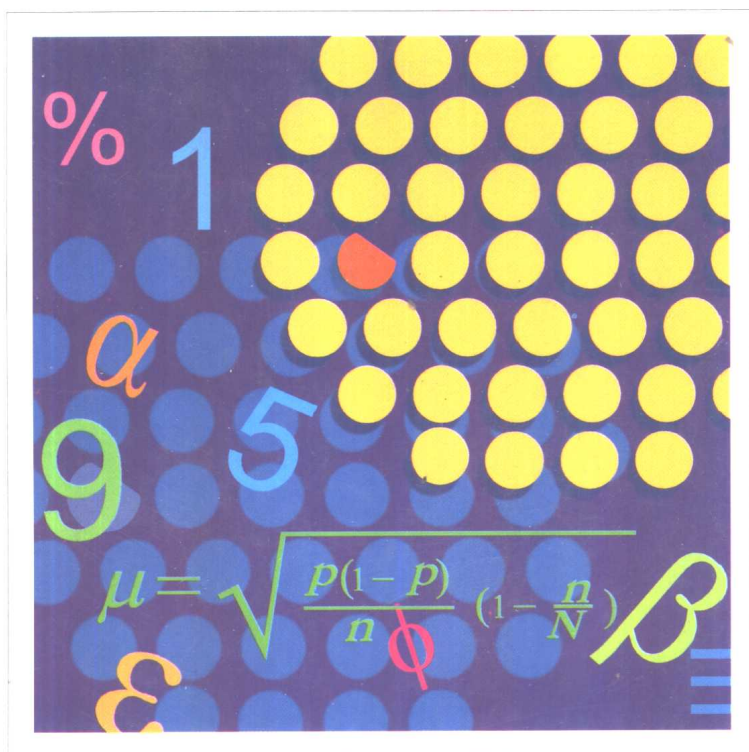




普通高等教育“九五”国家级重点教材

概率论与数理统计

(第二版)



茆诗松 周纪芴 编著

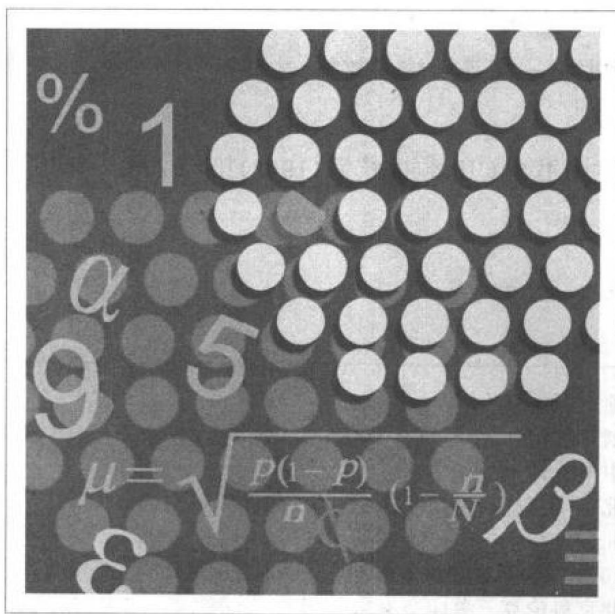
中国统计出版社



普通高等教育“九五”国家级重点教材

概率论与数理统计

(第二版)



茆诗松 周纪芑 编著

中国统计出版社

(京)新登字 041 号

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计/茆诗松,周纪芾编著.

—北京:中国统计出版社,2000.7

高等教育“九五”国家级重点教材

ISBN 7-5037-2924-4

I. 概…

II. ①茆… ②周…

III. ①概率论—高等学校—教材 ②数理统计—高等学校—教材

IV. 021

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 10206 号

责任编辑/徐 颖 吕 军

责任校对/刘开颜

出版发行/中国统计出版社

通信地址/北京市三里河月坛南街 75 号 邮政编码/100826

办公地址/北京市丰台区西三环南路甲 6 号

电 话/(010)63459084、63266600—22500(发行部)

印 刷/北京科伦克三莱印务有限公司

经 销/新华书店

开 本/787×1092mm 1/18

字 数/280 千字

印 张/24.5

印 数/1—5000 册

版 别/2000 年 7 月第 2 版

版 次/2000 年 7 月第 1 次印刷

书 号/ISBN 7-5037-2924-4/O.31

定 价/36.00 元

中国统计版图书,版权所有,侵权必究。

中国统计版图书,如有印装错误,本社发行部负责调换。

出版说明

根据原国家教育委员会《普通高等教育“九五”国家级重点教材立项、管理办法》的要求,国家统计局经过专家评审,五种教材被立项,其中:三种教材是在“八五”期间规划统计教材的基础上进行修订的,二种教材属“九五”期间新编规划统计教材,这五本教材的编审工作由全国统计教材编审委员会负责审定。

