.1 命名原则	113
7.2.2 数值函数	113
7.2.3 随机函数	114
7.2.4 整数函数和数论函数	116
7.2.5 组合函数	119
7.2.6 初等超越函数	121

7.2.7	多值函数	123
7.2.8	Mathematica 中的数学常数	125
7.2.9	正交多项式	127
7.2.10	特殊函数	128
7.2.11	椭圆积分和椭圆函数	131
7.2.12	统计分布和相关函数	131
7.3	函数运算	134
7.3.1	用作表达式的函数名	134
7.3.2	重复运用函数	135
7.3.3	对集合和表达式进行函数运算	137
7.3.4	纯函数	141
7.3.5	建立函数集合	142
7.3.6	应用函数来获取表达式的项	143
7.3.7	对函数操作符的运算	144
7.3.8	结构运算函数	145
第八章	数学运算	149
8.1	代数运算	149
8.1.1	多项式运算	149
8.1.2	关于有理式的运算	154
8.1.3	三角函数表达式	155
8.1.4	含有复数变量的表达式	156
8.1.5	表达式化简	157
8.2	方程变换	159
8.2.1	方程的解和表达式	159
8.2.2	一元方程	160
8.2.3	有关 Roots 的深入讨论	161
8.2.4	联立方程	162
8.2.5	包含函数的方程	163
8.2.6	求方程的全部解	165
8.2.7	有关方程解的存在性的深入讨论	166
8.2.8	消去方程组中的变量	167
8.2.9	解条件方程	168
8.2.10	解逻辑符合方程	169
8.2.11	解同余方程	170
8.2.12	建立代数转换法则	171
8.3	微积分	172
8.3.1	微分	172
8.3.2	全微分	173

8.3.3	关于未定义函数的微分	174
8.3.4	有关微分表示法的讨论	175
8.3.5	定义微分	177
8.3.6	不定积分	178
8.3.7	不可求的积分	179
8.3.8	定积分	180
8.3.9	微分方程	183
8.4	幂级数、极限和余式	185
8.4.1	幂级数展开	185
8.4.2	有关幂级数的生成	186
8.4.3	幂级数的运算	187
8.4.4	幂级数的合成与反演	188
8.4.5	解幂级数方程	189
8.4.6	求和函数	190
8.4.7	极限	190
8.4.8	留数	192
8.5	线性代数	192
8.5.1	构造矩阵	192
8.5.2	获取矩阵元	194
8.5.3	标量、矢量和矩阵	194
8.5.4	矢量和矩阵的乘法	196
8.5.5	求逆矩阵	197
8.5.6	矩阵的基本运算	198
8.5.7	求解线性系统	200
8.5.8	特征值和特征向量	203
8.5.9	矩阵的分解	204
8.5.10	张量	205
8.6	Mathematica 的集合操作	207
8.6.1	集合及制表	207
8.6.2	向量和矩阵	210
8.6.3	集合运算的函数	215
第九章	数值处理	224
9.1	曲线拟合和函数插值	224
9.2	傅里叶变换	231
9.3	有关函数的数值处理概述	234
9.4	数值积分	236
9.5	积、和的数值计算	238
9.6	方程根的数值解	239

9.7	微分方程的数值解.....	240
9.8	函数极值.....	246
第十章	利用 Mathematica 输出图形和声音.....	249
10.1	基本的一元函数作图.....	249
10.1.1	基本图形.....	249
10.1.2	图形的输出.....	251
10.1.3	作图参数的选择.....	252
10.1.4	函数图形的重画.....	257
10.1.5	默认参数的重新设置和查看.....	261
10.2	二元函数作图.....	263
10.2.1	等值线图、密度图.....	263
10.2.2	三维作图.....	265
10.2.3	二元函数不同类型图形间的转换.....	269
10.3	利用多个数据点作图.....	270
10.3.1	ListPlot 函数作图.....	270
10.3.2	其它函数作图.....	272
10.4	画参数图.....	272
10.4.1	二维参数方程图形.....	272
10.4.2	三维参数方程图形.....	274
10.5	一些特殊图形.....	277
10.6	动态图形.....	279
10.7	利用 Mathematica 构造声响.....	280
10.7.1	产生声音.....	280
10.7.2	声音构造.....	282
第十一章	文件的输入和输出.....	284
11.1	Mathematica 文件的读写.....	284
11.2	查找和操作文件.....	285
11.3	读入数据文件.....	287
11.4	产生 C、Fortran 语言的表达式.....	287
11.5	输出图形.....	288
11.6	在程序中结合 Mathematica 输出.....	290
11.7	与外部程序通信.....	291
第十二章	Mathematica 中的“模型”.....	293
12.1	引言.....	293
12.2	查找出与模型相匹配的表达式.....	295
12.3	模型的命名.....	296

