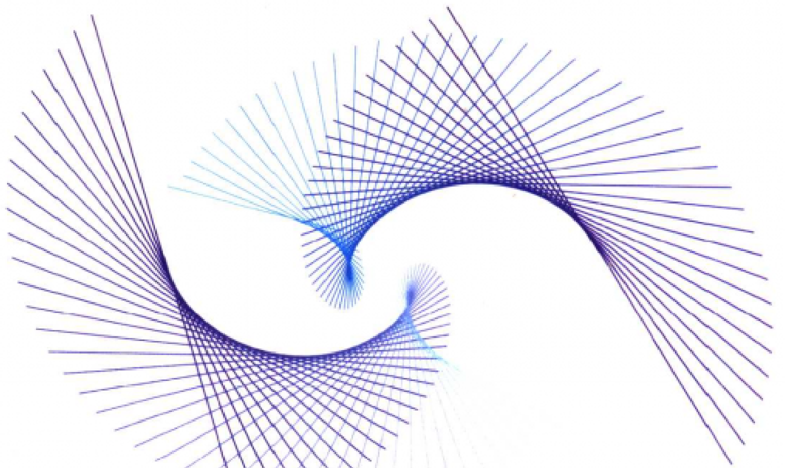
6

基于MATLAB的系统分析与设计

——模糊系统

楼顺天
胡昌华 编著
张 伟



西安电子科技大学出版社
http://www.xduph.com

基于MATLAB的系统分析与设计

——模糊系统

楼顺天　胡昌华　张　伟　编著

西安电子科技大学出版社
2001

内 容 简 介

MATLAB 的推出得到了各个领域专家学者的广泛关注，其强大的扩展功能为用户提供了强有力的支持。本书针对模糊系统的应用领域，简要介绍了模糊系统的基础理论和基本方法，详细介绍了由 MATLAB 提供的模糊系统工具箱函数的用法指南，最后以大量的应用示例，说明了基于 MATLAB 进行模糊系统应用的系统分析与设计的方法。

本书可作为模糊系统与应用等课程的参考书，对课程学习可起到事半功倍的效果。对采用模糊系统方法进行分析与设计的各个领域的教师、研究生、高年级本科生和广大科研人员都有重要的参考价值。

图书在版编目(CIP)数据

基于 MATLAB 的系统分析与设计：模糊系统/楼顺天，胡昌华，张伟编著.
—西安：西安电子科技大学出版社，2001.5
ISBN 7-5606-1011-0

Ⅰ.基… Ⅱ.①楼… ②胡… ③张… Ⅲ.计算机辅助计算—软件包，MATLAB
Ⅳ.TP391.75

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 12227 号

责任编辑 毛红兵
出版发行 西安电子科技大学出版社(西安市太白南路 2 号)
电　话 (029)8227828 邮编 710071
http：//www.xduph.com E-mail：xdupfxb@pub.xaonline.com
经　销 新华书店
印　刷 陕西省富平印刷有限责任公司
版　次 2001 年 5 月第 1 版 2001 年 5 月第 1 次印刷
开　本 787 毫米×1092 毫米 1/16 印张 10.25
字　数 240 千字
印　数 1～4000 册
定　价 14.00 元
ISBN 7-5606-1011-0/TP・0494

＊＊＊如有印装问题可调换＊＊＊

前言

MATLAB是MathWorks公司于1982年推出的一套高性能的数值计算和可视化软件，它集数值分析、矩阵运算、信号处理和图形显示于一体，构成了一个方便的、界面友好的用户环境。MATLAB的推出得到了各个领域专家学者的广泛关注，其强大的扩展功能为各个领域的应用提供了基础。由各个领域的专家学者相继推出了MATLAB工具箱，其中主要有信号处理(signal processing)、控制系统(control system)、神经网络(neural network)、通信(commuication)、图像处理(image processing)、鲁棒控制(robust control)、非线性系统控制设计(nonlinear control system design)、系统辨识(system identification)、最优化(optimization)、μ分析与综合(μ analysis and synthesis)、模糊系统(fuzzy system)、小波(wavelet)分析和样条(spline)等工具箱，而且工具箱还在不断增加，这些工具箱给各个领域的研究和工程应用提供了有力的工具。借助于这些"巨人肩上的工具"，各个层次的研究人员可直观、方便地进行分析、计算及设计工作，从而大大地节省了编程时间。

本书为模糊系统分册，全书分三章。第1章简要介绍模糊系统的基本理论和基本方法，对模糊系统中的基本理论和基本方法作简要介绍。第2章详细叙述了MATLAB的模糊系统工具箱函数的用法。第3章以大量的应用示例，说明如何利用MATLAB对模糊系统进行分析与设计。

