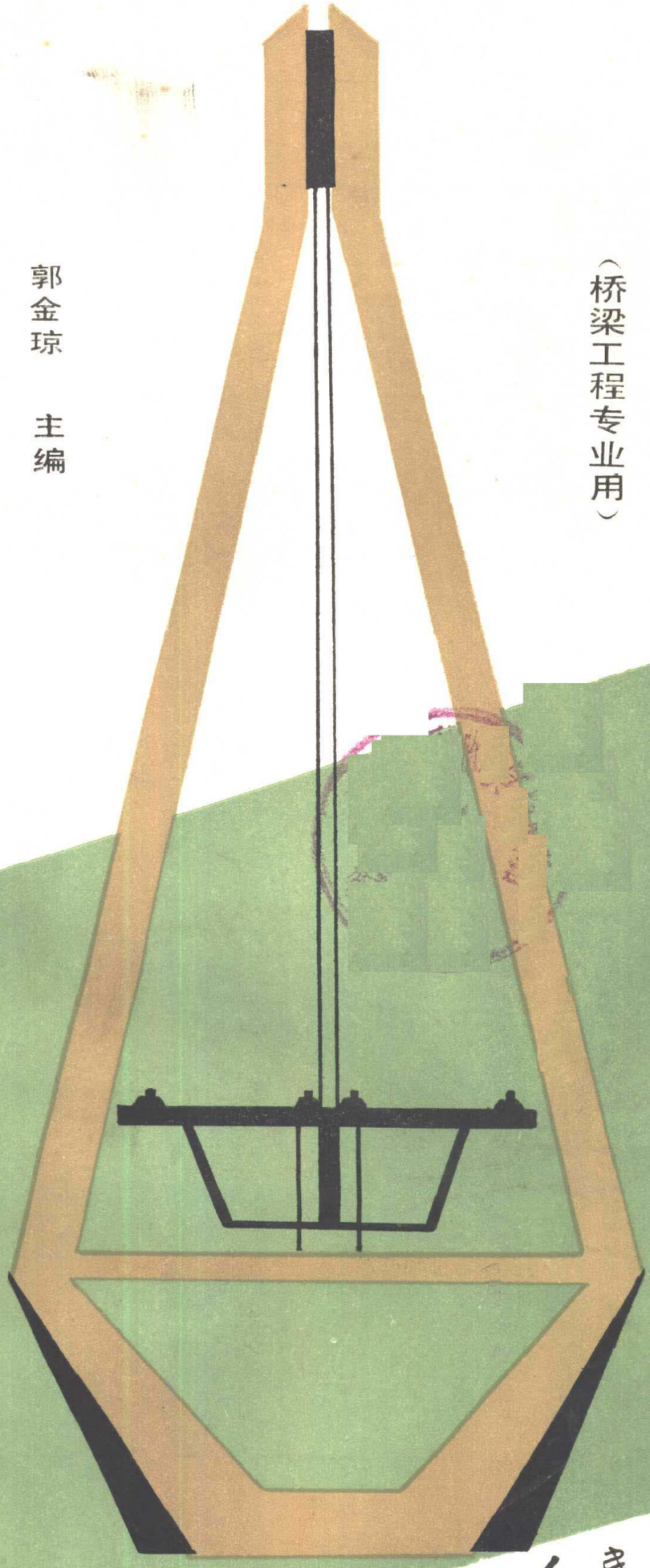
高等学校试用教材

箱形梁设计理论

（桥梁工程专业用）

郭金琼　主编



人民交通出版社

42.5

Xiangxingliang Sheji Lilun

箱形梁设计理论

（桥梁工程专业用）

郭金琼 主编

人民交通出版社

(京)新登字091号

内 容 提 要

本书为桥梁专业研究生教材。书中系统地介绍了箱形梁的设计理论。其中包括箱形梁的弯曲、剪力滞效应、刚性扭转、畸变、横向内力等的分析理论和计算方法。这些方法具有力学概念清晰、推导严谨、应用简便等特点，适合读者学习和掌握结构分析的方法。

本书除供桥梁工程专业及结构工程专业研究生使用外，也可作为桥梁工程专业本科生选修教材。书中每章附有算例，以便工程实际应用，因此也可供工程技术人员设计现代大跨径桥梁时参考应用。

高等学校试用教材

箱形梁设计理论

(桥梁工程专业用)

郭金琼 主编

插图设计：裘 琳 正文设计：周 元 责任校对：戴瑞萍

人民交通出版社出版

(100013北京和平里东街10号)

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经销

人民交通出版社印刷厂印刷

开本：787×1092毫 印张：9.5 字数：230千

1991年12月 第1版

1991年12月 第1版 第1次印刷

印数：0001—4150册 定价：2.70元

ISBN7-114-01159-8

U·00760

前　言

箱形截面由于具有良好的结构性能，因而在现代各种桥梁中得到广泛应用。尤其是各种结构形式的预应力混凝土桥梁，采用箱形截面更能适应构造和施工要求。由于箱形截面的广泛应用，箱形结构的受力分析引起了国内外学者的普遍关注。如美国就有十来个研究中心，各自有侧重地对箱形结构的受力进行系统而深入的研究。国内近年来随着大跨径桥梁的修建，研究箱形结构的受力特性和计算方法也引起许多学者的重视。福州大学结构工程研究所受交通部的委托，近年来对箱形梁受力进行了系统而深入的研究，研究成果拟作为修订桥梁设计规范的理论依据。鉴于福州大学在这方面所进行的工作，1987年在上海召开的交通部高等学校公路、桥梁及交通工程专业教材编委会确定由福州大学编写《箱形梁设计理论》一书，作为桥梁工程专业和结构工程专业研究生的统编教材。