12.4	在模型中规定表达式类型.....	297
12.5	限制模型.....	298
12.6	具有交换性和结合性函数.....	302
12.7	具有不定变量的函数.....	305
12.8	可选择变量和默认变量.....	306
12.9	模型重复.....	308
12.10	一般类型表达式模型.....	309
12.11	例子: 定义自己的积分函数.....	311
第十三章	变换法则和定义.....	313
13.1	运用变换法则.....	313
13.2	使用一组变换法则.....	315
13.3	函数定义.....	316
13.4	立即定义和延迟定义.....	317
13.5	能保存函数值的函数.....	319
13.6	定义的不同方式.....	321
13.7	修改内部函数.....	323
13.8	变换法则表.....	324
第十四章	输入、输出.....	326
14.1	输入、输出形式.....	326
14.2	简化输出.....	328
14.3	文本输出格式.....	330
14.4	数值的输出格式.....	332
14.5	表和矩阵.....	336
14.6	定义自己的输出格式.....	340
14.7	打印输出.....	342
第十五章	字符串、字符.....	343
15.1	字符串属性和运算.....	343
15.1.1	字符串属性.....	343
15.1.2	字符串运算.....	343
15.2	字符串模型.....	346
15.3	字符串中的字符集合.....	347
15.4	字符串中的一些特殊符号.....	349
第十六章	图形结构.....	352
16.1	Mathematica 中图形的结构.....	352
16.2	二维图形元素.....	355

16.3 图形参数设置.....	359
16.3.1 图形元素的颜色参数	360
16.3.2 点大小的参数.....	361
16.3.3 线的宽度和类型参数	361
16.3.4 图中作图	363
16.3.5 三维图形元素.....	364
16.3.6 三维图形参数.....	367
16.3.7 初级图形的生成	370
16.3.8 图形中的文本格式.....	371
16.3.9 文本图形基元.....	373
16.3.10 色彩输出.....	375
第十七章 对话全局观.....	378
17.1 对话主循环.....	378
17.2 对话.....	380
17.3 日期和时间函数.....	382
17.3 内存管理.....	384
17.4 系统信息.....	385
第十八章 使用 Mathematica 编程.....	387
18.1 全局量和局部量.....	387
18.2 程序的流程及其控制.....	391
18.2.1 顺序结构	391
18.2.2 循环结构	391
18.2.3 条件和分支结构	394
18.2.4 程序流程的控制	395
18.3 程序设计中的几个问题.....	397
18.3.1 程序中的注释	397
18.3.2 程序执行的中断和退出	397
18.3.3 程序的跟踪和调试	399
18.4 建立自己的程序包.....	403
18.5 程序执行过程中的输入和输出.....	406
18.5.1 输出	406
18.5.2 输入	406
18.6 错误处理.....	407
18.7 程序实例.....	408
18.7.1 验证哥德巴赫猜想	409
18.7.2 布朗运动	410

第一章 Mathematica 概述

Mathematica 的原始系统是由美国物理学家 Stephen Wolfram 领导的一个小组开发的，最初的目的是用来进行量子力学研究的。开发的成功促使 Wolfram 公司对 Mathematica 进行着不断地改进和提高，陆续推出 1.2 版、2.0 版等，目前最常用的版本是 Mathematica3.0。Mathematica 的基本系统是用 C 语言编写的，因此能够很方便地移植到各种计算机系统上。

Mathematica 是一种数学分析 (Math Analysis) 型的软件，以符号计算见长。其最大的优势在于用户可以得到解析符号解，只要用户愿意，还可以得到任意精度的数值解。Mathematica 拥有强大的数学计算功能，早期主要在数学、物理等理论研究领域中流传，近几年在工程技术领域中也已被广泛地应用。

Mathematicade 的功能非常多，不仅可以进行基本的计算，还可以进行图形、声音处理以及文件处理。本章就来介绍一下 Mathematica 的工作环境和其丰富多彩的功能。

