

廖洞贤 著

大气

数值模式的设计



气象出版社

大气数值模式的设计

廖洞贤 著

气象出版社

图书在版编目(CIP)数据

大气数值模式的设计/廖洞贤著. —北京:气象出版社 1999.12
ISBN 7-5029-2864-2

I. 大… II. 廖… III. 大气模式-数值计算 IV. P421.3

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 74011 号

大气数值模式的设计

廖洞贤 著

责任编辑:俞卫平 庞金波 终审:周诗健

责任校对:寇红薇 责任技编:吴庭芳

* * *

气象出版社出版

(北京西郊白石桥路 46 号 邮政编码 100081)

新华书店总店北京发行所发行 全国各地新华书店经销

北京金瀑印刷厂印刷

开本:850×1168 1/32 印张:9.625 字数:250 千字

1999 年 12 月第 1 版 1999 年 12 月第 1 次印刷

印数:1~2000 定价:20.00 元

ISBN 7-5029-2864-2/P·1001

前 言

天气预报是人们用来减灾防灾的重要手段，而数值天气预报则是制作天气预报的重要依据；因而，可以认为，数值天气预报对减灾防灾有重要的作用。

作好数值天气预报牵涉的问题很多。其中主要是要建立一个能描述天气演变和发生发展的数值模式和与模式相协调的包括初始化的分析同化系统；而建立这样的模式和系统则须要进行设计。

为了使问题不牵涉太广，本书只包括模式分析和模式设计以及与其有关的内容。

模式设计最早是由 Charney 开始研究的；他于 1948 年提出用尺度分析方法建立模式。1960 年 Lorenz 提出：模式必须保持完全方程大气能量守恒和能量转换关系的一致性。以后，Arakawa 和曾庆存等又加以发展。考虑当前数值天气预报的迅速发展，过去的原则已经不够用了，许多新的理论、观点和方法需要吸收、归纳，形成新的分析方法和设计原则。比如，模式各部分之间的协调、非绝热过程相对重要性分析，以及网格设计等。在这种认识下，作者利用最近几年做的关于模式分析和模式设计的研究，针对当前这方面存在的问题，参考国内外研究成果，进行了撰写工作。

本书的主要内容包括：模式分析和模式设计中存在的问题；模式分析方法和模式设计原则，以及有关的新技术，新理论等。如不连续问题；完全平方守恒问题；变网格模式、三维全球谱模式和完全弹性非静力模式等。

由于模式设计是一个庞大的系统工程，过去还没有见到过有关的专著，撰写起来有不少困难，本书内容可能不太成熟，疏漏和错误在所难免，希望读者无保留地提出批评，并予指正为盼。

作者

1999 年 10 月

目 录

前 言

符号一览表

第 1 章 大气数值模式的设计和设计的原则	(1)
1.1 大气数值模式的设计	(1)
1.2 设计思想的演变	(1)
1.3 设计原则	(8)
1.4 模式的侧重	(9)
1.5 设计步骤	(10)
1.6 设计前的准备	(11)
1.7 模式的修改	(11)
参考文献	(11)
第 2 章 模式分析	(13)
2.1 模式分析的必要性	(13)
2.2 模式分析的内容	(13)
2.3 垂直坐标、垂直分层、垂直边界条件和一些常用 算符	(15)
2.4 数值解的检验	(18)
2.5 过程收支分析	(21)
2.6 量级分析	(26)
2.7 比较试验	(27)
2.8 敏感性试验	(38)
2.9 全局定性分析	(46)
参考文献	(53)
第 3 章 当前大气数值模式中存在的问题	(55)
3.1 协调性问题	(55)

3.2	参数化问题	(58)
3.3	不连续问题	(59)
3.4	提高分辨率的问题	(60)
3.5	嵌套模式中的内边界问题	(62)
3.6	中尺度预报问题	(63)
3.7	其他	(64)
	参考文献	(69)
第 4 章	不连续问题	(71)
4.1	分离法	(71)
4.2	垂直方向的谱展开	(73)
4.3	Tschebyscheff 多项式的应用	(75)
4.4	垂直离散的初步结果	(84)
4.5	对垂直离散的进一步讨论	(85)
4.6	温度垂直微商不连续不只一处的情形	(86)
4.7	用 Tschebyscheff 多项式解垂直扩散方程	(87)
	参考文献	(98)
第 5 章	制约大气过程的物理因子和物理机制	(99)
5.1	模式的核心	(99)
5.2	尺度分析	(99)
5.3	相对重要性分析	(108)
5.4	制约大气过程的物理因素和物理机制	(110)
	参考文献	(114)
第 6 章	整体性质	(116)
6.1	对模式大气整体性质的要求	(116)
6.2	完全方程组的整体性质	(116)
6.3	在静力近似下原始方程组的整体性质	(118)
6.4	浅水方程的整体性质	(120)
6.5	几个模式的整体性质的比较	(122)
6.6	整体性质分析	(123)

