

高等學校教學用書

高等數學習題集

第三卷

Н. М. ГЮНТЕР, Р. О. КУЗЬМИН 著
趙 根 榕 譯

商務印書館

高等學校教學用書



高等數學習題集

第三卷

H. M. 肯傑爾, P. O. 庫茲明著
趙 根 榕 譯

商務印書館



本書係根據蘇聯國立技術理論書籍出版社 (Государственное издательство технико-теоретической литературы) 出版的費傑爾 (Н. М. Гюнтер) 和庫茲明 (Р. О. Кузьмин) 合著的“高等數學習題集” (Сборник задач по высшей математике) 第三卷 1951 年第四版修正本譯出的。原書經蘇聯高等教育部審定為高等學校教學參考書。

本書共三卷, 本卷由西北大學趙根榕翻譯。

高等數學習題集

第三卷

趙根榕譯

★版權所有★

商務印書館出版

上海河南中路二一一號

(上海市書刊出版業營業許可證出字第〇二五號)

新華書店總經售

商務印書館印刷廠印刷

上海天通菴路一九〇號

(50854·1C)

1954年4月初版 1955年6月再版

版面字數 184,000 印數 5,001—6,000

印張 $8\frac{8}{16}$

定價 ¥1.08

原書第三版序

與前兩卷比較，這一卷中的習題總起來說內容是比較難的。應當注意，這一卷的某幾章所關涉到的科學分支的特徵是內容非常豐富。例如，這兒講到複變函數論，就與它有關的問題來說，它是極為廣泛的。因此，第三卷的修改工作按問題的性質來說是非常困難的。這一版只將關於級數、近似算法與複變函數論的前三章加以較大的修改。爲了使讀者少依賴於他所有的有關的參考書，加入了一系列理論性的知識。在習題的安排與措辭方面，好多地方我都儘量地使內容比較容易接受。爲更全面地說明所研究的問題的範圍起見，加入了許許多多的新問題。雖然如此，前兩卷的序中所說的那些原則，在這一卷中，甚至就是在它修改以後，畢竟也不能像前兩卷許多章節中那樣全面地實現出來，這部分地是由於問題的巨大的困難性所致。但我仍然希望這本書多少能做到容易瞭解與容易使用，並希望它的內容能達到非常豐富的境地。

如蒙指出本書的優點與缺點，提出它的合乎願望的修改意見，則作者不勝感激。

P. 庫茲明

中央人民政府高等教育部推薦
高等學校教材試用本



高等數學習題集

第一卷

H. M. 肯傑爾, P. O. 庫茲明著
鄭醒華 劉紹祖譯

商務印書館

中央人民政府高等教育部推薦
高等學校教材試用本



高等數學習題集

第二卷

H. M. 龔傑爾, P. O. 庫茲明著
西北大學數學系翻譯小組譯

商務印書館

第十版序言的摘錄

在一九一二年，以恩·姆·肯傑爾爲首的交通工程學院數學教研室的工作同志們編纂了一部高等數學習題彙編，那本書就是本書的藍本。列寧格勒大學物理數學系的工作人員曾參與以後幾版的出版工作。最近的幾版書是由恩·姆·肯傑爾和我校訂而問世的。由於肯傑爾在一九四一年的逝世，新版本的全部工作是由我完成的。

第十二版的序言

在準備這一版付印時，把前一版書中存在的錯字及因疏忽大意而引起的錯誤都改正了。爲此目的，全部習題又經列寧格勒市的加里寧工業學院數學教研室的同志們驗算過。下面諸位同志曾參與此次重大的工作：

斯·依·阿茂索夫，葉·阿·阿費爾赤葉娃，姆·依·波爾高夫，格·恩·卜若夫考維赤，傑·洛·加夫拉，傑·斯·高爾希柯夫，阿·卜·古爾-米利聶，阿·依·道卜拉姬娜，姆·姆·道布列維赤，弗·利·卡恩，阿·卜·考爾達盛柯，特·依·藍蒲，恩·阿·尼柯列斯卡雅，斯·恩·怒米洛夫，阿·蒲·索包列夫，蒲·弗·千潤柯夫。