1.1 Mathematica 的工作环境

当用户运行 Mathematica 时，将会首先出现如图 1-1 所示的窗口。

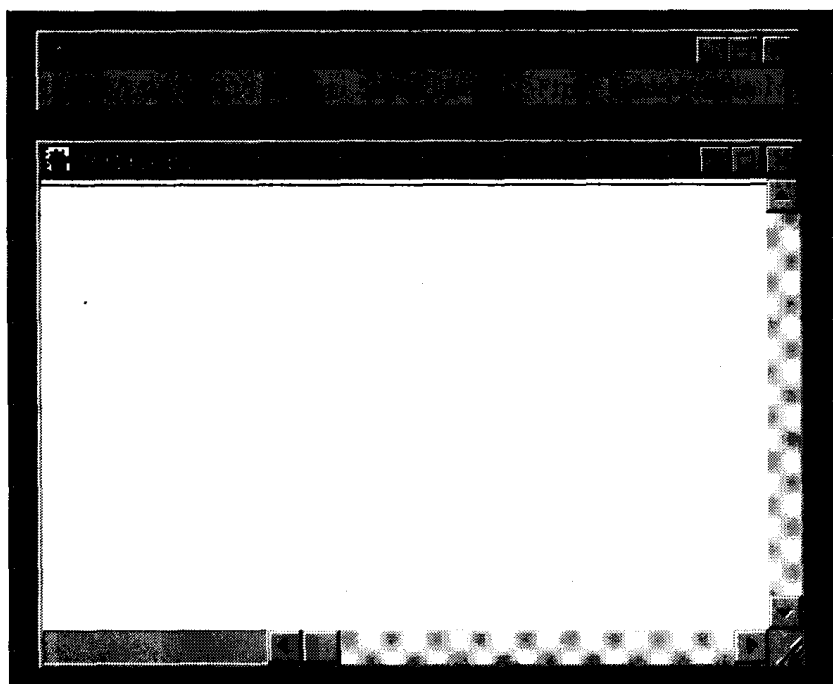


图 1-1 Mathematica 的工作环境

从图 1-1 中可以看到 Mathematic 的窗口与其它应用软件略有不同，它主要包括一个执行各种功能的工作条和一个工作区窗口，这两个部分是分开的。下面的工作区窗口可以随时

关闭，只留下工作条；或者有时需要打开多个工作区窗口，而这多个窗口也是彼此分开，可以独立进行操作，所以这种分开式的窗口结构使用起来是很方便的。

Mathematica 的基本用法并不复杂，首先单击工作区窗口，可以看到工作区窗口的标题栏以高亮度显示，表示该窗口被选中。然后输入希望的计算式，如“2+3”，然后同时按下“Shift”键和“Enter”键，执行该计算；可以再输入一个计算式“5-2”并执行该计算。计算的结果如图 1-2 所示。

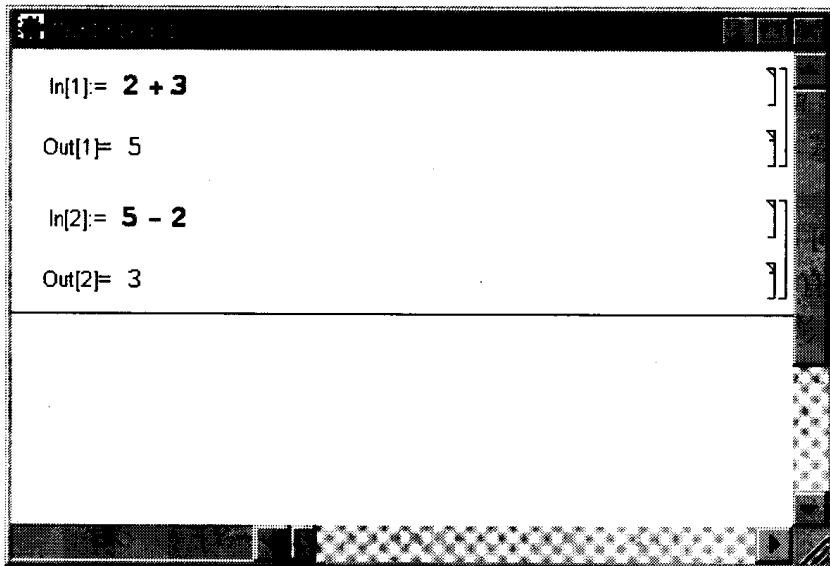


图 1-2 一个简单的执行结果

Mathematica 的几个简单使用方法：

- (1) 用户可以在选中的工作窗口中输入要计算的公式。
- (2) 每次使用 **Mathematica**，第一次计算时间总是比较长，因为 **Mathematica** 要进行一些初始化工作，从第二次计算开始就会很迅速了。
- (3) 用户输入计算公式时和普通的文本输入一样，**Mathematica** 将把每次的输入记录在案，并给每个输入记录用“**In[n]**”编号，计算结果用“**Out[n]**”编号，第 n 个计算结果对应第 n 个输入内容。
- (4) 用户输入完计算公式后，按下的“Shift”键和“Enter”键，**Mathematica** 将完成计算。
- (5) 用户的每一次输入和 **Mathematica** 的每一次输出，以及相对应的输入和输出，都被称为“细胞”。可以看到，细胞都用“**]**”来标识了。