6.7 显式完全平方守恒格式	(135)
参考文献	(143)
第7章 时间积分	(145)
7.1 现状和问题	(145)
7.2 绝热模式的时间积分	(145)
7.3 加热过程的时间积分	(155)
7.4 耗散过程的时间积分	(158)
7.5 全模式的时间积分	(159)
参考文献	(161)
第8章 网格设计	(162)
8.1 网格设计和模式设计的关系	(162)
8.2 从天气学和计算精度方面考虑	(162)
8.3 从动力学方面考虑	(166)
8.4 垂直分辨率和水平分辨率之间的最优关系	(170)
8.5 变网格	(174)
8.6 适应网格和自适应网格	(181)
8.7 计算范围	(188)
参考文献	(189)
第9章 模式各部分之间的协调	(191)
9.1 问题的提出	(191)
9.2 动力框架各部分之间的协调	(192)
9.3 动力框架和物理过程之间的协调	(199)
9.4 各物理过程之间的协调	(216)
参考文献	(218)
第10章 变网格模式	(220)
10.1 地图投影直角坐标的差分模式	(220)
10.2 球面坐标的差分模式	(230)
10.3 正压原始方程谱模式	(238)
参考文献	(242)

第 11 章 全球三维谱模式	(244)
11.1 问题的提出	(244)
11.2 框架和垂直离散	(246)
11.3 控制方程	(247)
11.4 整体性质	(250)
11.5 模式的时间积分	(251)
11.6 垂直非线性混淆的避免和数字滤波初始化	(252)
11.7 预报试验	(254)
11.8 初步结论和发展前景	(257)
参考文献	(258)
第 12 章 一个在 z 坐标系中考虑地形、完全弹性的有限 区非静力模式	(259)
12.1 当代非静力模式中存在的问题	(259)
12.2 坐标、网格和预报变量的配置	(259)
12.3 边界条件	(260)
12.4 基本方程	(261)
12.5 直接求解的可能性	(262)
12.6 一些量的计算	(263)
12.7 整体性质分析	(264)
12.8 时间积分	(268)
12.9 问题和可能解决的方法	(271)
参考文献	(272)
附录	(273)
A1 Tschebyscheff (Chebyshev) 多项式的定义、性质 和公式	(273)
A2 在垂直非均匀网格中的差分计算	(276)
A3 垂直非均匀网格中的数值积分	(277)
A4 旋转球坐标	(278)
A5 气块位移的计算	(284)

A6 多重网格法	(286)
参考文献	(290)

第1章 大气数值模式的设计和设计的原则

1.1 大气数值模式的设计

大气数值模式设计,是指利用描写大气运动和大气性质的,完全的基本方程组,根据实际情况,针对我们制作某些数值预报或数值模拟的目的而进行简化、离散,使之成为便于计算、应用的数学模型的过程。

大气数值模式设计是一个庞大的系统工程,设计应当紧紧围绕目的进行。只有这样,所设计的模式才能发挥效力,起到应有的作用。比如,我们要设计一个能预报东亚地区24小时降水的模式,设计时应当考虑到:这个模式能预报出造成降水的天气系统的发生发展及其位置,从而准确地预报出与其相应的降水区和降水强度。对于这种预报,我们可以不考虑第二代系统的发生和发展,以及环流的季节变化等。由于目的明确,即使并不完善,只要能达到目的就足够了。也就是说,我们应当根据设计目的,突出本质的因素,使其能恰如其分地起到作用;而对于其他,则可以少考虑或不考虑。

1.2 设计思想的演变

从数值天气预报开始发展到现在,大气数值模式设计的原则曾发生过许多变化。回顾这些变化,吸取其有关的经验教训,可能对研究大气数值模式设计的原则有所帮助。

早期用来制作数值天气预报的模式是Richardson的模式^[1]。当时他除了把原始运动方程组化成差分方程组,并对一些问题进行处理外,没有提出什么模式设计原则。在动力框架方面,他引