本书共分五章。第一章概论，扼要介绍箱形梁的结构特点、受力特点及各种分析方法，使读者在学习结构分析及计算方法之前，对箱形梁有一个全貌了解。第二章箱形梁弯曲，着重介绍箱形梁的剪力滞分析，其中关于剪力滞效应纵向位移差按三次抛物线分布的假定、超静定结构剪力滞分析，以及悬臂梁的负剪力滞等，均反映了作者的理论研究成果。第三章箱形梁的刚性扭转，除了介绍传统的箱梁扭转理论，并进行小结与讨论外，还介绍了变截面箱形梁的扭转分析方法。这对于当前设计大跨径变截面桥梁，具有工程应用意义。第四章箱形梁畸变。关于畸变微分方程的建立有多种方法，本书推荐了力学概念清晰、推导严谨的板梁框架法，在这一章中，还提出了应用影响线计算等截面箱形梁的畸变值，以及应用等代梁法求解变截面箱形梁的畸变应力的方法，从算例中可看出：计算方法简捷，便于工程实际应用。第五章箱形梁的横向内力，作者根据框架分析法的基本原理，推导了带伸臂等截面箱形梁以及变截面箱形梁的横向内力计算公式，将复杂的箱形梁结构空间分析问题转化为一般结构力学的方法求解，具有学术创造性。

本书作为研究生教材，着眼于介绍结构分析的方法。书中所介绍的分析方法具有力学概念强、解题思路清晰、推导严谨等特点，作为研究生学习结构分析的内容是适宜的。我们希望读者在学习时能着眼于大局，诸如力学图式的选取，基本假定的采用，以及解题思路和分析步骤等，而不要只局限于具体公式的演算。这样才能学得扎实而深入，才能有效地提高结构分析的能力，为培养独立科研能力打下基础。

本书所提供的实用计算方法，解决了以往分析方法不完善和应用不方便的缺陷，这对于完善现代化大跨径桥梁的工作设计也起着指导作用。书中每章都附有算例，可供工程设计人员参考。

在编写时，考虑到本书为研究生教材，读者具有较好的数学力学基础，编写内容力求叙述简捷，文字精炼。篇幅虽然不多，但内容牵涉面较广，学习时可以有所侧重地选择。

本书由福州大学郭金琼、赵振铭、房贞政、郑震、占开火等编著，郭金琼任主编，上海城市建设学院金成棣主审。

由于篇幅限制，以及编著者水平所限，教材中不可避免地存在不完善和谬误之处，敬请读者批评指正。

编　者

1989.9.

目　录

前　言

第一章　概论……1

第一节　箱形截面的结构特点及其应用……1

一　箱形截面的优点……1

二　箱形截面在各类桥梁上的应用……1

三　箱形截面的构造要点……3

第二节　箱形梁的受力特点及分析方法……5

一　箱形梁的受力特点……5

二　箱形梁的分析方法……6

参考文献……9

第二章　箱形梁的弯曲……10

第一节　箱形梁的弯曲正应力——梁弯曲初等理论……10

第二节　箱形梁的弯曲剪应力……11

一　实腹梁的弯曲剪应力……11

二　箱形梁的弯曲剪应力……12

三　箱形截面的剪切中心……15

第三节　矩形箱梁剪力滞的变分解法……18

一　变分解法的基本假定……19

二　基本变分方程的推导……19

三　翼板中的应力与剪力滞系数……22

四　简支箱梁、悬臂箱梁的剪力滞效应……22

五　连续箱梁剪力滞效应的叠加法求解……27

六　剪力滞效应的参数分析……29

第四节　梯形箱梁剪力滞的变分解法……31

一　考虑剪力滞效应的位移函数……31

二　剪力滞的基本微分方程……32

第五节　变截面箱形梁剪力滞的差分解法……34

第六节　箱形悬臂梁的负剪力滞效应……36

一　箱形悬臂梁负剪力滞的变分解答……37

二　应用平面有限元的分析……38

三　负剪力滞效应的影响因素……39

参考文献……40

第三章　箱形梁的刚性扭转……42

第一节　箱形梁的自由扭转……42

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

一　单室箱梁的自由扭转…… 42
二　多室箱梁的自由扭转…… 44
三　分离式的多室箱梁自由扭转…… 46
四　自由扭转的纵向位移…… 47
第二节　箱形梁的约束扭转…… 48
一　约束扭转正应力…… 49
二　约束扭转剪应力…… 50
三　确定扭转中心的位置…… 51
四　约束扭转的微分方程及其解…… 53
五　约束扭转公式推导小结与讨论…… 59
六　简支梁的扭转分析…… 61
七　连续梁的扭转分析…… 63
八　算例…… 64
第三节　差分法解变截面箱梁约束扭转…… 68
一　箱梁扭转微分方程用差分表示…… 68
二　静定问题的解…… 70
三　超静定问题的解…… 71
四　算例…… 73
参考文献…… 75
第四章　箱形梁的畸变…… 76
第一节　概述…… 76
第二节　畸变荷载的分解与组合…… 78
一　垂直偏载…… 78
二　水平偏载…… 79
三　支点倾侧（所谓三条腿）的畸变荷载…… 79
四　畸变荷载的组合…… 80
第三节　等截面箱形梁的畸变微分方程推导…… 80
一　各板元平面内力系…… 81
二　各板元平面外力系…… 85
三　单室矩形箱梁的畸变微分方程…… 88
四　梯形截面箱形梁的畸变…… 89
五　双室矩形截面箱形梁的畸变…… 90
第四节　畸变应力计算…… 91
一　弹性地基梁比拟法（BEF 相似法）的应用…… 91
二　用初参数法作箱形梁畸变值影响线…… 93
三　应用影响线求畸变值…… 95
四　算例…… 95
第五节　等代梁法求变截面箱形梁的畸变应力…… 102
一　角点铰接的折板式箱形结构分析…… 103
二　框架抵抗畸变作用的分析…… 106

三　等代梁的挠曲微分方程……107
四　实际应用及推广……108
五　等代梁挠曲微分方程的求解……109
六　算例……111
参考文献……114
第五章　箱形梁的横向内力……115
第一节　概述……115
第二节　框架分析法……116
第三节　等截面箱形梁的横向内力……119
一　加支承的框架分析……119
二　支承释放的结构分析……120
三　内力叠加……127
四　算例……128
第四节　单对称及双对称矩形箱梁的横向内力……130
一　单对称矩形箱梁……130
二　双对称矩形箱梁……132
第五节　变截面箱形梁的横向内力……133
一　对称荷载作用的内力分析……133
二　反对称荷载作用的内力分析……136
三　内力叠加……144
参考文献……144