1.2 Mathematica 的基本功能

使用 **Mathematica** 究竟可以做什么工作呢？除了计算还有那些功能？本节就来介绍一下 **Mathematica** 的基本功能。

(1) Mathematica 的基本计算功能

用户可以像使用普通的计算器一样使用 **Mathematica** 的基本计算功能。用户输入计算命

令, Mathematica 将给出计算结果。

下面就是一个简单的例子, 用户输入计算式后同时按下“Shift”和“Enter”, Mathematica 将给出计算的结果:

```
In[2]:= 3 + 8 - 4
```

```
Out[2]:= 7
```

Mathematica 可以自动调节计算结果的长度:

```
In[4]:= 8^111
```

```
Out[4]:= 17498005798264095394980017816940970922825355447145699491:
406164851279623993595007385788105416184430592
```

用户可以利用 Mathematica 的输入平台写出标准的计算式:

```
In[5]:= 12.5^3
```

```
Out[5]:= 1953.13
```

(2) Mathematica 的强大计算功能

Mathematica 最大的特点是进行符号计算, 下面有一个比较复杂的函数:

$$e^{\tan(x)} \cos(3+x \cos(x))(\cos(x)-x \sin(x))+e^{\tan(x)} \sec(x)^2 \sin(3+\cos(x))$$

可以用 Mathematica 求这个复杂的函数的不定积分:

```
In[11]:= Integrate[E^Tan[x] Cos[3 + x Cos[x]] (Cos[x] - x Sin[x]) +
E^Tan[x] Sec[x]^2 Sin[3 + x Cos[x]],
x]
```

```
Out[11]:= E^Tan[x] Sin[3 + x Cos[x]]
```

可以用 Mathematica 解方程, 求出方程的精确结果:

```
In[14]:= Solve[Sqrt[x] + a == 2 x, x]
```

```
Out[14]:= {{x -> 1/8 (1 + 4 a - Sqrt[1 + 8 a])}, {x -> 1/8 (1 + 4 a + Sqrt[1 + 8 a])}}
```

还可以用 Mathematica 求矩阵的特征值:

```
In[12]:= Eigenvalues[{{1, 2, 3},
{4, 5, 6},
{7, 8, 9}}]
```

```
Out[12]:= {0, 3/2 (5 - Sqrt[33]), 3/2 (5 + Sqrt[33])}
```

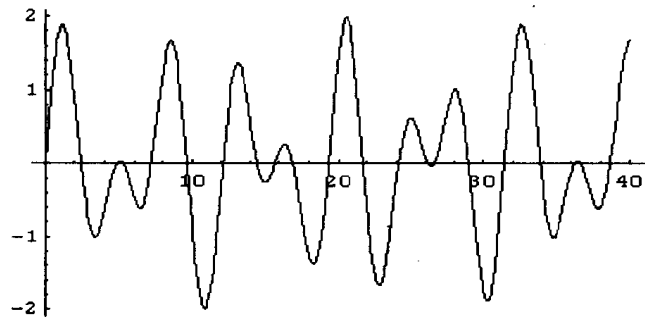
(3) Mathematica 的绘图功能

Mathematica 具有强大的图形功能。用户可以使用 Mathematica 作出各种函数的二维或三维图形。如图 1-3 是函数 $\sin(x)+\sin(1.6x)$ 的二维图形。

用 Mathematica 还可以绘制出函数的三维图形。函数 $\sin(xy)$ 的图形如图 1-4 所示。

这里只列出 Mathematica 的一小部分功能, Mathematica 还能进行很多复杂的数学运算。后面的章节中将陆续介绍到这些功能。

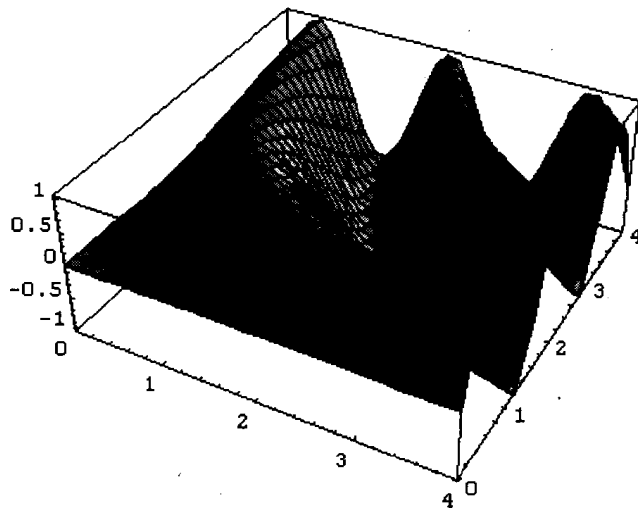
```
In[13]= Plot[Sin[x] + Sin[1.6 x], {x, 0, 40}]
```



```
Out[13]= - Graphics -
```