用了静力近似，但没有对方程组进行简化，没有提出在其中要保留什么，要去掉什么。所用的方程组非常复杂，是非常定、非线性的，其中不仅包含有惯性波，惯性重力波，甚至还有水平声波。在物理过程方面还考虑了云、降水、湍流、地面植被、冰、雪、海洋的作用和土壤热传导等。在当时只能用手摇计算机进行计算、资料又极端缺乏、而计算又不稳定的情况下，终于以失败而告终。虽然这样，但他的开创性工作，和他对大气动力学和热力学方程组的离散化，以及他所推导的较完善的求垂直速度的方法等，仍然是很有价值、值得纪念的；他的经验，包括失败的经验，仍然是值得吸取的。

1928 年 Courant 等得出了 CFL 判据，解决了 Richardson 碰到的计算不稳定问题^[2]。

1939 年 Rossby 和 Collaborators 在静力近似和水平无辐散的假定下，用小扰动法对涡度方程线性化。尽管他们进行了大量的简化，但推得的长波公式能说明大气实际情况，受到了气象界的好评^[3]。

1948 年 Charney 吸取了 Richardson 失败的经验，在 Courant 和 Rossby 等人工作的影响下，用尺度分析方法证明：在运动特征频率远小于水平惯性频率（即 Rossby 数远小于 1）时，风近似于地转风；并证明：在准地转或准无辐散近似、静力近似，以及刚体垂直边界条件下，可以滤去声波、惯性重力外波和惯性重力内波^[4]。以后，他又建立了“等值正压模式”，并作了大量试验，于 1950 年和 von Neumann, Fjørtoft 作出了世界上第一张公认的北美地区 500hPa 数值预报形势图^[5]。Charney 建立模式的原则是：在静力近似和地转近似的基础上，根据大气的实际情况，对流体动力学和热力学方程组进行简化，建立可以应用的，计算稳定的大气模型。

Charney 的工作，打破了当时很多人认为数值天气预报是“梦想”的看法，推动了沉寂约 30 年的数值天气预报的研究试验，使

之走上了发展的道路。

在 Charney 等人工作的影响下, 以后又发展了斜压模式, 但积分时间都不长, 超过 48 小时后误差便迅速增大, 以致无法使用。这表明工作中还有不少问题存在。

1960 年 Lorenz 提出了新的设计思想。他认为: 设计的模式不仅要根据方程中各项数量级的大小, 还要能表达完全方程组的主要物理性质, 如, 总能量守恒和总动能、位能之间的转换关系等。具体地说, 为了使简化方程组仍保持总能量的平衡关系, 当我们根据动能方程式中各项量级略去某一小项时, 还应略去在该方程式中相对应的能量转换项, 不然将发生能量不守恒^[6]。比如, 采用线性平衡方程时, 要略去涡度垂直平流, 则辐散风的涡度平流以及相对涡度的散度项和无辐散风的扭转项都应略去; 否则是不恰当的。

利用 Lorenz 的方法可以判断简化方程是否合理。这使模式设计从粗放发展到遵循严格的物理规律, 从而上了一个新台阶。

根据 Lorenz 的思想, 在绝热无耗散的情况下, 我们可以得到如下一系列写在 p 坐标的简化的模式:

原始方程模式

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla (\zeta + f) + \omega \frac{\partial \zeta}{\partial p} + (\zeta + f)D + \mathbf{k} \cdot \left(\nabla \omega \times \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial p} \right) = 0$$

$$\frac{\partial D}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla D + \omega \frac{\partial D}{\partial p} + D^2 + \nabla \omega \cdot \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial p} - f\zeta - \mathbf{k} \cdot (\nabla f \times \mathbf{V}) - 2J(u, v) + \nabla^2 \phi = 0$$

$$D + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0$$

$$c_p \frac{dT}{dt} - \alpha \omega = 0$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial p} = -\alpha$$

$$p\alpha = RT$$

式中涉及的单位质量动能 K_e 和全位能 P_e 各是: $K_e = \frac{1}{2} \mathbf{V} \cdot \mathbf{V}$, $P_e = c_p T$ 。注意: 模式中的 K_e 已不再是 $\mathbf{V}_3 \cdot \mathbf{V}_3/2$, 而是 $\mathbf{V} \cdot \mathbf{V}/2$ 。其中 $\mathbf{V}_3$ 表示三维风速, $\mathbf{V}$ 表示水平风速。这和完全的基本方程组不同。其所以如此, 是因为在这个模式中已不再有垂直动量方程, 而用静力方程式取代了。