403570

第一章 概 论

第一节 箱形截面的结构特点及其应用

一 箱形截面的优点

箱形截面具有良好的结构性能，因而在现代各种桥梁中得到广泛应用，其主要优点是：

（一）截面抗扭刚度大，结构在施工与使用过程中都具有良好的稳定性；

（二）顶板和底板都具有较大的混凝土面积，能有效地抵抗正负弯矩，并满足配筋的要求，适应具有正负弯矩的结构，如连续梁等；

（三）适应现代化施工方法的要求，如悬臂施工法、顶推法等，这些施工方法要求截面必须具备较厚的底板；

（四）承重结构与传力结构相结合，使各部件共同受力，达到经济效果，同时截面效率高，并适合预应力混凝土结构空间布束，更加收到经济效果；

（五）对于宽桥，由于抗扭刚度大，跨中无需设置横隔板就能获得满意的荷载横向分布；

（六）适合于修建曲线桥，具有较大适应性；

（七）能很好适应布置管线等公共设施。

显然，箱形截面也存在一些不足之处，需要引起设计者的充分重视。如箱形截面属薄壁结构，除受力钢筋外，还需配置大量构造钢筋，这对于中等跨径的桥梁，有时会导致用钢量比工字形或T形截面增多。而对于大跨径桥梁，由于箱形截面乃实腹式梁，比起空腹式的桁架式结构自重大。而减轻自重是大跨径桥梁的重要课题，因而在设计时必须采取措施减轻自重，以节省材料，使造价经济。近年来由于三向（即纵向、横向、竖向）预应力的应用，可以采用薄壁、少肋的所谓宽箱截面，以收到良好的经济效果。

二 箱形截面在各类桥梁上的应用

箱形截面早期应用于普通钢筋混凝土悬臂梁桥和连续梁桥，一般采用在支架上现浇施工。近代由于预应力混凝土的发展，同时由于现代施工技术的进步，箱形截面更加广泛应用于各种现代桥梁，而且一般采用无支架施工。首先是梁式桥梁上应用最为普遍，据统计，在已建成的预应力混凝土梁桥中，当跨径超过60m后，除极少数外，其横截面大多为箱形截面，其结构形式有简支、悬臂、T形刚构、连续梁等。截面形式如图1-1。