为了方便，本书最后给出了几个具有重要参考价值的附录。附录A和附录B分别讨论了利用图形用户界面(GUI)和MATLAB命令行建立模糊推理系统(FIS)的方法与步骤，附录C给出了本书第2章中介绍的模糊系统工具箱函数索引，附录D给出了部分重要工具箱中所包含的实用函数及其功能。

正值本书即将出版之际，MathWorks公司推出了6.0版本，因此我们对本书的内容作了适当的调整，使之适合于MATLAB 6.0版本。

本书的源程序，可通过Internet获得：

ftp://ftp.rsp.xidian.edu.cn/papers/matlab

也可直接与作者联系：

shtlou@xidian.edu.cn

楼顺天

2001年2月15日

符 号 说 明

由于本书涉及到大量的计算机程序，而程序中无法输入斜体和希文字母，因此为统一起见，本书中使用的符号均为正体；程序中采用国际上惯用的象形符号，例如在叙述中使用的符号 ω，在程序中用 w(或 W)代替；叙述中使用的带上下标符号如 a_1，ω_s，ω_p，F_s，T_s 等，在程序中用 a1，Ws，Wp，Fs，Ts 等代替。

目录

第1章

模糊系统基础

人类的活动包括认识世界和改造世界两个方面，人们根据对客观世界的观察、认识，作出相应的决策和行动，这一过程可以抽象为从输入空间到输出空间的一种映射，完成这种映射的方式或方法很多，如线性系统、专家系统、差分方程、多维查值表、神经网络和模糊系统。其中模糊系统是最快最方便的方法之一，这是因为模糊系统对系统的描述与刻画是建立在自然语言的基础上，而人类历经几千年的历史发展形成的自然语言无疑是人类最方便最有效的表达方式。模糊系统能快速方便地描述与处理问题主要基于以下事实：

- 模糊逻辑基于自然语言的描述；
- 模糊逻辑可以建立在专家经验的基础上；
- 模糊逻辑容许使用不精确的数据；
- 模糊逻辑在概念上易于理解；
- 模糊逻辑可以对任意复杂的非线性函数建模。

1.1 模 糊 集

模糊系统是建立在自然语言的基础上，而自然语言中常采用一些模糊的概念，如“温度偏高”、“压力偏大”等。如何描述这些模糊的概念，并对它们进行分析、推理，这正是模糊集合与模糊逻辑所要解决的问题。

模糊集是一种边界不分明的集合，模糊集与普通集合既有区别又有联系。对于普通集合而言，任何一个元素要么属于该集合，要么不属于集合，非此即彼，具有精确明了的边界；而对于模糊集合，一个元素可以是既属于该集合又不属于该集合，亦此亦彼，边界不分明或界限模糊。

建立在模糊集基础上的模糊逻辑，任何陈述或命题的真实性只是一定程度的真实性，与建立在普通集合基础上的布尔逻辑相比，模糊逻辑是一种广义化的逻辑。在布尔逻辑中，任何陈述或命题只有两种取值，即逻辑真和逻辑假，常用“1”表示逻辑真，“0”表示逻辑假。而在模糊逻辑中，陈述或命题的取值除

真和假（“1”和“0”）外，可取“0”与“1”之间的任何值，如 0.75，即命题或陈述在多大程度上为真或假，例如“老人”这一概念，在普通集合中需要定义一个明确的边界，如 60 岁以上是老人，而在模糊集合中，老人的定义集合没有一个明确的边界，60 岁以上是老人，58 岁也属于老人，40 岁在一定程度上也属于老人，只是他们属于老人这一集合的程度不同而已。

模糊性反映了事件的不确定性，但这种不确定性不同于随机性。随机性反映的是客观上的自然的不确定性，或事件发生的偶然性，而模糊性则反映人们主观理解上的不确定性，即人们对有关事件定义或概念描述在语言意义理解上的不确定性。

1.2 模糊集的表示——隶属度函数

模糊集使得某元素可以以一定程度属于某集合，某元素属于某集合的程度由“0”与“1”之间的一个数值——隶属度来刻画或描述。把一个具体的元素映射到一个合适的隶属度是由隶属度函数来实现的。隶属度函数可以是任意形状的曲线，取什么形状取决于是否让我们使用起来感到简单、方便、快速、有效，惟一的约束条件是隶属度函数的值域为[0，1]。模糊系统中常用的隶属度函数有以下 11 种：

（1）高斯型隶属度函数。

$$f(x, \sigma, c) = e^{-\frac{(x-c)^2}{2\sigma^2}}$$

高斯型隶属度函数有两个特征参数 σ 和 c。例如，如果 $x \in [0, 10]$，$\sigma=2$，$c=5$，则隶属度函数曲线如图 1.1(*a*)所示。