图 1-3 函数的二维图形

```
In[18]= Plot3D[Sin[x y], {x, 0, 4}, {y, 0, 4},  
PlotPoints -> 30]
```



```
Out[18]= - SurfaceGraphics -
```

图 1-4 函数的三维图形

1.3 Mathematica 的系统结构

Mathematica 的两个基本的组成系统就是 front end 系统和 Kernel 系统。用户在安装 Mathematica 后, 可以从“开始”菜单中看到这两个系统的执行程序。Mathematica 使用 front end 系统来管理与用户的交互, 而在计算中起主要作用的是 Kernel 系统。

Mathematica 中的 front end 系统中最一般的交互接口是 Notebook, 在 Notebook 中, Mathematica 可以把输入、输出以文本、图形、平台或其它方式显示出来。Notebook 是用户输入计算公式和得到计算结果的窗口。

Mathematica 包含了两个接口, front end 系统的主要接口是 Notebook, 而 Kernel 系统

的主要接口是 Text based, 用户通过 Notebook 接口与 Mathematica 进行信息交换, 而 Mathematica 会自己向 Kernel 发送和接受各种信息, 因为 Kernel 是 Mathematica 在进行各种计算时实际使用的系统。用户可以看到, 当打开一个 Notebook 窗口时, Mathematica 只执行了 front end 系统的程序, 而当用户开始进行计算时, Mathematica 将自动打开 Kernel 程序来处理各种计算过程。

这种关系如图 1-5 所示。

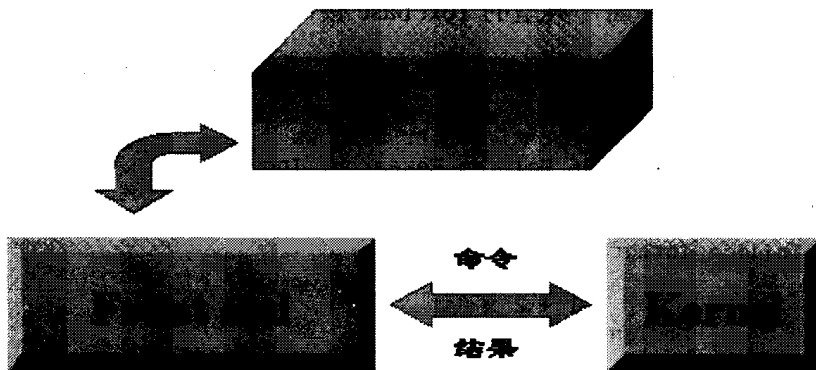


图 1-5 用户与 Mathematica 的关系

Mathematica 的 Notebook 接口包含了许多菜单和图形工具, 以使用户建立和阅读 Notebook 的文件。Notebook 可以说是一个图形界面, 用户在使用 Notebook 窗口时, 可以灵活地输入、输出各种计算公式和图形。

在很多情况下, 用户并不需要使用 front end 系统或 Notebook 窗口, 而可以直接使用 Mathematica 的 text based 接口。在使用 text based 接口时, 用户通过键盘向计算机按行连续输入指令, Mathematica 将在屏幕上连续地按行输出结果。

Mathematica 还有一个重要的特点, 不仅可以同用户进行交互, 还可以同其它程序进行信息交换。这主要是通过 MathLink 来实现。MathLink 是外部程序与 Mathematica 的 Kernel 系统进行交流的标准协议。

一段典型的用 C 语言代码写成的 Mathematica Kernel 与 MathLink 交流的信息如图 1-6 所示。

```
MLPutFunction(stdlink, "EvaluatePacket", 1);

MLPutFunction(stdlink, "Gamma", 2);
MLPutReal(stdlink, 2);
MLPutInteger(stdlink, n);

MLEndPacket(stdlink);
MLCheckFunction(stdlink, "ReturnPacket", &n);

MLGetReal(stdlink, &result);
```

图 1-6 Mathematica Kernel 与 MathLink 的交流信息