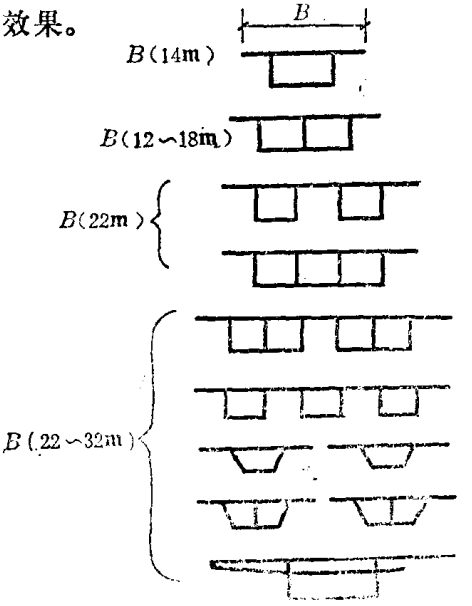


图1-1 箱形截面形式

简支梁一般为预制安装，采用单箱或多箱

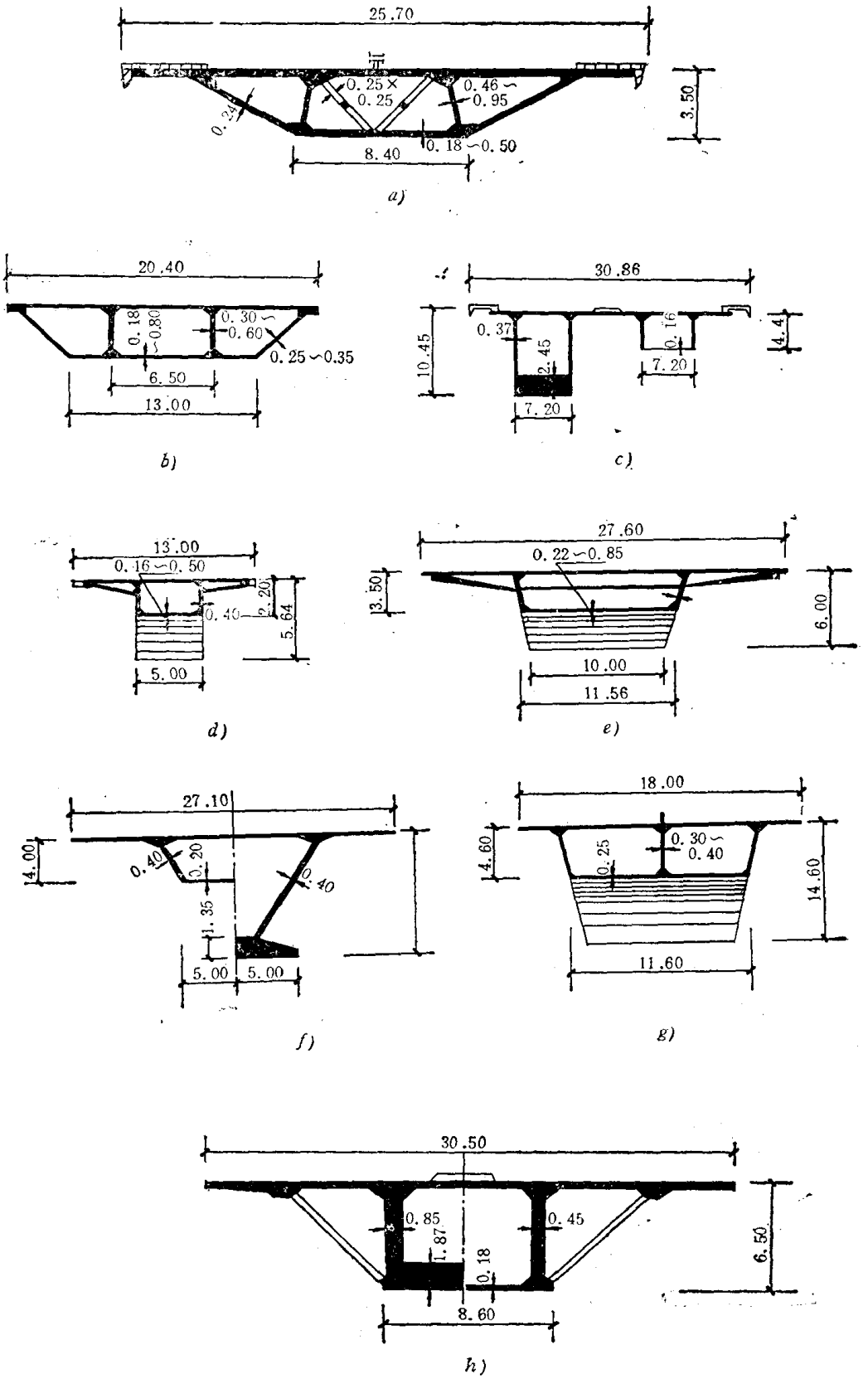


图1-2 国外桥梁箱形截面形式

尺寸单位：m

a)法国Viosne桥，最大跨径59.1m；b)法国St. Cloud桥，100.2m；c)德国Bendorf桥，204.6m，d)瑞士Chillon桥，102.3m；e)丹麦Vejle Fjord桥，108.3m；f)意大利Tarento桥，150m；g)美国Houston Ship Channel桥，225m；h)德国科查诺跨谷桥

式，公路桥梁最大跨径达76m；铁路桥梁则采用单箱单室等高梁，跨径在40m以内。

悬臂梁桥、T形刚构桥以及连续梁桥一般采用悬臂施工法建造。连续梁桥也可采用顶推法施工。这些施工方法都充分发挥箱形截面的优越性。大跨径梁式桥多采用变高度梁，其最大跨径已达270m。图1-2为国外桥梁箱形截面形式。

在城市高架桥中，采用梯形单箱单室截面与单柱墩配合，具有外形简洁、美观，桥下通视良好的优点，得到广泛应用（图1-3）。

在现代斜拉桥中，也广泛应用箱形截面（图1-4），特别是采用单索面时，由于箱形截面的主梁抗扭刚度大，有利于承受偏心荷载，而且也便于拉索与主梁的连接（图1-4b））。采用三角箱的斜拉桥具有风动力性能良好的优点（图1-4c））。

除外，在拱式桥梁中，大跨径的钢筋混凝土拱桥大都采用箱形截面。由于箱形截面中和轴居中，能抵抗相等的正负弯矩，适应拱中各截面正负弯矩的变化；抗扭刚度大，拱中应力分布较均匀；施工中稳定性好，有利于单片成拱，便于无支架施工。拱圈截面形式可以是多箱组合，也可以用单箱式（图1-5）。

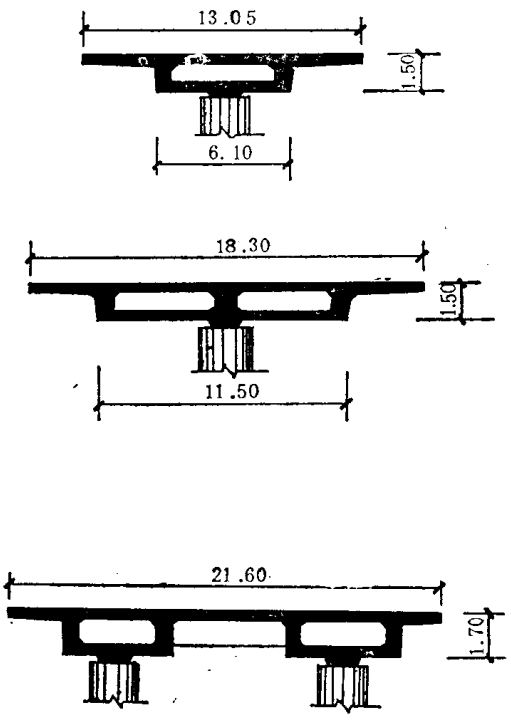


图1-3 城市高架桥箱形截面形式
尺寸单位：m

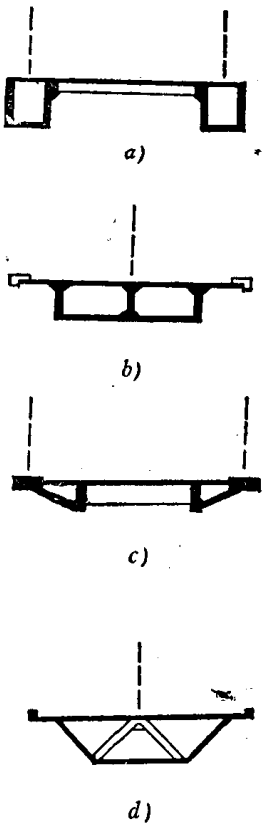


图1-4 斜拉桥箱形截面形式

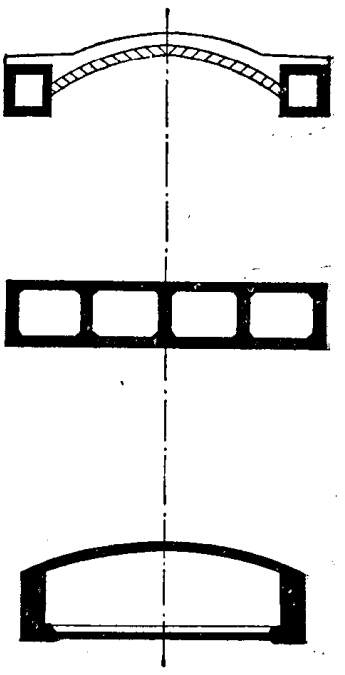


图1-5 拱桥箱形截面形式

三 箱形截面的构造要点

（一）箱形截面的外形 箱形截面由顶板、底板、肋板及梗腋组成，现分述如下：

1.顶板 顶板除承受结构正负弯矩外，还承受车辆荷载的直接作用。在以负弯矩为主的悬臂梁及T形刚构桥中，顶板中布置了数量众多的预应力钢束，要求顶板面积必须满足布置钢束的需要，厚度一般为180～250mm。

2.底板　底板作为截面的翼缘板承受正负弯矩。当采用悬臂施工法时，梁下缘承受很大的压应力，特别是靠近桥墩的截面，要求提供的承压面积更大；同时在施工时还承受挂篮底板模的吊点反力。在T形刚构桥和连续梁桥中，底板厚度随梁的负弯矩增大而逐渐加厚。底板最薄厚度一般为150mm。