“抓重点,出精品”是“九五”期间普通高等教育教材建设与改革工作的核心。按照教育部的要求,国家级重点教材都应建设成“九五”普通高等教育的精品教材。根据这一精神,这批教材力求适应我国政治、经济、科技、教育等改革的形势,充分反映改革的成果,同时适应专业目录调整及专业面拓宽以后教学改革的实际需要,科学、合理地设置教材体系和安排教材内容,努力提高教材质量。

相信通过这批教材的出版、发行,对我国普通高等教育统计教材建设工作将起到较好的示范、导向作用;对提高统计教育水平和培养面向 21 世纪的统计人才也将发挥积极的促进作用。

限于水平和经验,这批教材的编审、出版工作还会有缺点和不足之处,诚恳欢迎教材的使用单位、广大教师和同学们提出批评和建议。

全国统计教材编审委员会

1999 年 3 月

GD1990/01

本书是按照全国统计教材编审委员会制定的《概率论与数理统计教学大纲》编写的,是供全国高等学校统计专业本科生学习用的教科书。全书十章分二部分,前四章是概率论部分,主要讲述概率论的基本概念和基本结论,其中心内容是随机变量及其分布,后六章是数理统计部分,主要讲述数理统计基本概念和常用统计方法,其中心内容是统计推断的三个内容:抽样分布、参数估计和假设检验。

学习这门课的读者主要是着眼于社会、经济管理领域中的应用,因此我们尽量用社会、经济、管理方面的例子讲述各种基本概念、基本理论和基本方法,努力说明其丰富的实际背景、特有的思维方式、广泛的应用范围。虽然全书有200个例子,为数不少,但毕竟有限,为了今后能很好应用统计方法,现在要把学习重点放在对概念、定理和方法的直观理解和数学表达上,只有理解了的东西才能更深刻地感觉它,从而才能正确地使用它,准确的数学表达是检验你是否理解了,基于这个考虑,我们在叙述上尽量启发你的思维,推理和演算上坚持严谨,能证则证,这一种严格训练对进一步学习后继的统计课程和今后的应用是十分必须的。书中部分节与段打*号,在教学中可以删去,因为这都是扩大和加深知识面的内容。

本书各章后都附有大量习题,其中大部分是练习性的,以巩固本书内容为

主要目的,真正有难度的题目只占少部分,独立地完成这些题目对掌握这门课程是必不可少的。如果在做习题上不肯花功夫,有畏难情绪,那今后在应用中遇到困难时,怎能有攻关的勇气和能力呢?

本书的编写自始至终得到国家统计局统计干部培训中心的关心和帮助,中国人民大学倪加勋教授耐心细致地审阅全书也使本书增色不少,中国统计出版社副总编谢鸿光先生为编辑出版此书花了很多心血,尤进红亦为本书提供大量习题,在此一并表示衷心的感谢。

由于编者水平有限,错谬之处在所难免,恳请国内同行和广大读者批评指正。

茆诗松 周纪芃

1996年2月6日

概率论与数理统计

※※※※※※※※※※※※※※※※

第二版序言

※※※※※※※※※※※※※※※※

本书是按经济类统计专业本科生教科书的要求编写的,出版后反映尚可,肯定了我们在与经济、管理相结合上所做的努力,意见主要集中在内容深浅和多少上,说深的也有,说浅的也有,但都认为内容过多。内容深浅确难于掌握,为适应将来的应用和研究生入学考试的需要,内容不宜过浅,为使多数学生能达到基本要求,通过合格考试,内容又不宜过深。根据教师和学生的这些意见,我们对全书作了较大的变动。

首先是减少内容,突出基础部分,把原来的十章压缩为七章。把极限定理一章压缩为一节(§3.5),把方差分析和回归分析压缩成为一章,把贝叶斯统计初步压缩为一节(§5.7),然后在每章中或多或少地删去一些内容,或把一些内容转入习题。估计讲完全书可能需要72~80节课。为了适应不同的课时计划,我们又在一些章节打上“*”号,以示可以不讲或少讲。假如把这些打上“*”号的章节都不讲授的话,那么本书还可以作为经济类和管理类各专业使用的《概率论与数理统计》课程的教材。

