〔苏联〕 A. Г. 庫里柯夫斯基
Г. A. 留 比 莫 夫 著

磁流体力学

上海科学技术出版社

磁流体力学

53.67
435

磁流体力学

〔苏联〕A. Г. 庫里柯夫斯基
Г. A. 留比莫夫 著

徐 复 邱励儉
唐福林 胡文瑞 譯

3060768

上海科學技术出版社

內 容 提 要

本书系統地闡述了磁流体力学的基本原理，詳尽地討論了导电連續介质与电磁場的相互作用。在叙述上偏重于基本方程的推导和求解，对它們的应用范圍和物理意义也予以充分明确的討論。书中包括基本方程、不可压縮流体的运动、理想气体中的簡单波和小扰动、理想气体中的間断面、理想气体的非定常运动、理想气体的定常运动、非理想气体的定常运动和导电流体繞磁化物体的流动等八章。

本书可供大学物理系教师、研究生和高年級学生参考之用。

МАГНИТНАЯ ГИДРОДИНАМИКА

А. Г. Куликовский

и Г. А. Любимов

ФИЗМАТГИЗ, 1962

磁 流 体 力 学

徐 复 邱励儉 唐福林 胡文瑞 譯

上海科学技术出版社出版（上海瑞金二路450号）

上海市书刊出版业营业許可証出093号

上海洪兴印刷厂印刷　新华书店上海发行所发行

开本 850×1156 1/32　印張 7 10/32　排版字数 173,000

1966年3月第1版　1966年3月第1次印刷

印数 1—2,000

統一书号 13119·702　定价（科六）1.00元

原著者序

近年来在物理学和技术的某些領域里(如天体物理学,高速空气动力学及受控热核反应等),研究熾热的电离液体和气体在电磁場中运动的要求显得越来越迫切了. 因此,目前磁流体力学已成为力学及物理学領域中一門蓬勃发展的学科. 磁流体力学是研究导电介质(液体和气体)在电磁場里的运动. 在这种类型的运动中产生了許多新的力学效应,同时也发現了許多影响流体运动的新的方法.

导电介质在电磁場里运动时,介质中就会产生电流. 一方面,运动流体中所产生的电流与磁場相互作用,产生附加的力,从而改变流体的运动. 另一方面,电流的产生又导致电磁場的改变. 在对所有这些問題进行理論探討时,必須旣考虑其力学效应,又考虑其电磁效应. 而綜合地研究这些效应乃是磁流体力学的課題.

尽管磁流体力学还是一門年青而又正在蓬勃发展的学科,但是現在可以认为,它所特有的一些基本的規律已經被人們所查明和确立.

由于各个領域的科学工作者对磁流体力学問題的兴趣与日俱增,因此将磁流体力学的基本原理作一系統的闡述是适宜的. 我們并不企图叙述磁流体力学及其应用的全部研究結果.

在选擇本书内容时,我們力图闡述一些主要的研究結果,从而查明导电介质与电磁場发生相互作用时所产生的新的效应和所遵循的規律. 我們特别注意求出磁流体力学方程組的精确解并对它进行討論,而对某些不能得到精确解的問題,則着重于定性的研

08620

试读结束,需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com

究. 书中詳細地推导了磁流体力学的基本方程，幷討論了它們的应用范圍. 只要有可能，我們总是尽力給所討論的現象以明确的物理解釋，而对各种問題的提法也尽可能讲得清楚一些.

因此，本书偏重于理論性的叙述方面，基本上是闡明磁流体力学所固有的一些特性，至于磁流体力学的工程应用，各种問題的近似解法以及实验数据等則均未列入. 同时书中也幷未涉及为从事受控热核反应的人所特别感到兴趣的磁流体静力学及稳定性問題，因为現在这些問題已經被研究得十分詳細，以致完全可以出版专著来加以論述.

和所有正在蓬勃发展的其他学科一样，磁流体力学中的許多結果往往是同时或稍有先后地为不同作者以完全不同的方法得到. 在叙述这些結果时，我們总是采用那些在我們看来物理上比較直观而数学上又比較簡单的叙述方法.

书末附有大量的参考文献，它們在叙述本书时曾經直接引用过，而且与所討論的問題有着密切的关系.

我們謹对 M. H. 柯甘及 B. H. 柯罗别依尼柯夫表示深切的謝忱. 他們对本书提出了許多珍貴的意見，致使全书的內容得到很大的改进.

目 录

第一章 基本方程

§1 电动力学方程[1]

根据現代的概念，自然界中所有的物体都是由基本粒子所組成的．基本粒子可以带有电荷[2]（例如电子、质子等）．每一个荷电粒子在自己周圍的空間里建立电磁場，它們之間的相互作用就是通过电磁場来实现的．虽然电磁場及其变化与荷电粒子的运动有关，然而它又具有一定程度的独立性，并遵循着一些自己所特有的規律，因此可以把它看作是一种独立的客体．

在空間的每一点和每一瞬时，电磁場的特征可以用两个矢量来表示：电場强度 $\boldsymbol{E}$ 和磁場强度 $\boldsymbol{H}$．

在空間某一点的磁場强度和电場强度可以由放置在該点的檢驗电荷上所受力的大小来决定．电磁場对具有电荷 e 并以速度 $\boldsymbol{v}$ 运动的荷电粒子的作用力等于

$$\boldsymbol{F}=e\left(\boldsymbol{E}+\frac{\boldsymbol{v}}{c}\times\boldsymbol{H}\right), \tag{1-1-1}$$

其中 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 是沒有檢驗电荷时空間該点的电場强度和磁場强度．c 是一个常数，它的量綱与速度的量綱相同，大小等于真空中的光速 $c=3\times10^{10}$ 厘米/秒．等式 (1-1-1) 是建立在实驗事实的基础

---

[1] 在本节中我們仅引进电动力学的基本方程，有关电动力学基本原理的闡述可見参考文献[6, 17]．

[2] 粒子的电磁性质是用与粒子自旋有关的磁矩来表征的．但磁矩的数量級非常小，在我們所討論的問題里，它的影响可以忽略不計[17]．

上，并可看成是构成电动力学理論的基本假設之一．这个公式表明，在电磁場里荷电粒子所受的力，形式上可以分成两个分量：与 $\boldsymbol{E}$ 平行的电力和与 $\boldsymbol{H}$ 及 $\boldsymbol{v}$ 相垂直的磁力．荷电粒子运动时，电力作功，而磁力不作功，因为它和速度垂直．

在式(1-1-1)中，我們采用所謂絕对高斯单位制．在这种单位制里，場强以及粒子的电荷是用力学单位测定的(厘米-克-秒)，同时把电場强度和磁場强度的量綱看作是相同的：

$$[E]=[H]=M^{\frac{1}{2}}L^{-\frac{1}{2}}T^{-1};\ [e]=M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{3}{2}}T^{-1}.$$

在研究各种物理現象时可以采用不同的坐标系．由于今后所研究的仅仅是非相对論性現象，因此我們将只采用相对速度 U 远小于光速$\left(\frac{U^2}{c^2}\ll 1\right)$的坐标系．在由某一个坐标系 K 轉換到另一个以恒速 $\boldsymbol{U}$ 相对于 K 运动的坐标系 K' 时，所有运动学的量都按伽利略公式进行换算：

$$\boldsymbol{x}'=\boldsymbol{x}-\boldsymbol{U}t;\quad t'=t;\quad \boldsymbol{v}'=\boldsymbol{v}-\boldsymbol{U}$$

(其中带撇的量是 K' 坐标系的，不带撇的量是 K 坐标系的)．由此可見，加速度和力不依賴于测量它們的坐标系．而由(1-1-1)式可以看出，$\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 与所选擇的坐标系有关．在相对論里，根据等式(1-1-1)已經推导出由一个慣性坐标系轉換到另一个慣性坐标系时电場强度和磁場强度的换算公式[14]．这些公式准确到 $\frac{U^2}{c^2}$ 的数量級，它們具有下列形式：

$$\boldsymbol{E}'=\boldsymbol{E}+\frac{\boldsymbol{U}}{c}\times\boldsymbol{H};\quad \boldsymbol{H}'=\boldsymbol{H}-\frac{\boldsymbol{U}}{c}\times\boldsymbol{E}. \tag{1-1-2}$$

不难驗証，利用(1-1-2)式时，电磁場对荷电粒子的作用力，在准确到 $\frac{U^2}{c^2}$ 数量級的范圍內是一个不变量．实际上，

$$\boldsymbol{F}'=e\left(\boldsymbol{E}'+\frac{1}{c}\boldsymbol{v}'\times\boldsymbol{H}'\right)$$
$$=e\left[\boldsymbol{E}+\frac{1}{c}\boldsymbol{U}\times\boldsymbol{H}+\frac{1}{c}(\boldsymbol{v}-\boldsymbol{U})\times\left(\boldsymbol{H}-\frac{1}{c}\boldsymbol{U}\times\boldsymbol{E}\right)\right]$$
$$=e\left(\boldsymbol{E}+\frac{1}{c}\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{H}\right)=\boldsymbol{F}.$$

現在我們来討論带有电荷 e 和质量 m 的粒子在均匀电磁場里的运动[15]，并限于 $E^2\ll H^2$ 的情况．首先假定矢量 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 相互平行．将粒子的运动分解成沿場的纵向运动和垂直于場的横向运动，并将速度表示为 $\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_\parallel+\boldsymbol{v}_\perp$ 的形式．沿場向作用于粒子的力是 $\boldsymbol{F}_\parallel=e\boldsymbol{E}$，它所引起的运动是匀加速运动 $\frac{dv_\parallel}{dt}=\frac{eE}{m}$．垂直于場向的力是 $\boldsymbol{F}_\perp=e\frac{\boldsymbol{v}}{c}\times\boldsymbol{H}=\frac{e\boldsymbol{v}_\perp}{c}\times\boldsymbol{H}$，这个力不作功．因此，$m\frac{v_\perp^2}{2}=$常数，所以 $\boldsymbol{v}_\perp=$常数，$\boldsymbol{F}_\perp=$常数．此外，因为 $\boldsymbol{F}_\perp\perp\boldsymbol{v}_\perp$，所以横向运动将是沿半徑 $R=\frac{mv_\perp c}{eH}$ 的匀速圓周运动．R 的大小由离心力和 $\boldsymbol{F}_\perp$ 互相平衡的条件得到．这时，荷有异种电荷的粒子将在相反的方向回轉．横向运动和纵向运动的合运动乃是沿場向变螺距的螺旋綫运动．

現在我們再来討論矢量 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 在任意位置时荷电粒子的运动．如果选用某一个以速度 $\boldsymbol{U}$ 垂直于 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 运动的坐标系，那么就能使这个坐标系里的 $\boldsymbol{E}'$ 和 $\boldsymbol{H}'$ 相互平行❶．实际上，根据换算公式(1-1-2)，

$$\boldsymbol{E}'=\boldsymbol{e}_i\left(E_i-\frac{U}{c}H_j\right)+\boldsymbol{e}_j\left(E_j+\frac{U}{c}H_i\right),$$
$$\boldsymbol{H}'=\boldsymbol{e}_i\left(H_i+\frac{U}{c}E_j\right)+\boldsymbol{e}_j\left(H_j-\frac{U}{c}E_i\right)$$

(坐标系是这样选取的，即使矢量 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 位于 x_i, x_j 坐标平面上；

❶ 原书誤为使 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 相互平行．——譯者注

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com

$\boldsymbol{e}_i$, $\boldsymbol{e}_j$ 是单位矢量）．因此，使 $\boldsymbol{E}'$ 和 $\boldsymbol{H}'$ 平行的必要条件是

$$(H_iE_j-H_jE_i)\frac{U^2}{c^2}+(E^2+H^2)\frac{U}{c}+(H_iE_j-H_jE_i)=0.$$

因为曾經假設 $E^2\ll H^2$ 及 $\frac{U^2}{c^2}\ll 1$，所以求解这个方程就得到它的根

$$\frac{U}{c}=\frac{H_jE_i-H_iE_j}{H^2}. \tag{1-1-3}$$

用这种方法可以找到一个坐标系，粒子在其中的运动可以归結为前面討論过的情况．这个坐标系的选擇仅仅取决于矢量 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{H}$，而与被研究的粒子无关．这个坐标系的运动速度就称为粒子的漂移速度．除了上面这个坐标系外，还有另外一些坐标系，其中 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 也是相互平行的．在所有这些坐标系里矢量 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 都相同，而这些坐标系的速度差是一个与 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 方向平行的矢量．粒子在原来坐标系里的运动将由两种运动迭加而成，即粒子在动坐标系里的运动（变螺距螺旋綫运动）和粒子以动坐标系的速度运动（漂移运动）．

今后所討論的将不是个别荷电粒子的运动，而是大量荷电粒子——連續介质的运动；那时，我們感兴趣的只是这种运动的平均特征．

假定在充满介质的空間里有电磁場存在．那么我們就能計算出这个場对某一个物理上无限小的介质体积元 $\varDelta\tau$ 的作用力．所謂物理上无限小的体积元，应該理解为它的綫度远远小于所研究問題的特征长度，但本身却大得足以对此体积进行平均．

将(1-1-1)式对处在体积元 $\varDelta\tau$ 中的所有粒子求和，并认为在这些粒子所占据的整个空間里 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 是不变的，則場作用于介质体积元 $\varDelta\tau$ 上的力就等于

$$\boldsymbol{F}=\left[\sum_\alpha e_\alpha\boldsymbol{E}+\frac{1}{c}\sum_\alpha e_\alpha\boldsymbol{v}_\alpha\times\boldsymbol{H}\right], \tag{1-1-4}$$

其中 $\boldsymbol{v}_\alpha$ 是粒子的速度，求和是对体积元 $\Delta\tau$ 中所有粒子进行的.

引进量

$$\rho_e=\frac{\sum\limits_\alpha e_\alpha}{\Delta\tau},\quad \boldsymbol{j}=\frac{\sum\limits_\alpha e_\alpha \boldsymbol{v}_\alpha}{\Delta\tau}, \tag{1-1-5}$$

它們分別称为电荷密度和电流密度. 如果共有 ν 种粒子，則它們可以用下列形式表示:

$$\rho_e=\sum_{k=1}^{\nu} N_k e_k,\quad \boldsymbol{j}=\sum_{k=1}^{\nu} N_k e_k \boldsymbol{v}_k,$$

这里 N_k 是第 k 种粒子的密度，$\boldsymbol{v}_k$ 是第 k 种粒子的平均速度.

根据(1-1-4)式，力密度 $\boldsymbol{f}=\dfrac{\boldsymbol{F}}{\Delta\tau}$ 等于

$$\boldsymbol{f}=\rho_e\boldsymbol{E}+\frac{1}{c}(\boldsymbol{j}\times\boldsymbol{H}). \tag{1-1-6}$$

当从一个坐标系变换到另一个相对于它以速度 $\boldsymbol{U}$ 运动的坐标系时，由(1-1-5)式导出

$$\boldsymbol{j}'=\frac{\sum\limits_\alpha e_\alpha \boldsymbol{v}'_\alpha}{\Delta\tau}=\frac{\sum\limits_\alpha e_\alpha(\boldsymbol{v}_\alpha-\boldsymbol{U})}{\Delta\tau}=\boldsymbol{j}-\rho_e\boldsymbol{U}. \tag{1-1-7}$$

因为粒子的电荷不随时間而改变，所以在某一体积内电荷的改变仅仅是由于荷电粒子通过該体积界面的进出而产生的. 单位时間内通过法向为 $\boldsymbol{n}$ 的面积元 $\Delta\Sigma$ 的粒子数为 $\sum\limits_k N_k(\boldsymbol{v}_k\cdot\boldsymbol{n})\Delta\Sigma$，它們所携带的电荷是

$$\sum_k e_k N_k(\boldsymbol{v}_k\cdot\boldsymbol{n})\Delta\Sigma=\Delta\Sigma(\boldsymbol{j}\cdot\boldsymbol{n})=j_n\Delta\Sigma.$$

通过某一封閉曲面($\boldsymbol{n}$——外法向)流入的电荷是

$$-\oint_\Sigma j_n\,d\Sigma.$$

这个数值等于单位时間里該体积内电荷的改变

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_\tau \rho_e\,d\tau.$$

因此

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}=-\oint_{\Sigma} j_n\,d\Sigma, \qquad (1\text{-}1\text{-}8)$$

其中 $\theta=\int_{\tau}\rho_e d\tau$是曲面 Σ 内所包含的电荷.

在研究电磁場的性质及其变化时，我們要用到麦克斯韦方程組(可参見文献[6, 17]). 这个方程組的积分形式如下：

$$\left.\begin{aligned}\oint_L \boldsymbol{H}\cdot d\boldsymbol{l}&=\frac{4\pi}{c}I+\frac{1}{c}\int_{\Sigma}\frac{\partial E_n}{\partial t}d\Sigma,\\ \oint_L \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l}&=-\frac{1}{c}\int_{\Sigma}\frac{\partial H_n}{\partial t}\,d\Sigma,\end{aligned}\right\} \qquad (1\text{-}1\text{-}9)$$

其中 L 是 Σ 曲面的周綫，它在所选擇的坐标系中是静止的，而 I 是通过 Σ 曲面的电流，它等于

$$I=\int_{\Sigma} j_n\,d\Sigma.$$

下标 n 表明它是矢量的法向分量，并且法向和曲綫积分方向的关系应該符合右手螺旋定則.

在麦克斯韦方程組中还具有下列两个关系式：

$$\left.\begin{aligned}\oint_{\Sigma} E_n\,d\Sigma&=4\pi\theta,\\ \oint_{\Sigma} H_n\,d\Sigma&=0.\end{aligned}\right\} \qquad (1\text{-}1\text{-}10)$$

麦克斯韦方程組是实驗事实的总結，同时又是宏观电动力学的基本公設. 从 (1-1-9) 式所得出的結論与已知的实驗数据相符合这一点驗証了这些公設的正确性.

在很多情况下，大部分的电流或电荷集中在与所研究物体的体积相比是很小的小块体积里，这时引进了这样一些概念，諸如面电流密度、面电荷密度、綫电流、綫电荷密度、点电荷等，就能更加方便地运用电流及电荷在这一小块体积中的总和值. 同时 (1-1-8)，(1-1-9) 及 (1-1-10)等积分方程仍然保持原来的形式.

如果所研究的介质是由复杂的粒子——分子和原子組成的，則有可能因为电荷在分子內部运动而产生內分子电流，以及分子內的电荷分离(极化)而产生电荷.

在研究連續介质运动时，为了避免討論这些量，除了引进矢量 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 外，我們还引进电感应矢量 $\boldsymbol{D}$ 和磁感应矢量 $\boldsymbol{B}$. 如果电磁場在空間和时間里的变化并不很快，那么对大多数的介质来讲，在介质元静止的坐标系里，矢量 $\boldsymbol{D}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 分别正比于矢量 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{H}$

$$\boldsymbol{D}'=\varepsilon\boldsymbol{E}',\quad \boldsymbol{B}'=\mu\boldsymbol{H}'.$$

这里的 ε 和 μ 是与介质物理特性有关的无量綱系数.

在很多情况下，当所討論的介质是液态或气态的导体，那么在相当高的精确度內可以认为 $\mu=1$❶.

对于 ε 值不太大的导电良好的介质来讲，可以不考虑介质的极化. 这是因为介质的极化是由电場 $\boldsymbol{E}'$ 引起的，而在以后的討論中我們将看到，它是一个很小的量❷. 所以今后总将认为麦克斯韦方程組(1-1-9)中的 $\mu=\varepsilon=1$.

如果曲面 Σ 是閉合曲面，那么(1-1-9)式中的周綫 L 可认为是縮小为一点. 故在(1-1-9)式中，左边部分就不再存在，并且

$$\oint_{\Sigma} j_n\,d\Sigma=-\frac{1}{4\pi}\frac{\partial}{\partial t}\oint_{\Sigma}E_n\,d\Sigma,$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\oint_{\Sigma}H_n\,d\Sigma=0.$$

将(1-1-8)式代入上述第一个方程:

---

❶ 这里所讲的量 B 和 H 的区别仅在于內分子电流.

在研究等离子体的某些場合里，B 与 H 的区别还在于荷电粒子在磁場內旋轉时所产生的电流. 那时，μ 和 1 相差很大.

❷ 如果把麦克斯韦方程組里的 ε，电磁場对介质作用力的表达式里的 ε 和电磁場傳递給介质能量的表达式里的 ε 計算出来，那么不难相信，在本章 §4 中对介质导电率大小所作的假設的条件下，§4 中所作的估計仍然有效，故所有含有 ε 的項在磁流体力学方程中都被消去.

$$\frac{\partial}{\partial t}\oint_{\Sigma} E_n\,d\Sigma = 4\pi\frac{\partial\theta}{\partial t}.$$

于是，由于(1-1-10)式在初始时刻是成立的，又由于有(1-1-9)式及表示电荷守恒的方程(1-1-8)，则(1-1-10)式总是成立的，因而在非定常問題里，(1-1-10)式起着初始条件的作用．而在定常問題里，(1-1-10)式却与(1-1-9)式彼此独立，它們結合起来就成为一个描述电磁場变化的統一方程組．因为方程式(1-1-8)是(1-1-9)和(1-1-10)两式的結果，所以在对这个方程組积分时，可以不去考虑它．此外，在方程(1-1-10)的第一式中，以电場强度来表示电荷密度，所以在对上述方程組积分时也可以不去討論它，而仅利用它作为确定 θ 的方程．

如果在方程(1-1-9)和(1-1-10)中的所有函数都是可微的，則这些方程可以写成下列微分形式：

$$\left.\begin{aligned}\operatorname{rot}\boldsymbol{H}&=\frac{4\pi}{c}\boldsymbol{j}+\frac{1}{c}\frac{\partial\boldsymbol{E}}{\partial t},\\ \operatorname{rot}\boldsymbol{E}&=-\frac{1}{c}\frac{\partial\boldsymbol{H}}{\partial t},\end{aligned}\right\}\qquad(1\text{-}1\text{-}11)$$

$$\left.\begin{aligned}\operatorname{div}\boldsymbol{E}&=4\pi\rho_e,\\ \operatorname{div}\boldsymbol{H}&=0.\end{aligned}\right\}\qquad(1\text{-}1\text{-}12)$$

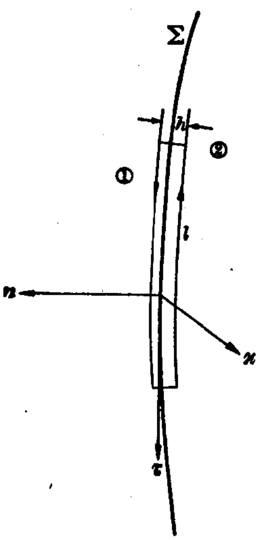

图 1

若公式(1-1-9)和(1-1-10)中的函数在相对于坐标系是静止的曲面上受到間断，并假定 $\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{H}$, $\frac{\partial\boldsymbol{E}}{\partial t}$ 及 $\frac{\partial\boldsymbol{H}}{\partial t}$ 都是有限的，則可以得到在通过間断面时場分量所应当满足的一些关系式[17]．为了得到这些关系式可以使用下述办法：选擇一个相对于間断面是静止的坐标系，設 Σ 是間断面，$\boldsymbol{n}$ 是間断面的法向，$\boldsymbol{\tau}$ 和 $\boldsymbol{\varkappa}$ 是在間断面上的单位坐标矢量．在与 $\boldsymbol{\varkappa}$ 軸垂直

的平面上选取一个閉合周綫(如图1所示). 取这个周綫以及 $\boldsymbol{n}$, $\boldsymbol{\tau}$ 平面上为这个周綫所包圍的那部分区域作为麦克斯韦方程組(1-1-9)里的积分周綫和积分面积. 若所取的周綫是如此的小, 以至在积分限內方程(1-1-9)中被积函数在間断面的两側都可以看作是常数, 又如果 $\frac{h}{l} \ll 1$, 则可以得到

$$\left.\begin{aligned}(H_{\tau 1}-H_{\tau 2})l&=\frac{4\pi}{c}I_\varkappa+\frac{1}{c}\frac{\partial E_\varkappa}{\partial t}lh,\\(E_{\tau 1}-E_{\tau 2})l&=-\frac{1}{c}\frac{\partial H_\varkappa}{\partial t}lh.\end{aligned}\right\}$$

如果认为 $\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}$ 和 $\frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t}$ 是有限的, 而且 $i_\varkappa l=\lim\limits_{h\to 0}I_\varkappa$ ($i_\varkappa$ 是所謂 $\varkappa$ 方向上的面电流密度), 那么当 $h\to 0$ 时取极限得到

$$\left.\begin{aligned}H_{\tau 1}-H_{\tau 2}&=\frac{4\pi}{c}i_\varkappa,\\E_{\tau 1}-E_{\tau 2}&=0.\end{aligned}\right\}$$

在 $\boldsymbol{n}$, $\boldsymbol{\varkappa}$ 平面上, 以同样的方法可以得到

$$\left.\begin{aligned}H_{\varkappa 1}-H_{\varkappa 2}&=-\frac{4\pi}{c}i_\tau,\\E_{\varkappa 1}-E_{\varkappa 2}&=0.\end{aligned}\right\}$$

这两組关系式可以合并成一組, 那就是通过間断面时, 場强矢量在間断面切平面上的投影所应当滿足的关系式:

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{H}_{\tau 1}-\boldsymbol{H}_{\tau 2}&=\frac{4\pi}{c}(\boldsymbol{i}\times\boldsymbol{n}),\\\boldsymbol{E}_{\tau 1}-\boldsymbol{E}_{\tau 2}&=0.\end{aligned}\right\}\tag{1-1-13}$$

这里的 $\boldsymbol{H}_\tau$, $\boldsymbol{E}_\tau$ 是相应的矢量在間断面上的投影, 而

$$\boldsymbol{i}=i_\tau\boldsymbol{\tau}+i_\varkappa\boldsymbol{\varkappa}.$$

現在将某«小块»間断面置于高为 h 和底为 Σ 的棱柱中, 其中 Σ 与間断面平行(見图2). 将棱柱面取作为麦克斯韦方程(1-1-10)中的积分曲面, 并认为棱柱是如此的小, 以至积分限內的被积函

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com