3.肋板　肋板承受截面剪应力及主拉应力，并承受局部荷载产生的横向弯矩，其厚度还必须满足布置预应力钢筋及浇筑混凝土的要求，以及锚固锚头的需要，一般厚度为200～350mm，大跨径桥梁可采用变厚度。

4.梗腋　顶板与肋板交接处设梗腋，其作用是：提高截面抗扭刚度，减少畸变应力；使桥面板支点加厚，减少桥面板跨中弯矩；使力线过渡平缓，避免应力集中；提供布置纵向预应力钢束的面积。底板与肋板交接处的梗腋，其作用不如上梗腋显著，尺寸可较小，有的国外桥梁甚至不设。梗腋的尺寸以提高截面的抗扭刚度为目的设置，其斜度可按1：1，也可按1：2或2：1设计。

必须指出，在大跨径箱形梁桥中，结构自重占总荷载的比例较大，可达80%以上，因而为了减轻自重宜采用宽箱薄壁截面。对于箱形截面的悬臂体系桥梁，如以一个悬臂的平面面积 $A_x = L_x \cdot B$（L_x 为悬臂长度，B 为箱梁顶板宽度）与根部梁高 H 和肋板总厚度 $\Sigma\delta$ 乘积之比 $\frac{A_x}{H \cdot \Sigma\delta}$ 作为轻型化指标来衡量，国外从50年代初该指标已由84提高到230。近年来，国外在修建大跨径桥梁时，多采用梯形单箱截面，桥面宽度可达25～30m，就是这种桥梁轻型化的实例。

（二）箱形截面的配筋　箱形截面的预应力混凝土结构一般配有预应力钢筋和非预应力的普通钢筋。纵向预应力钢筋是结构的主要受力钢筋，根据正负弯矩的需要一般布置在顶板和底板内。这些预应力钢束部分上弯或下弯而锚于肋板，以产生预剪力。近年来，由于大吨位预应力束的采用，使在大跨径桥梁设计中，无需单纯为了布置众多的预应力束而增大顶板或底板面积，使结构设计简洁，而又便于施工。

当箱梁肋板间距较大，或箱的悬臂板长度较长时，采用普通钢筋混凝土的桥面板，钢筋用量过多，或需要较厚的桥面板，这时可考虑设置横向预应力钢筋。横向预应力束筋一般为直线形，布置在顶板的上、下两层钢筋网间，锚固于悬臂板末端。

当肋板中的剪应力或主拉应力较大，配置普通钢筋不能满足要求时，可布置竖向预应力钢筋，避免采取加厚肋板增大自重带来的不利影响。竖向预应力筋一般下端埋入肋板混凝土，上端锚于顶板顶面。

配有纵向、横向、竖向预应力钢筋的结构称为三向预应力结构。近年来许多大跨径的箱形截面桥梁都采用三向预应力（图1-6）。

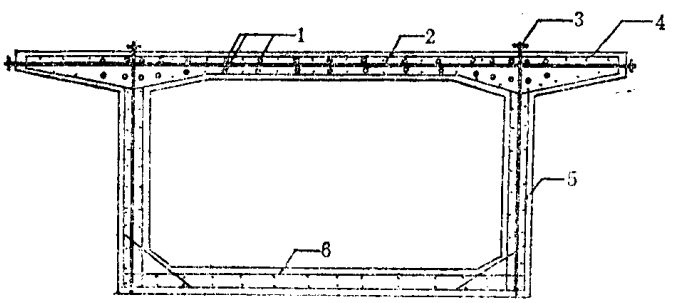


图1-6　箱形截面配筋示意图

1-纵向预应力筋；2-横向预应力筋；3-竖向预应力筋；4-顶板普通钢筋；5-肋板普通钢筋；6-底板普通钢筋

如上所述，箱形截面属薄壁结构，因而在顶板、肋板和底板中，根据受力需要，或为防止和限制由于温度变化及混凝土收缩而引起的混凝土裂缝等构造要求，一般都配置两层钢筋网。必须指出，这些普通钢筋的用量占全桥钢筋用量相当大的比例。根据已建成的同类桥梁

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

的统计，这种普通钢筋每平方米桥面用量相差很大，一般在40～150kg之间，因此必须精心设计，做到既安全又经济。

第二节　箱形梁的受力特点及分析方法

一　箱形梁的受力特点

作用在箱形梁上的主要荷载是恒载与活载。恒载是对称作用的，只在采用顶推工艺时，可能出现所谓“三条腿”现象，它才是非对称的。活载可以是对称作用，也可以是非对称偏心作用，必须分别加以考虑。偏心荷载作用，使箱形梁既产生对称弯曲又产生扭转。因此，作用于箱形梁的外力可综合表达为偏心荷载来进行结构分析。

箱形梁在偏心荷载作用下，将产生纵向弯曲、扭转、畸变及横向挠曲四种基本变形状态（图1-7）。

纵向弯曲产生竖向变位ω，因而在横截面上引起纵向正应力σ_M及剪应力τ_M（图1-8a)）。图中虚线所示应力分布乃按初等梁理论计算所得，这对于肋距不大的箱形梁无疑是正确的；但对于肋距较大的箱形梁，由于翼板中剪力滞后的影响，其应力分布将是不均匀的，即近肋处翼板中产生应力高峰，而远肋板处则产生应力低谷，如图1-8a)中实线所示应力图。这种现象称为“剪力滞效应”。对于肋距较大的宽箱梁，这种应力高峰可达相当大比例，必须引起重视。