（2）双侧高斯型隶属度函数。

双侧高斯型隶属度函数是两个高斯型隶属度函数的组合，有四个参数 σ_1，c_1，σ_2，c_2。c_1 与 c_2 之间的隶属度为 1，c_1 左边的隶属度函数为高斯型隶属度函数 $f(x, \sigma_1, c_1)$，c_2 右边的隶属度函数为高斯型隶属度函数 $f(x, \sigma_2, c_2)$。例如，如果 $x \in [0, 10]$，$\sigma_1=1$，$c_1=3$，$\sigma_2=3$，$c_2=4$，则双侧高斯型隶属度函数曲线如图 1.1(*b*)所示。

（3）钟形隶属度函数。

$$f(x, a, b, c) = \frac{1}{1+\left(\frac{x-c}{a}\right)^{2b}}$$

钟形隶属度函数的形状如钟，故名钟形隶属度函数，钟形隶属度函数有三个参数 a，b，c。例如，如果 $x \in [0, 10]$，$a=2$，$b=4$，$c=6$，则钟形隶属度函数曲线如图 1.1(*c*)所示。

（4）sigmoid 函数型隶属度函数。

$$f(x, a, c) = \frac{1}{1+e^{-a(x-c)}}$$

sigmoid 函数型隶属度函数有两个特征参数 a 和 c。例如，如果 $x \in [0, 10]$，$a=2$，$c=4$，则 sigmoid 函数型隶属度函数曲线如图 1.1(*d*)所示。

（5）差型 sigmoid 隶属度函数。

差型 sigmoid 隶属度函数为两个 sigmoid 隶属度函数之差：

$$f(x, a_1, c_1, a_2, c_2) = \frac{1}{1+e^{-a_1(x-c_1)}} - \frac{1}{1+e^{-a_2^{(x-c_2)}}}$$

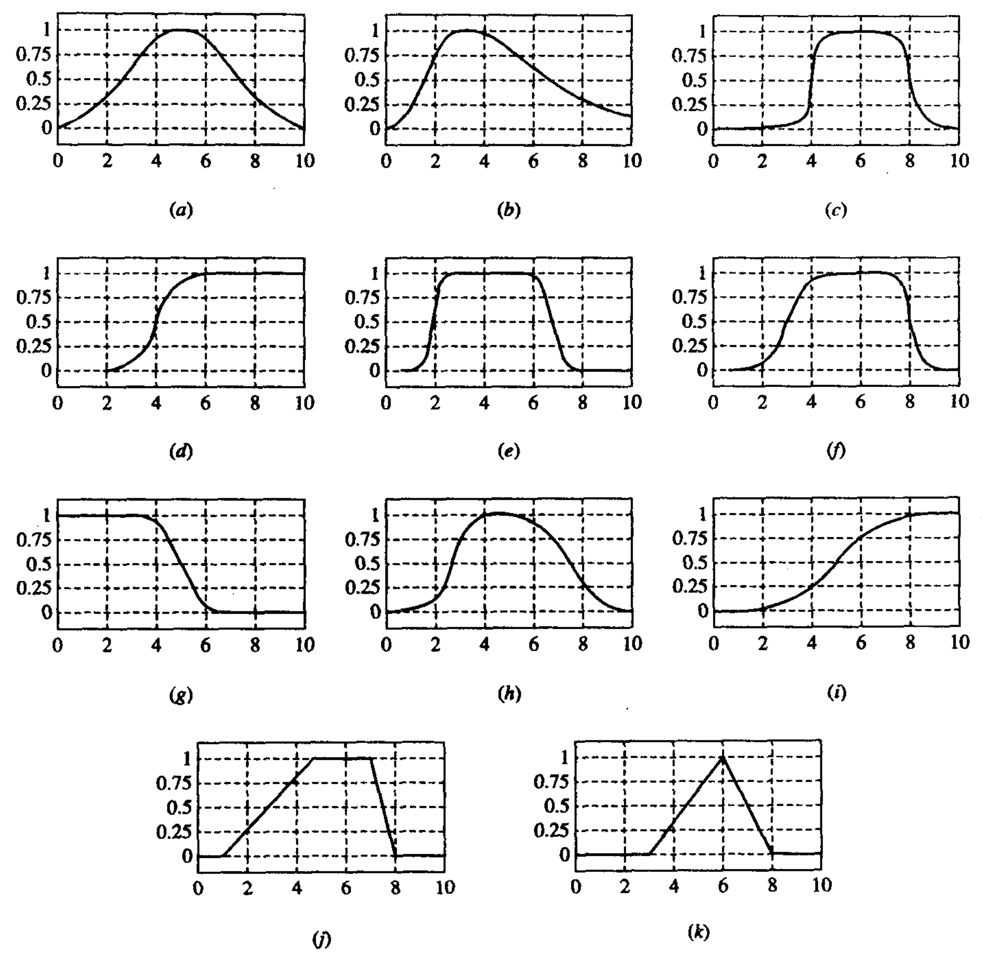


图 1.1　隶属度函数曲线

差型 sigmoid 隶属度函数有四个特征参数 a_1，c_1，a_2，c_2。例如，如果 $a_1=5$，$c_1=2$，$a_2=5$，$c_2=7$，则差型 sigmoid 隶属函数的曲线如图 1.1(*e*)所示。