平衡模式

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla (\zeta + f) + \omega \frac{\partial \zeta}{\partial p} + (\zeta + f) D + \mathbf{k} \cdot \left(\nabla \omega \times \frac{\partial \mathbf{V}_\Psi}{\partial p} \right) = 0$$

$$f \nabla^2 \Psi + \nabla \Psi \cdot \nabla f - 2(\Psi_{xy}^2 - \Psi_{xx} \Psi_{yy}) = \nabla^2 \phi$$

$$D + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0$$

$$c_p \frac{dT}{dt} - \alpha \omega = 0$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial p} = -\alpha$$

$$p\alpha = RT$$

这里 $K_e = \frac{1}{2} (\nabla \Psi \cdot \nabla \Psi)$, $P_e = c_p T$ 。注意: 在模式中, $\mathbf{V}_\Psi = \mathbf{k} \times \nabla \Psi$; 散度方程已为平衡方程所取代; ω 通过从涡度方程、热力学方程、静力方程和平衡方程式之间消去 $\partial^2 \zeta / \partial p \partial t$, $(\nabla^2 \partial \Psi^2 / \partial p \partial t)$ 而推出的 ω 方程得到, 再通过连续方程求出 D , 从而求出 $\mathbf{V}$ ($= \mathbf{V}_x + \mathbf{V}_\Psi$)。

线性平衡模式

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \mathbf{V}_\Psi \cdot \nabla (\zeta + f) - \nabla \cdot f \mathbf{V}_x = 0$$

$$\nabla^2 \phi - \nabla \cdot f \nabla \phi = 0$$

$$D + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0$$

$$c_p \frac{dT}{dt} - \alpha \omega = 0$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial p} = -\alpha$$

$$p\alpha = RT$$

这里 $K_e = (\nabla \Psi \cdot \nabla \Psi) / 2$, $\mathbf{V}_\Psi = \mathbf{k} \times \nabla \Psi$ 。 ω 通过在涡度方程、热力学方程、线性平衡方程和静力方程之间消去 $\partial^2 \zeta / \partial p \partial t$, $\nabla^2 \partial T / \partial t$ 并从而建立的 ω -方程得到。通过连续方程求得 D 并从而求出 $\mathbf{V}_x$ 。

准地转模式

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \mathbf{V}_\Psi \cdot \nabla (\zeta + f) = f_0 \frac{\partial \omega}{\partial p}$$

$$\nabla^2 \phi - f_0 \nabla^2 \Psi = 0$$

$$D + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial p} = -\alpha$$

$$p\alpha = RT$$

$$c_p \frac{dT}{dt} - \alpha \omega = 0$$

这里 $K_e = (\nabla \Psi \cdot \nabla \Psi) / 2$, $P_e = c_p T$ 。 ω 通过从涡度方程、热力学方程、静力方程和地转关系建立的 ω -方程得到。

正压模式

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\mathbf{V}_\Psi \cdot \nabla (f + \zeta)$$

这里 $K_e = (\nabla \Psi \cdot \nabla \Psi) / 2$ 。

可以看出：上面一系列模式都是在静力近似和绝热无耗散情况下得到的，其中绝大部分是准地转或准无辐散的，因而，只适用于大尺度运动。还可以看到：这些模式可以满足不同的需要，既可以作预报，又可以作数值模拟。

Lorenz 的设计思想很快为人们所接受。但是，它只适用于气象要素连续的情形，在离散的情形则有出入；因而，为了使计算

可靠,还应当要求:模式的离散形式也应能表达模式的主要物理性质。

60年代初 Arakawa 提出了具有瞬时总涡度、总平方涡度和总动能守恒的正压涡度方程的差分格式(时间连续、空间差分的情形)^[7]。1965年廖洞贤提出了该方程的隐式完全总动能守恒(时、空离散后守恒)的差分格式^[8];同年,曾庆存提出了原始方程的隐式完全能量守恒格式^[9]。以后,这些方法中的一部分又推广到斜压模式。

Charney 和 Lorenz 设计模式的思想虽然对数值预报有推动作用,但数值预报仍发展得很慢,即使是斜压模式,预报的系统发展都较弱,预报降水也不理想。这和当时人们的期望:作出中期预报、报出系统发展、直接预报天气还相差甚远。一些有识之士认为:在地转近似或无辐散近似下,计算的散度一般都很小,而根据天气分析,在天气发展时期往往有强烈的非地转风出现;这表明采用这些近似作预报有不少问题。

1956年, Eliassen 在静力近似下提出了积分两参数的原始方程模式^[10]。1959年 Hinkelmann 用原始方程模式作预报试验,在新的基础上,克服了 Richardson 碰到的困难^[11]。这使人们认识到作预报不一定要用地转近似或无辐散近似。1966年 Shuman 和 Hovermale^[12]在前人工作的基础上,设计了考虑非绝热加热和耗散的半球六层原始方程差分模式,48小时预报效果比斜压准无辐散模式有明显提高;不久便投入业务使用。以后,许多国家气象中心纷纷用原始方程模式代替准地转或准无辐散模式制作预报。从此,数值预报进入了一个新的时期。这看起来好像兜了一个圈子,从 Richardson 的原始方程又回到了原始方程。不过,这次是和 Richardson 不同的:它们是在满足 CFL 的判据并滤去了惯性重力外波等的基础上进行的,和 Richardson 的工作有本质的不同。虽然这样,但 Charney 和 Lorenz 设计模式的主导思想是分析完全方程组中各项的数量级,决定取舍;保持总能量守恒和正确

的能量转换关系等,并没有被改变,这在今天仍然是模式设计所必须遵循的。

必须指出:这些设计原则仅仅是在静力近似下对绝热无耗散的大气的约束,不涉及非绝热有耗散的情形。这和当时原始方程模式面临的主要任务,如何设计好非绝热有耗散的模式是不相称的。虽然,从 Shuman 等建立原始方程模式到现在,人们并没有提出过新的设计原则,但原始方程模式的内容,以及有关的研究却大大改变了;其中有些还与模式设计有关。它们主要有:

1. 物理过程参数化

根据天气学和动力气象学研究,制作中期预报不仅要报好天气尺度系统,更重要的是要报好超长波系统;制作降水预报,报好水汽和垂直速度很重要;而要报好对流性降水,不稳定能量的释放更重要。这些都与非绝热加热和耗散有密切关系。对此,从 50 年代中期开始,人们提出了许多方案。起初是网格可分辨方案^[13],后来,因许多过程与次网格尺度有关,直接用网格变量制作预报有困难,从 60 年代起,人们依照 Maxwell 考虑分子运动宏观统计效应和 Prandtl 的混合长理论的方法,提出了用“参数化”方法把次网格物理过程的统计效应用网格尺度变量来表示,并陆续引入到原始方程模式中去。其中包括辐射、积云对流、边界层湍流交换、陆面过程、重力波拖曳、浅积云等物理过程的参数化。

2. 可预报性

初始资料总有误差,不是观测误差,就是分析误差或是其他类型的误差。在时间积分过程中这些误差还可能随时间发生变化,到一定时刻可以增长到不可容许的地步。这是预报中常见的现象。对于这些现象进行的分析,以及误差增长到不可容许的最短时期,即可预报期的研究,对我们制作切实有效的预报的期限,划分不同预报期,采用不同方法制作预报都是很有意义的。

早在 1957 年 Thompson 曾进行过可预报性研究。1982 年 Lorenz 用欧洲中期天气预报中心 (ECMWF) 的 100 天的 10 天预

报资料作为样本,进行了分析,结果认为:逐日的天气尺度的预报,到第10天还有相当高的准确率,但一个月以上的逐日预报则是不可取的;可预报期限约为2~3周^[14]。

除上述工作外,1975年Miyakoda在研究物理过程对中期天气预报的影响时,曾提出过“相对重要性”的概念^[15]。这很像动力方程中的量级比较。在各物理因素中,因其对天气和大气过程的贡献不同,它们的重要性有相对大小;而且,随着时间的推移,同一物理过程的相对重要性在变化,在不同的天气系统的发展时期也不相同。比如辐射,在1~2天内对自由大气的温度的影响不大,但在较长时期(如一个月以上),则影响比较明显;积云对流在热带或夏季中纬度地区影响很大,但在冬季在中高纬度地区则影响很小。这些都是人所熟知的,但作为科学研究,或作为模式设计的依据,进行系统性的定量的研究还很少。这迫使模式设计者对物理过程要么全部考虑,要么凭经验或少量的分析结果加以考虑,这样就难免出现差错,把不必要考虑的考虑了,或者把重要的忽视了。

另一个值得注意的问题是,由于物理过程的复杂性和多样性,许多物理过程往往是就某一过程本身设计的,并未考虑或很少考虑它和其他物理过程的联系。如果把这些过程原封不动地放到模式中去,则可能出现矛盾或不协调或使预报质量下降,就好比把独立设计的零件装配在一个机器上,有的合不来一样。对此,廖洞贤于1991年曾提出加热和耗散作用的协调^[16]。1994年Geleyn等曾提出不同(物理过程)参数化方案,通用常数、热力学函数和模式方程组之间的协调^[17]。因此,如何从模式设计的角度来考虑模式的各部分,并把它们有机地结合在一起应该作为模式设计的一个重要原则。

1.3 设计原则

根据上面的讨论,可以认为:要使模式设计的目的能圆满地