其次,我们力图通过例子和习题把概率论与数理统计的基本内容渗透到经济和管理各专业中去,为此我们把自己经受过的实例和看到的国内外例子经过改写大量地引入本书,目的是使学生认识到手中有无概率统计工具对自己今后学习、工作和发展将会有重要影响,掌握了这个工具至少对先进的成果

你能听懂或看懂,不至于“坐飞机”。

最后一个大的变动就是把习题分节设置,另立成册,并附答案,部分题目给提示或详细解答,这样习题的针对性强了,习题数量也明显增多,几乎增加了40%左右,但增加的习题大多为基本题,大多能为学生做出,以期引起学生动手的兴趣,提高学生学好这一门课的信心。

原书中的一些特色仍被保留,用学生熟知的一些事实来引进每个基本概念,启发和培养概率统计的思维方式,在推理和演算上仍坚持严谨,能证则证。此外,对零概率事件(几乎处处)、渐近分布、描述性统计、检验的 p 值等基本概念也加重了笔墨,力图把基本思想讲清楚,今后敢于去使用它们。

以上这些想法,我们努力去做,做得如何还要广大教师和同学评议,欢迎批评,我们将进一步改进。趁此机会,我们对批评过第一版书的教师和同学表示深深的感谢,没有他们的意见,我们不会下决心改成这个样子。同时还要感谢仔细审阅新版手稿的北京大学陈家鼎教授、耿直教授和中国人民大学倪加勋教授,由于采纳了他们的改进意见,使本书质量提高了一步。最后对国家统计局教育中心教材处和统计出版社表示感谢,没有他们的热心指导和出色的组织工作不可能使本书新版迅速问世。

茆诗松 周纪芃

1999年12月26日

[illegible]

✕ ✕ ✕ ✕ ✕ ✕ ✕

1

1.4.2	多个事件的独立性	(29)
1.4.3	试验的独立性	(31)
1.4.4	n 重贝努里试验	(34)
§ 1.5	条件概率	()
1.5.1	条件概率	(37)
1.5.2	条件概率的性质	(40)
1.5.3	全概率公式	(44)
1.5.4	贝叶斯公式	(48)
第二章	随机变量及其概率分布	(48)
§ 2.1	随机变量	(48)
2.1.1	随机变量	(48)
2.1.2	随机变量的概率分布	(50)
2.1.3	概率的可列可加性公理	(54)
§ 2.2	离散随机变量	(55)
2.2.1	离散随机变量的分布列	(55)
2.2.2	离散随机变量的数学期望	(57)
2.2.3	二项分布	(61)
2.2.4	泊松分布	(65)
* 2.2.5	超几何分布	(70)
§ 2.3	连续随机变量	(71)
2.3.1	连续随机变量的概率密度函数	(71)
2.3.2	连续随机变量的分布函数	(76)
2.3.3	随机变量函数的分布	(78)
2.3.4	连续随机变量的数学期望	(82)
2.3.5	正态分布	(83)
2.3.6	伽玛分布	(90)
2.3.7	贝塔分布	(93)
§ 2.4	方差	(95)
2.4.1	随机变量函数的数学期望	(95)
2.4.2	方差	(99)
2.4.3	方差的性质	(102)
2.4.4	切比雪夫不等式	(105)
2.4.5	贝努里大数定律	(107)
§ 2.5	随机变量的其它特征数	(108)

2.5.1	矩	(108)
2.5.2	变异系数	(109)
* 2.5.3	偏度	(110)
* 2.5.4	峰度	(111)
2.5.5	中位数	(112)
2.5.6	分位数	(113)
* 2.5.7	众数	(114)
第三章	多维随机变量	(116)
§ 3.1	多维随机变量及其联合分布	(116)
3.1.1	多维随机变量	(116)
3.1.2	联合分布函数	(117)
3.1.3	多维离散随机变量	(118)
3.1.4	多维连续随机变量	(122)
§ 3.2	随机变量的独立性	(127)
3.2.1	随机变量的独立性	(127)
3.2.2	随机变量函数的独立性	(130)
3.2.3	最大值与最小值的分布	(131)
3.2.4	卷积公式	(133)
§ 3.3	多维随机变量的特征数	(139)
3.3.1	多维随机变量函数的数学期望	(139)
3.3.2	数学期望与方差的运算性质	(141)
3.3.3	协方差	(143)
3.3.4	相关系数	(147)
* § 3.4	条件分布与条件期望	(152)
3.4.1	条件分布的概念	(152)
3.4.2	离散随机变量的条件分布	(153)
3.4.3	连续随机变量的条件分布	(155)
3.4.4	构造联合分布	(157)
3.4.5	条件期望	(159)
§ 3.5	中心极限定理	(163)
3.5.1	一个重要现象	(163)
3.5.2	独立同分布下的中心极限定理	(167)
3.5.3	二项分布的正态近似	(168)
* 3.5.4	独立不同分布下的中心极限定理	(173)