(6) 积型 sigmoid 隶属度函数。

积型 sigmoid 隶属度函数为两个 sigmoid 隶属度函数的乘积：

$$f(x, a_1, c_1, a_2, c_2) = \frac{1}{1+e^{-a_1(x-c_1)}} \cdot \frac{1}{1+e^{-a_2^{(x-c_2)}}}$$

积型隶属度函数有四个参数 a_1，c_1，a_2，c_2。例如，如果 $x\in[0, 10]$，$a_1=2$，$c_1=3$，$a_2=-5$，$c_2=8$，则积型隶属度函数曲线如图 1.1(*f*)所示。

(7) Z 形隶属度函数。

Z 形隶属度函数有两个参数 a，b，分别为隶属度函数曲线中斜线部分极点的位置。例如，如果 $x\in[0, 10]$，$a=3$，$b=7$，则 Z 形隶属度函数曲线如图 1.1(*g*)所示。

(8) Π 形隶属度函数。

Π 形隶属度函数有四个参数 a，b，c，d，Π 形隶属度函数可以看作参数为 a、b 的 S 形函数与参数为 c、d 的 Z 形函数叠加而成的。例如，若 $x\in[0, 10]$，$a=1$，$b=4$，$c=5$，$d=10$，则 Π 形隶属度函数曲线如图 1.1(*h*)所示。

(9) S形隶属度函数。

S形隶属度函数有两个参数a和b，a，b是隶属度函数曲线中斜线部分极点的位置。例如，如果x∈[0，10]，a=1，b=8，则S形隶属度函数曲线如图1.1(*i*)所示。

(10) 梯形隶属度函数。

$$f(x, a, b, c, d)=\begin{cases}0 & x \leqslant a \\ \dfrac{x-a}{b-a} & a \leqslant x \leqslant b \\ 1 & b \leqslant x \leqslant c \\ \dfrac{d-x}{d-c} & c \leqslant x \leqslant d \\ 0 & x \geqslant d\end{cases}$$

或

$$f(x, a, b, c, d)=\max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{d-x}{d-c}\right), 0\right)$$

梯形隶属度函数有四个参数a，b，c，d。例如，如果x∈[0，10]，a=1，b=5，c=7，d=8，则梯形隶属度函数曲线如图1.1(*j*)所示。

(11) 三角形隶属度函数。

$$f(x; a, b, c, d)=\begin{cases}0 & x \leqslant a \\ \dfrac{x-a}{b-a} & a \leqslant x \leqslant b \\ \dfrac{c-x}{c-b} & b \leqslant x \leqslant c \\ 0 & c \leqslant x\end{cases}$$

三角形隶属度函数有三个参数a，b，c。例如，如果x∈[0，10]，a=3，b=6，c=8，则三角形隶属度函数曲线如图1.1(*k*)所示。

如果集合A的论域为X，A的元素为x，x属于A的程度由隶属度函数映射为0与1之间的某一隶属度$\mu_A(x)$，则论域X中的模糊集A有三种表示方法：

(1) zadeh表示法。

$$A=\frac{\mu_A(x_1)}{x_1}+\frac{\mu_A(x_2)}{x_2}+\cdots+\frac{\mu_A(x_n)}{x_n}=\sum_{i=1}^{n}\frac{\mu_A(x_i)}{x_i}$$

或

$$A=\int\frac{\mu_A(x)}{x} \qquad x\in X$$

(2) 向量表示法。

$$A=[\mu_A(x_1) \quad \mu_A(x_2) \quad \cdots \quad \mu_A(x_n)]$$

(3) 序偶表示法。

$$A=\{x, \mu_A(x) \mid x\in X\}$$

1.3 模糊逻辑运算

在普通逻辑或布尔逻辑中，任何陈述只有两个取值：真或假("1"或"0")，即普通逻辑

为二值逻辑。二值逻辑常见的关系有逻辑与、逻辑或、逻辑非、直积，对应的逻辑运算有与(交)运算、或(并)运算、非运算、直积。集合 A 与 B 的二值逻辑运算分别记作：

与运算　$A \cap B=\{x \mid x \in A \text{ 且 } x \in B\}$

或运算　$A \cup B=\{x \mid x \in A \text{ 或 } x \in B\}$

非运算　$\bar{A}=\{x \mid x \notin A,\ x \in U,\ U \text{ 为全集}\}$

直积　$A \times B=\{(a, b) \mid a \in A,\ b \in B\}$

模糊逻辑是普通二值逻辑的推广，在模糊逻辑中，任何陈述都以一定程度的真实性表示，其取值可以是“0”和“1”之间的任意实数，对应的模糊逻辑运算(逻辑与(交)、逻辑或(并)、逻辑非)分别为

逻辑与 (A AND B)　$\mu_{A \cap B}(x)=\min(\mu_A(x),\ \mu_B(x))$

逻辑或 (A OR B)　$\mu_{A \cup B}(x)=\max(\mu_A(x),\ \mu_B(x))$

逻辑非 (NOT A)　$\mu_{\bar{A}}(x)=1-\mu_A(x)$

逻辑与运算和逻辑或运算还可由更广义的模糊逻辑算子——T 算子和协 T 算子来定义。

模糊逻辑与运算可由 T 算子⊗定义为

$$\mu_{A \cap B}(x)=T(\mu_A(x),\ \mu_B(x))=\mu_A(x) \otimes \mu_B(x)$$

T 算子⊗是满足下列条件的一个两变量函数 $T(\cdot, \cdot)$：

(1) 单调：如果 $a \leqslant c$ 且 $b \leqslant d$，则 $T(a, b) \leqslant T(c, d)$

(2) 右界：$T(0, 0)=0$，$T(a, 1)=T(1, a)=a$

(3) 交换律：$T(a, b)=T(b, a)$

(4) 结合律：$T(a, T(b, c))=T(T(a, b), c)$

模糊逻辑或运算也可由协 T 算子⊕定义为

$$\mu_{A \cup B}(x)=S(\mu_A(x),\ \mu_B(x))=\mu_A(x) \oplus \mu_B(x)$$

协 T 算子⊕是满足下列条件的一个两变量函数 $S(\cdot, \cdot)$：

(1) 单调：如果 $a \leqslant b$ 且 $b \leqslant d$，则 $S(a, b) \leqslant S(c, d)$

(2) 右界：$S(1, 1)=1$，$S(a, 0)=S(0, a)=a$

(3) 交换律：$S(a, b)=S(b, a)$

(4) 结合律：$S(a, S(b, c))=S(S(a, b), c)$

常用的 T 算子和协 T 算子定义如下：

T 算子

$$\mu_A(x) \otimes \mu_B(x)=\begin{cases}\min(\mu_A(x),\ \mu_B(x)) & \text{(模糊交)} \\ \mu_A(x) \cdot \mu_B(x) & \text{(代数积)} \\ \max(0,\ (\mu_A(x)+\mu_B(x)-1)) & \text{(有界积)} \\ \left.\begin{array}{ll}\mu_A(x) & \text{当 } \mu_B(x)=1 \text{ 时} \\ \mu_B(x) & \text{当 } \mu_A(x)=1 \text{ 时} \\ 0 & \text{当 } \mu_A(x)<1,\ \mu_B(x)<1 \text{ 时}\end{array}\right\} & \text{(直积)}\end{cases}$$

协 T 算子

$$\mu_A(x) \oplus \mu_B(x) = \begin{cases} \max(\mu_A(x),\ \mu_B(x)) & (\text{模糊并}) \\ \mu_A(x) + \mu_B(x) & (\text{代数和}) \\ \min(1,\ (\mu_A(x) + \mu_B(x))) & (\text{有界和}) \\ \left.\begin{array}{ll} \mu_A(x) & \text{当 } \mu_B(x) = 1 \text{ 时} \\ \mu_B(x) & \text{当 } \mu_A(x) = 1 \text{ 时} \\ 0 & \text{当 } \mu_A(x) > 0,\ \mu_B(x) > 0 \text{ 时} \end{array}\right\} & (\text{直和}) \end{cases}$$

1.4 If … then 规则

最简单的 If … then 规则的形式是："如果 x 是 A，则 y 是 B。"复合型的 If … then 规则的形式很多，例如：

"If m 是 A 且 x 是 B then y 是 C，否则 z 是 D"；

"If m 是 A 且 x 是 B 且 y 是 C then z 是 D"；

"If m 是 A 或 x 是 B then y 是 C 或 z 是 D"；

"If m 是 A 且 x 是 B then y 是 C 且 z 是 D"。

这里 A，B，C，D 分别是论域 M，X，Y，Z 中模糊集的语义值，If 部分是前提或前件，then 部分是结论或后件。解释 If … then 规则包括以下三个过程：

(1) 输入模糊化。

确定出 If … then 规则前提中每个命题或断言为真的程度(即隶属度)。

(2) 应用模糊算子。

如果规则的前提有几部分，则利用模糊算子可以确定出整个前提为真的程度(即整个前提的隶属度)。

(3) 应用蕴含算子。

由前提的隶属度和蕴含算子，可以确定出结论为真的程度(即结论的隶属度)。

1.5 模 糊 推 理

模糊推理是采用模糊逻辑由给定的输入到输出的映射过程。模糊推理包括五个方面：

(1) 输入变量模糊化，即把确定的输入转化为由隶属度描述的模糊集。

(2) 在模糊规则的前件中应用模糊算子(与、或、非)。

(3) 根据模糊蕴含运算由前提推断结论。

(4) 合成每一个规则的结论部分，得出总的结论。

(5) 反模糊化，即把输出的模糊量转化为确定的输出。

1. 输入变量模糊化

输入变量是输入变量论域内的某一个确定的数，输入变量经模糊化后，变换为由隶属

度表示的 0 和 1 之间的某个数。模糊化常由隶属度函数或查表求得。

2. 应用模糊算子

输入变量模糊化后，我们就知道每个规则前件中的每个命题被满足的程度。如果给定规则的前件中不止一个命题，则需用模糊算子获得该规则前件被满足的程度。模糊算子的输入是两个或多个输入变量经模糊化后得到的隶属度值，其输出是整个前件的隶属度，模糊逻辑算子可取 T 算子和协 T 算子中的任意一个，常用的与算子有 min（模糊交）和 prod（代数积），常用的或算子有 max（模糊并）和 probor（概率或）。probor 定义为

$$\mathrm{probor}(\mu_A(x),\ \mu_B(x)) = \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x)\mu_B(x)$$

3. 模糊蕴含

模糊蕴含可以看作一种模糊算子，其输入是规则的前件被满足的程度，输出是一个模糊集，规则“如果 x 是 A，则 y 是 B”表示了 A 与 B 之间的模糊蕴含关系，记为 $A \to B$。

常用的模糊蕴含算子有：

（1）最小运算（Mamdani）。

$$A \to B = \min(\mu_A(x),\ \mu_B(y))$$

（2）代数积（Larsen）。

$$A \to B = \mu_A(x) \cdot \mu_B(y)$$

（3）算术运算（Zadeh）。

$$A \to B = \min(1,\ 1 - \mu_A(x) + \mu_B(y))$$

（4）最大、最小运算。

$$A \to B = \max(\min(\mu_A(x),\ \mu_B(y)),\ 1 - \mu_A(x))$$

（5）布尔运算。

$$A \to B = \max(1 - \mu_A(x),\ \mu_B(y))$$

（6）标准法运算（1）。

$$A \to B = \begin{cases} 1 & \text{当 } \mu_A(x) \leqslant \mu_B(y) \text{ 时} \\ 0 & \text{当 } \mu_A(x) > \mu_B(y) \text{ 时} \end{cases}$$

（7）标准法运算（2）。

$$A \to B = \begin{cases} 1 & \text{当 } \mu_A(x) \leqslant \mu_B(y) \text{ 时} \\ \dfrac{\mu_B(y)}{\mu_A(x)} & \text{当 } \mu_A(x) > \mu_B(y) \text{ 时} \end{cases}$$

4. 模糊合成

模糊合成也是一种模糊算子。该算子的输入是每一个规则输出的模糊集，输出是这些模糊集经合成后得到的一个综合输出模糊集。常用的模糊合成算子有 max（模糊并）、probor（概率或）和 sum（代数和）。

5. 反模糊化

反模糊化把输出的模糊集化为确定数值的输出，常用的反模糊化的方法有以下五种：

(1) 中心法(Centroid)。

取输出模糊集的隶属度函数曲线与横坐标轴围成区域的中心或重心对应的论域元素值为输出值。

(2) 二分法(Bisector)。

取输出模糊集的隶属度函数曲线与横坐标轴围成区域的面积均分点对应的元素值为输出值。

(3) 输出模糊集极大值的平均值。

(4) 输出模糊集极大值的最大值。

(5) 输出模糊集极大值的最小值。

例如，对于国外饭店小费(tip)给定问题，给定小费的依据是饭店的服务(service)态度与饭菜(food)质量，将服务态度划分为三个档次：差(poor)、好(good)、很好(excellent)，将饭菜质量分为两个档次：味道差(rancid)和美味(delicious)，给予的小费也分三个档次：较少(cheap)、平均水平(average)、较多(generous)。一次具体的饭店活动应给多少小费由下面的三条规则来确定：

(1) If service is poor or food is rancid then tip=cheap.

(2) If service is good then tip=average.

(3) If service is excellent or food is delicious then tip=generous.

假定 service 为 poor，good，excellent；food 为 rancid，delicious；tip 为 cheap，average，generous 的隶属度函数如图1.2所示。如果在某次饭店活动中，我们认为 service=3，food=8，则由模糊推理得到应给多少小费的推理过程如图1.2所示。

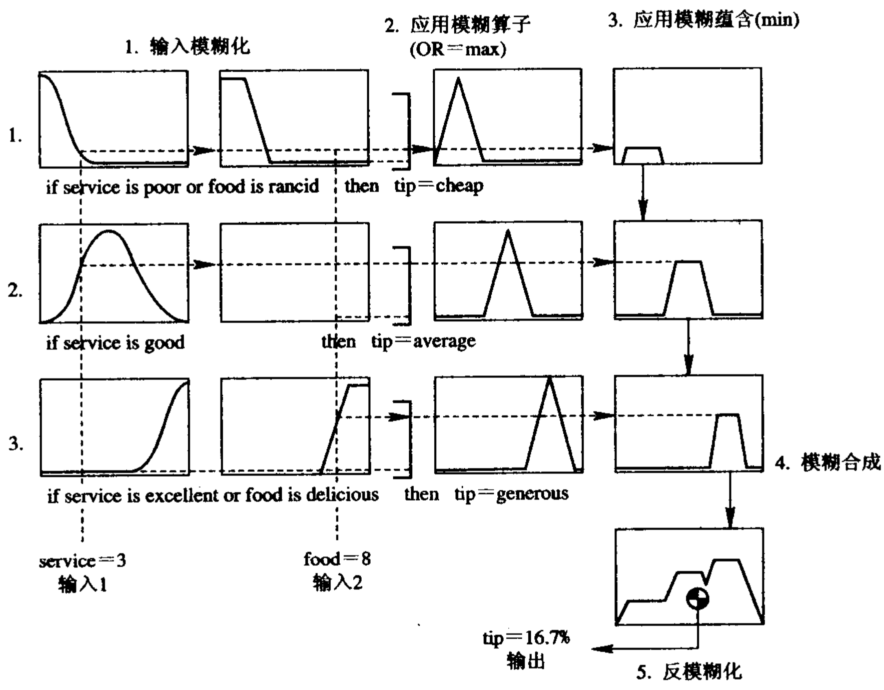


图 1.2 小费给定模糊推理过程

1.6 模糊控制

在自动控制理论(包括现代控制理论)中，控制器的分析与综合依赖于精确的数学模型。由于被控对象过程的非线性、参数间的强烈耦合、较大的随机干扰、过程机理错综复杂以及现场测量仪表条件的不足，或者测试仪器表无法进入被测区，以致不可能建立起被控对象的数学模型，对于那些不能直接获得系统数学模型描述的系统，传统的控制方法往往难以取得令人满意的控制效果，然而这类被控对象在人的手工控制下却往往能够正常运行，达到一定的预期效果。

人们在手动控制中，被控过程的操作人员在长期观察、实践中积累许多经验，这些经验常用定性的、不精确的语言规则等形式加以描述，如"若炉温偏高则燃料适当减少"。系统在运行过程中，人们将观察到的过程输出与设定值比较，得到过程输出偏离设定值程度的模糊语义描述或过程输出偏离设定值变化快慢的模糊语义描述，经逻辑推理得出控制量的模糊量："适量减少燃料"，经反模糊化后，转化为一精确的控制量，实现整个控制过程。这一手动控制过程可用图1.3表示。

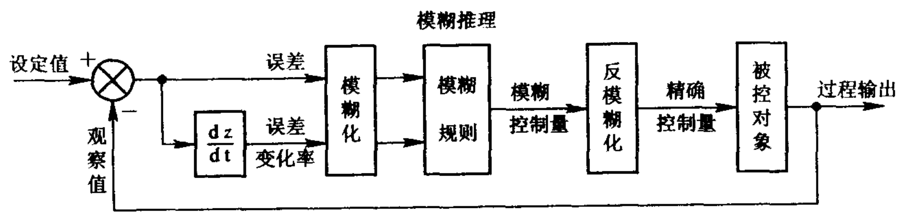


图 1.3 手动控制过程

以模糊集和模糊推理为基础，对上述手工操作过程进行建模，即可得到模糊控制器。

1.7 模糊聚类

任何一门科学都要通过分类来建立概念，也要通过分类来发现和总结规律，分类是建立和识别模型的重要基础和手段。所谓分类，就是将事物的总体分成若干类(子集)，使总体中的每一事物存在且仅存在一个类中。