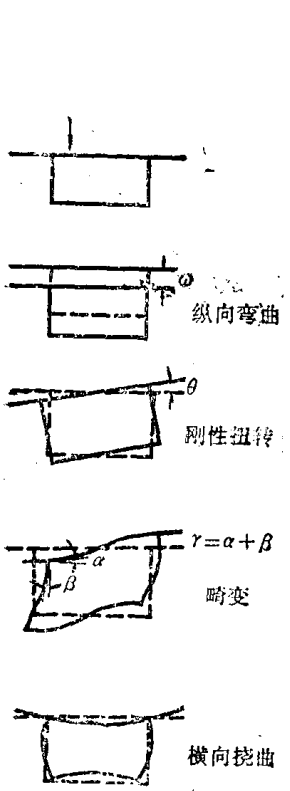


图1-7　箱形梁在偏心荷载作用下的变形状态

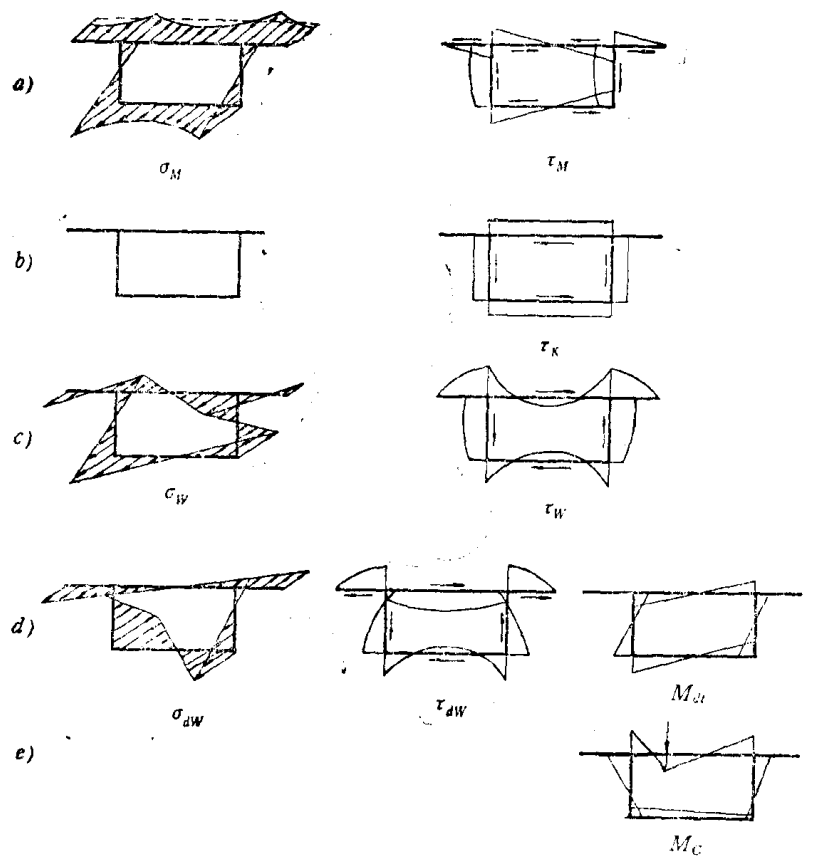


图1-8　偏心荷载作用箱形截面应力图

箱形梁的扭转（这里指刚性扭转，即受扭时箱形的周边不变形）变形主要特征是扭转角θ。箱形梁受扭时分自由扭转与约束扭转。所谓自由扭转，即箱形梁受扭时，截面各纤维的

纵向变形是自由的，杆件端面虽出现凹凸，但纵向纵维无伸长缩短，自由翘曲，因而不产生纵向正应力，只产生自由扭转剪应力 τ_K（图1-8b））。而当受扭时纵向纤维变形不自由，受到拉伸或压缩，截面不能自由翘曲，则为约束扭转。约束扭转在截面上产生翘曲正应力 σ_W 和约束扭转剪应力 τ_W（图1-8c））。产生约束扭转的原因是：支承条件的约束，如固端支承约束纵向纤维变形；受扭时截面形状及其沿梁纵向的变化，使截面各点纤维变形不协调也将产生约束扭转。如等厚壁的矩形箱梁、变截面梁等，即使不受支承约束，也将产生约束扭转。

畸变（即受扭时截面周边变形）的主要变形特征是畸变角 γ。薄壁宽箱的矩形截面受扭变形后，无法保持截面的投影仍为矩形。畸变产生翘曲正应力 σ_{dW} 和畸变剪应力 τ_{dW}，同时由于畸变而引起箱形截面各板横向弯曲，在板内产生横向弯曲应力 σ_{dt}（图1-8d））。

箱形梁承受偏心荷载作用，除了按弯扭杆件进行整体分析外，还应考虑局部荷载的影响。车辆荷载作用于顶板，除直接受荷载部分产生横向弯曲外，由于整个截面形成超静定结构，因而引起其它各部分也产生横向弯曲。图1-8e)示箱形截面在顶板上作用车辆荷载，在各板中产生横向弯矩图。这些弯矩在各板的纵截面上产生横向弯曲正应力 σ_c 及剪应力。

综合箱形梁在偏心荷载作用下产生的应力是：

在横截面上：纵向正应力　$\sigma_Z = \sigma_M + \sigma_W + \sigma_{dW}$

剪应力　　$\tau = \tau_K + \tau_M + \tau_W + \tau_{dW}$

在纵截面上：横向弯曲正应力　$\sigma_s = \sigma_{dt} + \sigma_c$

在预应力混凝土梁中，跨径越大，恒载占总荷载比例就越大。因而一般说由于恒载产生的对称弯曲应力是主要的，而由于活载偏心所产生的扭转应力是次要的。如果箱壁较厚，或沿梁的纵向布置一定数量的横隔板，限制箱形梁的畸变，则畸变应力也是不大的。但对于少设或不设横隔板的宽箱薄壁梁，畸变应力不可忽视，板的横向应力，对于顶板、肋板及底板的配筋具有重要意义，必须引起重视。

二　箱形梁的分析方法

早期修建的箱形梁一般为中等跨径，采用多箱或单箱多室截面，分析方法沿用荷载横向分布的概念，考虑结构的整体作用。即将箱形截面分割成若干工字形梁来进行计算，不考虑箱形截面的整体抗扭刚度，显然是粗糙的近似方法。后来由于大跨径单箱薄壁箱形梁的修建，方将箱形梁作为受弯受扭的薄壁杆件来进行分析。近年来由于有限元法的发展，又将箱形梁作为折板或壳体来进行分析。长期以来，国内外学者为解决箱形梁的计算问题，发表了数以百计的学术论文，指出了精确的或实用的计算方法。概括起来，这些计算方法可分为两大类，即解析法和数值法。

（一）解析法

箱形梁的受力是一个复杂的结构空间分析问题。为了把问题简化，在解析法中往往采用一些假定和近似处理方法。如将上述作用于箱形梁的偏心荷载分解成对称荷载与反对称荷载（图1-9）。对称荷载作用时，按梁的弯曲理论求解；反对称荷载作用时，按薄壁杆件扭转理论分析；然后将两者计算结果叠加而得。扭转分析又根据截面的刚度区分为截面不变形（刚性扭转）和截面变形（畸变）两种不同情况。通过这些荷载分解，使许多学者可就单项问题进行较深入的探讨。采用若干假定，是解析法的另一特点，如对位移模式的假定等。解题的一般步骤是：先假定位移模式；有了位移后，可求得截面上各点的应变和应力；在此基础上，或用力的平衡条件和变形协调条件，或根据变分原理建立控制微分方程；解微分方程