第四章 统计量及其分布	(178)
§ 4.1 总体与样本	(179)
4.1.1 总体与个体	(179)
4.1.2 样本	(182)
4.1.3 从样本去认识总体	(185)
4.1.4 正态概率纸	(192)
§ 4.2 统计量与抽样分布	(198)
4.2.1 统计量及其分布	(198)
4.2.2 样本均值及其分布	(199)
4.2.3 样本方差与样本标准差	(203)
* 4.2.4 样本的高阶矩	(207)
§ 4.3 次序统计量及其分布	(209)
4.3.1 次序统计量的概念	(209)
4.3.2 次序统计量的抽样分布	(211)
4.3.3 样本极差	(214)
4.3.4 样本中位数与 p 分位数	(216)
4.3.5 箱线图	(219)
* 4.3.6 用随机模拟方法寻找统计量的近似分布	(220)
第五章 参数估计	(223)
§ 5.1 矩法估计	(224)
5.1.1 矩法估计的基本点	(224)
5.1.2 分布中未知参数的矩法估计	(225)
§ 5.2 点估计优劣的评价标准	(226)
5.2.1 无偏性	(227)
5.2.2 有效性	(230)
5.2.3 均方误差准则	(230)
5.2.4 相合性	(232)
§ 5.3 极大似然估计	(232)
5.3.1 极大似然估计的思想与概念	(232)
5.3.2 求极大似然估计的方法	(234)
5.3.3 极大似然估计的不变原则	(238)
5.3.4 极大似然估计的渐近正态性	(239)
§ 5.4 区间估计	(240)
5.4.1 区间估计的概念	(241)

5.4.2	枢轴量法	(242)
5.4.3	正态均值 μ 的置信区间(σ 已知)	(244)
5.4.4	正态均值 μ 的置信区间(σ 未知)	(246)
5.4.5	正态方差 σ^2 与标准差 σ 的置信区间	(248)
5.4.6	两个正态均值差的置信区间	(250)
5.4.7	两个正态方差比的置信区间	(253)
§ 5.5	单侧置信限	(256)
5.5.1	单侧置信限的概念	(256)
5.5.2	基于连续分布函数构造置信限	(257)
5.5.3	基于阶梯分布函数构造置信限	(260)
§ 5.6	比率 p 的置信区间	(265)
5.6.1	小样本场合下 p 的置信区间	(265)
5.6.2	大样本场合下 p 的近似置信区间	(268)
* § 5.7	贝叶斯估计	(269)
5.7.1	统计推断中的三种信息	(269)
5.7.2	贝叶斯公式的密度函数形式	(272)
5.7.3	共轭先验分布	(274)
5.7.4	贝叶斯点估计	(277)
5.7.5	贝叶斯区间估计	(282)
第六章	假设检验	(285)
§ 6.1	假设检验的概念与步骤	(285)
6.1.1	什么是假设检验	(285)
6.1.2	假设	(289)
6.1.3	两类错误	(290)
6.1.4	水平为 α 的检验	(291)
6.1.5	假设检验问题的类型	(292)
§ 6.2	正态总体参数的假设检验	(294)
6.2.1	关于均值的检验	(295)
6.2.2	关于方差的检验	(300)
6.2.3	关于两个正态总体方差的检验	(302)
6.2.4	关于两个正态总体均值的检验	(304)
§ 6.3	比率 p 的检验	(309)
6.3.1	关于比率 p 的检验	(309)
6.3.2	两个比率的比较	(313)