聚类分析是按照一定的标准来鉴别事物之间的接近程度，并把彼此接近的事物归为一类。设数据 X 中含有 n 个样本，表示为 $X_k(k=1, 2, \cdots, n)$，聚类问题是要把$(X_1, X_2, \cdots, X_n)$区分为 X 中的 c 个子集$2\leqslant c\leqslant n$，要求相似的样本尽量在同一类，不相似的样本应在不同的类，聚类数 c 预先可能是不知道的。

粗略地说，可以把聚类区分成三种：谱系聚类法、图论法以及目标函数法。

1. 谱系聚类法

谱系聚类法有两种类型：聚集法和分裂法。

聚集法从 n 个只含单一个样本的聚类开始，然后逐步地将这些样本合并，聚集法的过程是从下往上。

分裂法开始时把所有的样本考虑为同一类，然后逐步分裂为多个类别，分裂法的过程是从上往下。

聚集法的计算比较简单，但当样本数较多，而只需划分为很少的类别时，采用分裂法可省去许多复杂的计算。

2. 图论法

在图论法中，数据集的各个样本构成图的节点、联结节点，节点间边的加权系数反映了两个节点的相似性。各组节点间的连接度测度作为聚类准则。聚类方法通常在最小生成树中去掉割边来形成多个子图。

3. 目标函数法

在目标函数法中，用目标函数来测度聚类的效果，最佳聚类对应于目标函数取得极值的情况。常用的准则是最小平方误差和。

4. 距离度量

在聚类分析中，一个重要的问题是建立起合理的相似性测度。假定聚类对象有 n 个样本，每个样本有 m 个特征 $x_{ij}(i=1, 2, \cdots, m; j=1, 2, \cdots, n)$，常用的样本间的相似性和类与类间的相似性的度量方法有：

（1）欧氏距离法。

$$r_{ij} = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(x_{ik} - x_{jk})^2}$$

（2）数量积法。

$$r_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{当 } i = j \text{ 时} \\ \dfrac{1}{M} \cdot \sum\limits_{k=1}^{n} x_{ik}x_{jk} & \text{当 } i \neq j \text{ 时} \end{cases}$$

（3）相关系数法。

$$r_{ij} = \frac{\sum\limits_{k=1}^{n}(x_{ik} - \bar{x}_i)(x_{jk} - \bar{x}_j)}{\sqrt{\sum\limits_{k=1}^{n}(x_{ik} - \bar{x}_i)^2}\sqrt{\sum\limits_{k=1}^{n}(x_{jk} - \bar{x}_j)^2}}$$

式中

$$\bar{x}_i = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} x_{ik}$$

$$\bar{x}_j = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m} x_{jk}$$

（4）指数相似法。

$$r_{ij} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} e^{-\frac{3}{4}\cdot\frac{(x_{ik}-x_{jk})^2}{s_k^2}} \qquad s_k \text{ 为适当选择的整数}$$

(5) 最大最小法。

$$r_{ij}=\frac{\sum_{k=1}^{n}\min(x_{ik},x_{jk})}{\sum_{k=1}^{n}\max(x_{ik},x_{jk})}$$

(6) 几何平均最小法。

$$r_{ij}=\frac{\sum_{k=1}^{n}\min(x_{ik},x_{jk})}{\sum_{k=1}^{n}\sqrt{x_{ik}x_{jk}}}$$

(7) 绝对值指数法。

$$r_{ij}=e^{-\sum_{k=1}^{n}|x_{ik}-x_{jk}|}$$

(8) 绝对值倒数法。

$$r_{ij}=\begin{cases}1 & \text{当 } i=j \text{ 时}\\ \dfrac{M}{\sum_{k=1}^{n}|x_{ik}-x_{jk}|} & \text{当 } i\neq j \text{ 时}\end{cases}$$

(9) 绝对值减数法。

$$r_{ij}=\begin{cases}1 & \text{当 } i=j \text{ 时}\\ 1-c\sum_{k=1}^{n}|x_{ik}-x_{jk}| & \text{当 } i\neq j \text{ 时}\end{cases}$$

(10) 夹角余弦法。

$$r_{ij}=\frac{\sum_{k=1}^{n}x_{ik}x_{jk}}{\sqrt{\sum_{k=1}^{n}x_{ik}^{2}}\sqrt{\sum_{k=1}^{n}x_{jk}^{2}}}$$

MATLAB 工具箱中用到的模糊聚类方法主要是模糊 C 均值聚类。模糊 C 均值聚类方法通过对目标函数的迭代优化来获取数据集的模糊分类，目标函数为样本到聚类中心的距离平方和，然后采用目标函数进行聚类。

1.8 其　　它

模糊系统除用于自动控制、模糊聚类外，还可用于建模、信号处理、计算机视觉、专家系统、决策分析、图像处理等许多领域，但其理论基础主要是模糊推理，只是具体的问题采用的隶属函数形式和模糊算子的形式不同而已，在此不再赘述。