便得位移和应力。

剪力滞现象早期在航空机翼设计中就已经引起注意。在土建方面，仅在60年代末70年代初国际上发生几起箱形梁重大事故后才引起重视。其分析方法有“加劲板”理论、比拟杆法以及 Eleissnen 根据能量原理的分析方法等。能量法分析有如下假定：由剪力滞效应产生的翼板中的纵向位移差沿横向按二次抛物线变化。对于这种假定是否符合实际情况，引起许多学者的探讨与研究。同时由于该法只能适用于解简支、悬臂等静定结构的剪力滞效应，应用受到限制。本书所推荐的方法，即假定纵向位移差沿横向按三次抛物线变化，比较符合有限元分析和模型测验结果，同时提出了连续梁等超静定结构的剪力滞效应分析方法。

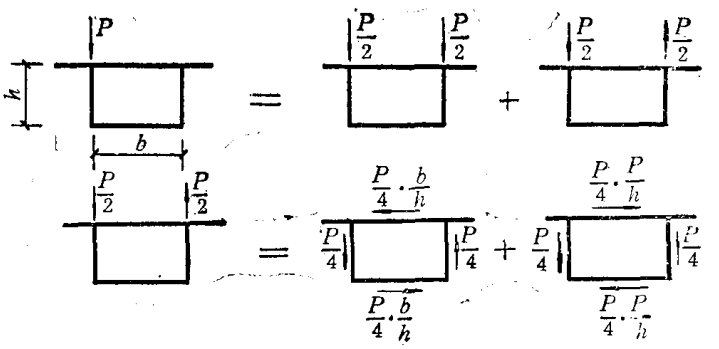


图 1-9

关于箱形梁的扭转分析，苏联学者符拉索夫(В.З.Власовъ)和乌曼斯基(А.А.Уманский)在这方面建立了完整的理论。乌曼斯基于1939～1940年基于周边不变形而提出的闭口截面刚性扭转实用理论，武断地假定表示翘曲程度的函数 β 与扭转角 θ 相同，以此推导理论公式，即所谓乌氏第一理论。乌曼斯基发表这个理论不久，便发现对于有些杆件会产生相当可观的误差，于是放弃了 $\beta=\theta$ 这个假定，认为 β 是一个待求的函数，含在 σ、τ 的公式中，从而建立有关公式，即所谓乌氏第二理论。它比第一理论显著地提高了准确度。

刚性扭转的第三种理论是1948年詹涅里杰(Г.Ю.Джанелидзе)和巴诺夫柯(Я.Г.Пановко)根据变分原理提出的一种解法。该法微分方程的解比较精确，但不便实用，几何特征计算较烦，边界条件物理概念不显明，因此人们仍多采用乌氏第二理论。

刚性扭转的第四种理论是符拉索夫的广义坐标法。符氏从周边可变形闭口截面扭转分析出发，根据虚功原理，并令周边变形参数为零导出了周边不变形闭口截面的刚性扭转解析法，将复杂的空间受力转化为一维问题求解。这是一个适用范围很广的分析法，适用于任何支承形式的边界条件，亦可应用于变截面箱形梁的分析。这个方法与有限元相结合的有限段法，可分析薄壁空间曲箱梁，是箱形梁分析方法的新发展。广义坐标法中所需的边界条件不够明确，同时其全部剪应力按虎克定律求得，沿周边按直线分布，是该法的缺点。

对于箱形梁的畸变应力分析，国内外学者做了不少工作。有广义坐标法、等代梁法(Richmond,B.)、Kupfer(Kupfer,H.)法等。各种方法立论互异，繁简不同，计算结果亦颇有出入。近年来精确而实用的弹性地基梁比拟法（BEF法，Wright,N.）的出现，使等截面箱形梁的畸变分析得到初步完善。该法应用能量原理导得一个和弹性地基梁挠曲微分方程类似的畸变微分方程，从而可以应用弹性地基梁理论分析箱形梁畸变。由于这种方法具有物理概念清晰、受力分析明确、计算简便等特点，所以得到普遍推广应用。对于变截面箱形梁的畸变应力计算，目前可应用的分析方法很少且不完善。本书所提出的等代梁分析法，具有力学概念清晰、应用简便、能反映刚度变化影响等特点，是一种实用的计算方法。

对于荷载作用在箱形梁顶板任意位置，必须考虑局部荷载影响，亦即上述箱形梁的横向弯曲。分析方法有影响面法和框架分析法。影响面法(Homberg 法)是以弹性变形理论为基础，特别适用于集中荷载的计算。对于腹板间的桥面板，由于所给的影响面是两端固结的板

端点影响面，所以应计算不同位置上荷载所引起的固端弯矩，并以此弯矩进行框架分析，以确定荷载对截面各部分所引起的局部影响。因此该法计算较为繁琐。而美国当前所推荐的框架分析法是一种颇为简便的方法，但仅限于无伸臂板的双对称箱形梁，在本书中加以推广应用于带伸臂板的矩、梯形箱梁，以及变截面箱形梁的横向内力计算。

（二）数值法

由于电子计算机在工程上应用日益广泛，为箱形梁的结构分析提供了有力的工具。目前使用的有有限元法、有限条法、有限段法等。借助计算机的有限元分析，可以得到箱形截面上全部应力，诸如纵向弯曲应力、扭转翘曲应力、畸变翘曲应力、畸变横向应力以及剪力滞影响和局部荷载应力等。根据这些数据输出结果，可以精确地把握结构各部分的变形和应力状态，但是，由于计算时刚度矩阵大，输入数据多，需要机器有较大的内存量，所以除了大型计算机外，一般较难满足要求。为此，许多学者不断探求需要内存量较少而便于在微机上实现的分析方法，如有限条法、有限段法等。有限条法(Y.K.Cheung)乃根据折板理论，把箱形梁三维空间问题简化成二维问题，具有内存量少、节省机时等优点，可应用于等截面箱形梁的结构分析。而根据广义坐标原理得到的有限段法，将箱形梁的空间分析简化成一维问题求解，使结构分析得到进一步简化，可应用于变截面箱形梁，以及空间曲箱梁的应力分析。Martti,J.M.将有限段法推广到能用来计算除了剪力滞效应外几乎所有的力学特征，从而使有限段法得到了进一步完善。

尽管计算机分析方法是精确而有效的，但也有它的不足之处。设计者面对输出一大群综合数据，很难分门别类地分析各项因素的影响程度，以便有可能变更设计或采取构造措施来减少某个因素的影响。尤其是在初步设计时，设计者所关心的是整个结构的工作状态。所以各种力学概念清晰、满足工程精度要求的解析法仍然是受欢迎的。

表1-1示出各种计算方法的适用情况。

表1-1

方法分析 \ 分析项目	纵向挠曲	自由扭转	约束扭转翘曲	畸变翘曲	畸变横向挠曲	剪力滞	局部影响
简单梁理论	V	V					
约束扭转理论			V				
剪力滞后理论						V	
弹性地基梁比拟法				V	V		
广义坐标法	V	V	V	V	V		
框架分析法							V
影响面法							V
梁格理论	V	V		V			
折板理论	V	V	V	V	V	V	V
有限元法	V	V	V	V	V	V	V
有限条法	V	V	V	V	V	V	V
有限段法	V	V	V	V	V		
壳理论	V	V	V	V	V	V	V

参考文献

〔1-1〕 Власов, В. З. • Тонкостонные Упругие Стержни • 2изд. • Москва: Государственное Издательство, 1959.

〔1-2〕 W. Podolny & J. M. Muller • Constuction and Design of Prestressed Concrete Segmental Bridges • NewYork: John Wiley & Sons, 1982.

〔1-3〕 Vladimir Kristek • Theory of Box Girders • New York: John Wiley & Sons, 1979.

〔1-4〕 N. Wright, R. Abdel-samad, R. Robinson • B.E.F.Analogy for Analysis ofBox Girders • ASCE, Vol.94, No.ST 7, July, 1968: 1719～1743.

〔1-5〕 Г.Ю.詹涅里杰, Я.Г.巴诺夫柯普. 弹性薄壁杆件的静力学. 北京: 科学出版社, 1955.

〔1-6〕 范立础. 预应力混凝土连续梁桥. 北京: 人民交通出版社, 1988.

〔1-7〕 郭金琼等. 箱形梁的剪滞效应. 土木工程学报, 1983,(1):1-13.

〔1-8〕 强士中, 李乔.关于闭口薄壁杆件约束扭转的周边不变形理论.桥梁建设, 1985,(1): 63-75.

第二章　箱形梁的弯曲

第一节　箱形梁的弯曲正应力——梁弯曲初等理论

梁弯曲初等理论假定：在纯弯曲下，梁截面的变形服从变形平截面的假设，即变形前的平面在变形后仍保持在同一平面。如图2-1所示，梁弯曲变形时，横截面 mn 和 pq 彼此相对地绕垂直 xy 平面的轴线旋转，因此梁上部纤维受压，而底部纤维受拉。根据变形的几何图形得到：

$$\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{d\theta}{dx} \qquad (2\text{-}1)$$

式中：　κ——曲率；

　　ρ——曲率半径。

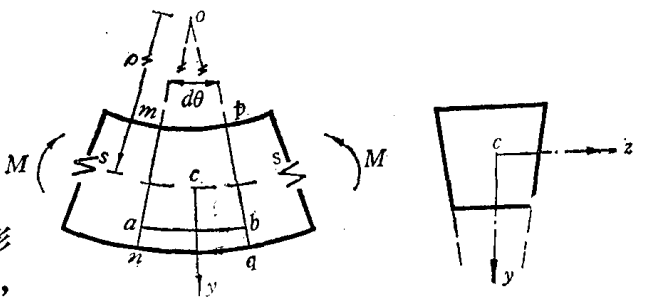


图2-1　纯弯曲下梁的变形

距中性面 y 处的任一纤维 ab，其长度变形前为 dx，变形后为 $(\rho + y)d\theta$ 或者 $(1 + y/\rho)dx$，伸长量为 $y\dfrac{dx}{\rho}$，因此其相应的应变为：

$$\varepsilon_x = -\frac{y}{\rho} = \kappa y \qquad (2\text{-}2)$$

上式表明：梁中的纵向应变 ε_x 与该点的曲率以及该纤维离中性面的距离 y 成正比。该式是梁纯弯曲变形的基本方程，且与材料性质无关。

在一维线弹性情况下，由应力应变关系的虎克定律得到：

$$\sigma_x = \kappa E y \qquad (2\text{-}3)$$

式中：　E——材料的弹性模量。

由截面法向力的平衡（图2-2）可以求得法向应力 σ_x 与外力弯矩 M 的关系：

$$M = \int \sigma_x y dA = \kappa E \int y^2 dA = \kappa E I \qquad (2\text{-}4)$$

其中：　$I = \int y^2 dA$

所以

$$\sigma_x = \frac{My}{I} \qquad (2\text{-}5)$$

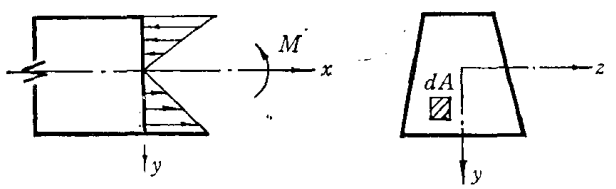


图2-2　梁中的应力分布

上列式中的符号规定为：当力矩使梁的顶面产生压缩时，方程中的 M 为正，而 y 向下方向为正。从式(2-5)可以看出梁中最大拉应力和最大压应力发生在距中性轴最远的点上。

箱形梁在对称挠曲时，如果箱的肋板间距较小，则仍认为其弯曲变形服从梁弯曲初等理论的变形平截面假定，即弯曲正应力可以按式(2-5)计算。但是当箱形梁的肋板间距较大时，在纯弯曲作用下，由于翼缘板变形的不均匀性，使得箱形梁的上、下翼板的变形不再服从变形的平截面假定，而是发生剪力滞效应。剪力滞效应的箱形梁的弯曲正应力在本章第三节中

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com