對於他們，謹表示我深切的謝意。

路·奧·庫茲明

第十版序

研究數學時幾乎不可避免地要解大量的習題。因此題集就成為數學書籍的必要形式之一了。可能有各種各樣的題集並且都是有用的。習題的本文不加以任何說明的是其中一種。大多數算術習題就是這樣的。例如馬里寧(Малинин)和布列寧(Буренин)的著稱一時的題集。書的完全不同的一種編法——在習題本文中補充有許多說明,同時對於大部分的習題在答案中都多多少少完善地指出了解法——在科學的高級階段中更合適。波里亞(Pólya)和塞哥(Szegő)的卓越的書就屬於這一種。

我一直覺得:在這本題集的舊版中,形式和內容有些不一致。雖然它的內容極為豐富,但却比較缺乏對個別問題或某一類型的問題的說明與解法提示。然而在這方面要做全面的滿意的修正是很困難的事。爲了作的很縝密,必須將所有的習題都從新解出——只有這時才可能估計一節內習題原來分佈的適當性,也只有這時才可能提出最適當的提示與補充的明確意見。

這裏有必要說明一下。在波里亞和塞哥的卷一中約有 750 個題,而在篇幅較小的該習題集的卷二中却約有 2500 個題。如果不大大地增加書的篇幅的話,就必須刪掉一部分題。這必須在不減低內容的豐富性的原則下來做,但這並不如此簡單。

在這一版中所作的修改乃是按上面擬定的方針前進了一步。在許多地方給出了一般性的說明,有時給出了個別例題的解法。在材料的編排方面作了很大的改動。爲了使解題的人便於找到出發點,許多習題的文字也作了修改。習題和許多答案的措詞作的更緊湊了一些。增加了很多新題,而刪去了更多的題——減少的總數近乎有 200 個。

我希望不減低內容的豐富性而使這本書更容易懂。我所作的修改是否合適有待於經驗的證明，對於用這本書的人所給予的一切指示和意見我將十分地感謝。

P. 庫茲明

1944 年於比斯克

第十二版序

這一版沒有大的修正。在準備付印時爲了檢查漏印和錯印之處大部分習題都從新解過。列寧格勒加里寧工業大學數學教研組的下列工作人員參加了這項巨大的工作：С.И. 阿摩索夫，М.И. 保爾哥夫，Г.Н. 布洛夫柯維奇，Д.Л. 加夫拉，А.Б. 古爾—米里涅爾，М.М. 多布列維奇，А.Б. 柯爾達申柯，С.А. 克拉索夫斯基，Т.И. 拉波，Н.А. 尼柯里斯卡婭，С.Н. 努米洛夫，И.С. 斯列布里揚斯基，П.А. 索保列夫。

在此我謹對他們表示深深的謝忱。

P. 庫茲明

目 錄

第一章 平面解析幾何

§ 1.	平面上的向量、射影及座標,最簡單的應用	1
§ 2.	直線和圓	4
§ 3.	軌跡	10
§ 4.	最簡單的二次曲線	13
§ 5.	用一般形式方程式表示出的二次曲線	17
§ 6.	中心、直徑和二次方程式的簡化	20
§ 7.	共軛直徑,對稱軸,漸近線	24
§ 8.	焦點和準線	25
§ 9.	二次曲線的切線、極點和極線	26
§ 10.	雜題	28

第二章 立體解析幾何

§ 1.	空間的向量和座標	31
§ 2.	平面	34
§ 3.	空間的直線	36
§ 4.	曲面的形成	42
§ 5.	二次曲面。中心和直徑面	45
§ 6.	二次曲面的切面和切線	50
§ 7.	二次曲面方程式的簡化	55
§ 8.	圓形截線,直母線和其他問題	60

第三章 微分法

§ 1.	極限的理論	64
§ 2.	雜題	71
§ 3.	函數概念,連續性。函數的圖示法	76
§ 4.	導函數的尋求	82
§ 5.	導數的幾何意義	86

§ 6.	高階導數·····	88
§ 7.	多變數函數。它們的導函數和微分·····	93
§ 8.	隱函數的微分·····	99
§ 9.	變數更換·····	102

第四章 微分法在分析上的應用

§ 1.	洛勒定理,拉格朗奇定理及柯希定理。函數的增大和減小,不等式·····	108
§ 2.	單變數函數的極大值和極小值·····	111
§ 3.	函數圖形的構成·····	113
§ 4.	關於極大值和極小值的雜題·····	116
§ 5.	級數及其收斂性·····	120
§ 6.	級數展開式·····	127
§ 7.	級數的運算·····	133
§ 8.	未定形·····	138
§ 9.	多變數函數的極值·····	141

第五章 微分法在幾何上的應用

§ 1.	曲線的方程式及其形狀·····	148
§ 2.	切線及法線·····	151
§ 3.	凸形,曲率及曲率半徑·····	157
§ 4.	曲線之縮閉線·····	161
§ 5.	曲線的包線·····	162
§ 6.	曲線的構成·····	164
§ 7.	有兩個曲率的曲線:切線和法面·····	173
§ 8.	有兩個曲率的曲線:密切平面,法線和副法線·····	176
§ 9.	曲面和曲面的方程式·····	180
§ 10.	切面和法線。包面·····	183
§ 11.	表面上的曲線和曲面的曲率·····	187
答 案	·····	193

目 錄

第十版序

第十二版序

第六章 高等代數

§ 1. 複數.....	255
§ 2. 多項式的因式分解, 係數與根的關係.....	259
§ 3. 實係數多項式. 洛爾定理.....	262
§ 4. 有理分式. 分解為部分分式法.....	266
§ 5. 行列式. 一次方程組.....	268
§ 6. 矩陣. 示性方程. 二次形式.....	275
§ 7. 不變式.....	279
§ 8. 對稱函數.....	281
§ 9. 方程的變換及代數解.....	284
§ 10. 根的分離與計算.....	290

第七章 函數的積分

§ 1. 引導性質的題.....	294
§ 2. 積分的基本公式及方法.....	296
§ 3. 有理分式的積分法.....	301
§ 4. 無理函數的積分法.....	306
§ 5. 超越函數的積分法.....	315
§ 6. 面積的計算法(曲線的求積法).....	321
§ 7. 曲線弧長的計算法.....	323
§ 8. 體積的計算法.....	325
§ 9. 表面積的計算法.....	327

第八章 重積分、線積分與面積分

§ 1. 引論.....	329
§ 2. 面積的計算法.....	331

§ 3.	體積的計算法	334
§ 4.	曲面面積的計算法	337
§ 5.	線積分	339
§ 6.	重積分在力學和材料強度方面的一些應用	342
§ 7.	面積分, 曲面的慣性矩和慣性中心	346
§ 8.	體積的計算法	348
§ 9.	體積的慣性矩和靜力矩	351
§ 10.	場論和勢論的積分	355
§ 11.	多重積分	364

第九章 微分方程

§ 1.	按已知積分列微分方程的方法	368
§ 2.	已知全微分求函數法	369
§ 3.	全微分的積分法	372
§ 4.	可分離變量的方程	372
§ 5.	齊次方程與能化為齊次方程的方程	375
§ 6.	線性方程與能化為線性方程的方程	377
§ 7.	李嘉圖方程	379
§ 8.	雅谷比方程	380
§ 9.	積分因子	381
§ 10.	尤拉方程	383
§ 11.	未就 y' 解出的方程	386
§ 12.	方程的奇解	388
§ 13.	軌線的習題	389
§ 14.	雜題	391
§ 15.	階可降低的高階方程	393
§ 16.	常係數線性方程與可化為這種方程的方程	398
§ 17.	線性方程。雜題	405
§ 18.	微分方程組	408

第十章 偏微分方程

§ 1.	一階線性方程	416
§ 2.	線性方程組	422
§ 3.	全微分方程的積分法	424

§ 4. 非線性的偏微分方程.....	425
§ 5. 非線性方程組.....	429

第十一章 定 積 分

§ 1. 看成和的極限的定積分.....	430
§ 2. 均值定理。廣義積分.....	433
§ 3. 用積分法與代換法計算定積分法.....	438
§ 4. 用遞推公式求積分法.....	442
§ 5. 用級數求積分法.....	444
§ 6. 積分號下的微分法和積分法.....	451
§ 7. 尤拉積分.....	458
§ 8. 雜題.....	461
答 案.....	471

第三卷目錄

原書第三版序

第十二章 級數	511
§ 1. 級數的收斂性的研究	511
§ 2. 有限和與無限級數的直接求和法	516
§ 3. 用微分法以求級數的和的方法. 幾個級數展開式	523
§ 4. 三角級數	527
§ 5. 雜題	536
第十三章 近似算法	544
§ 1. 內插法. 誤差論	544
§ 2. 積分的近似算法	550
§ 3. 尤拉-麥克勞林公式與類似的方法	553
§ 4. 級數收斂性的加強	555
§ 5. 藉助於級數的積分計算法	560
§ 6. 數字方程的解法	563
§ 7. 微分方程的近似積分法	564
第十四章 複變函數	569
§ 1. 高希-黎曼方程	569
§ 2. 函數的奇點	570
§ 3. 留數及其應用	573
§ 4. 函數零點的分佈	579
§ 5. 將函數展開為最簡分式與無限乘積法	582
§ 6. 其它的級數展開法	586
§ 7. 引導函數與特殊多項式	590
§ 8. 共形變換	593
§ 9. 模的極大值原理	598
§ 10. 複變量微分方程	603
§ 11. 對數學物理問題的應用	609

第十五章 數學物理方程	618
§ 1. 列二階偏微分方程法	618
§ 2. 二階線性方程之化為標準形式	624
§ 3. 特徵線法	625
§ 4. 黎曼方法	630
§ 5. 福利愛方法	633
§ 6. 積分方程	646
第十六章 變分法	658
§ 1. 尤拉-拉格朗日方程	658
§ 2. 變分法的最簡問題的必要與充分條件	661
§ 3. 積分的參變形狀. 斜截性	664
§ 4. 哈密爾頓-雅谷比方程	666
§ 5. 依賴高階導函數或幾個函數的積分	670
§ 6. 不連續解. 一邊變分	674
§ 7. 重積分	677
§ 8. 等周問題	684
§ 9. 雜題	688
第十七章 概率論	691
§ 1. 基本定理的應用. 巴葉斯公式	691
§ 2. 數學期望. 有限差與生產函數的方法	697
§ 3. 白爾努利定理. 切貝謝夫不等式	701
§ 4. 拉普拉斯與梁甫諾夫-馬爾考夫定理	703
§ 5. 幾何概率與概率的分佈定律	707
§ 6. 統計觀察的數學加工(處理)	714
答案	726

高等數學習題集

第一章 平面解析幾何

§ 1. 平面上的向量、射影及座標,最簡單的應用

1. 給了點 $A(2,5)$ 和 $B(-3,2)$ 。求向量 AB 在二座標軸上的射影。
2. 給了點 $A(1,2)$ 和 $B(5,-1)$ 。求向量 AB 與 Ox 軸及 Oy 軸所成的角,及此向量之長度。
3. 給了點 $A(2,-1), B(5,3), C(3,5), D(-5,11)$ 。求向量 AB 和 CD 間的夾角。
4. 給了點 $A(2,-1), B(-1,3), C(4,7), D(-1,-5)$ 。求向量 AB 在向量 CD 方向上的射影。
5. 給了點 $A(3,5), B(6,-2)$ 。求向量 AB 在第一象限分角線上的射影。
6. 從座標原點至點 $A(1,2), B(-2,3), C(6,-10)$ 引出三個向量。求它們幾何和的大小同方向。
7. 長方形對角的頂點是 $A(3,7), B(11,-1)$ 。求長方形的中心。
8. 從點 $A(2,3)$ 引一線段到點 $B(7,-2)$,再延長同樣的長度。求延線端點的座標。
9. 線段 AB 被點 $M_1(1,2)$ 和 $M_2(3,4)$ 分成相等的三部份。求點 A 和 B 。
10. 點 $M_1(1,1), M_2(2,2), M_3(3,-1)$ 是平行四邊形相鄰的三個頂點。求第四個頂點。