* § 6.4	泊松分布参数 λ 的检验	(314)
§ 6.5	检验的 p 值	(317)
§ 6.6	广义似然比检验	(320)
§ 6.7	χ^2 拟合优度检验	(322)
6.7.1	总体可分为有限类,且总体分布不含未知参数	(323)
6.7.2	总体可分为有限类,且总体分布含有未知参数	(324)
6.7.3	总体为连续分布的情况	(326)
6.7.4	列联表的独立性检验	(328)
§ 6.8	正态性检验	(331)
6.8.1	小样本 ($3 \leq n \leq 50$) 场合的 W 检验	(331)
6.8.2	大样本 ($n > 50$) 场合的 D 检验	(333)
第七章	方差分析和回归分析	(335)
§ 7.1	单因子方差分析	(335)
7.1.1	问题的提出	(335)
7.1.2	单因子方差分析的统计模型	(336)
7.1.3	检验方法	(338)
7.1.4	效应与误差方差的估计	(344)
7.1.5	重复数相同的方差分析	(346)
§ 7.2	多重比较	(349)
7.2.1	重复数相等场合的 T 法	(349)
7.2.2	重复数不等场合的 S 法	(351)
* § 7.3	方差齐性检验	(353)
7.3.1	样本容量相等场合	(353)
7.3.2	样本容量不等场合	(355)
§ 7.4	一元线性回归	(357)
7.4.1	一元线性回归模型	(357)
7.4.2	回归系数的最小二乘估计	(359)
7.4.3	最小二乘估计的性质	(361)
7.4.4	回归方程的显著性检验	(363)
7.4.5	利用回归方程作预测	(368)
7.4.6	重复观察(试验)的情况	(371)
§ 7.5	可化为一元线性回归的曲线回归	(375)
7.5.1	模型的确定	(375)
7.5.2	参数估计	(377)

7.5.3 回归曲线的比较	(378)
---------------------	-------

附录:统计数表

附表 1 二项分布表	(382)
附表 2 泊松分布表	(392)
附表 3 正态分布表	(397)
附表 4 t 分布分位数 $t_{1-\alpha}(n)$ 表	(398)
附表 5 χ^2 分布分位数 $\chi_{1-\alpha}^2(n)$ 表	(399)
附表 6 F 分布分位数 $F_{1-\alpha}(f_1, f_2)$ 表	(401)
附表 7 随机数表	(409)
附表 8 正态性检验统计量 W 的系数 $a_i(n)$ 的值	(410)
附表 9 正态性检验统计量 W 的 α 分位数 W_α 表	(412)
附表 10 正态性检验统计量 Y 的 α 分位数 Y_α 表	(413)
附表 11 多重比较的 $q_{1-\alpha}(r, f)$ 表	(414)
附表 12 $F_{\max}$ 的分位数表	(417)
附表 13 $G_{\max}$ 的分位数表	(418)
附表 14 检验相关系数 $\rho=0$ 的临界值表	(419)
参考文献	(421)

随机事件及其概率

概要

- ## 2. 事件与集合的对应关系。

- (2)一位顾客在超市购买的商品件数;
- (3)一位顾客在超市排队等候付款的时间;
- (4)一颗麦穗上长着麦粒个数;
- (5)一台电视机的寿命(从开始使用到第一次维修的时间);
- (6)某城市一天内发生交通事故的次数;
- (7)测量某物理量(长度、直径等)的误差。

读者还可列举很多有趣的随机现象。

很多随机现象是可以大量重复的,如抛一枚硬币可以无限次重复,不同麦穗上的麦粒数可以大量观察等,这种可重复的随机现象又称为**随机试验**,简称**试验**。以后常把检验一件产品看作做一次试验,观察一颗麦穗上的麦粒数也看作一次试验。也有很多随机现象是不能重复的,明年世界经济是增长还是衰退,一场足球赛的输赢都是不能重复的随机现象。本书主要研究能大量重复的随机现象,但也十分注意研究不能重复的随机现象。因为后者在我们经济生活中占有重要地位。

1.1.2 基本空间(样本空间)

认识一个随机现象首要的是能罗列出它的一切可能发生的基本结果,这里“**基本结果**”是指随机现象的最简单的结果,如抛一枚硬币就有两个基本结果:

正面, 反面

掷一颗骰子就有六个基本结果:

1点, 2点, 3点, 4点, 5点, 6点

随机现象所有基本结果的全体称为这个随机现象的**基本空间**。常用 $\Omega = \{\omega\}$ 表示,其中元素 ω 就是基本结果。在统计学中,基本结果 ω 将是抽样的基本单元,故基本结果又称为**样本点**,基本空间又称为**样本空间**,如抛一枚硬币的基本空间为

$$\Omega_1 = \{\omega_0, \omega_1\} = \{\text{正面}, \text{反面}\}$$

其中, ω_0 表示正面, ω_1 表示反面,又如掷一颗骰子的基本空间为

$$\Omega_2 = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

基本空间可以由有限个(至少二个)基本结果组成(如 Ω_1 和 Ω_2 那样),也可由无限个基本结果组成,对有限的基本空间要注意其中基本结果的个数,对无限的基本空间要注意区分其中基本结果是可列个,还是不可列个。

例 1.1.2 例 1.1.1 中 7 个随机现象的基本空间有如下三种: