

高等學校教學用書

傳熱學習題集

К. Д. ВОСКРЕСЕНСКИЙ 著
王 補 宣 譯

高等教育出版社

53.8/14055

213

02

高等學校教學用書



傳 熱 學 習 題 集

К. Д. 伏斯克列顯斯基著
王 補 宣 譯

高等教育出版社

本書係根據蘇聯國立動力出版社（Государственное энергетическое издательство）出版的伏斯克列顯斯基（К. Д. Воскресенский）所著“傳熱學習題集”（Сборник задач по теплопередаче）1951年版譯出。原書經蘇聯高等教育部審定為動力高等學校及動力系的教學參考書。

本書內容包括動力高等學校熱工專業的傳熱學課程中重要章節的習題。

這本習題集是一本和教本“傳熱學基礎”（1949年版）相配合的，其中大部分習題都附有詳解。

本書由清華大學王補宣翻譯。

傳 熱 學 習 題 集

К. Д. 伏斯克列顯斯基著

王 補 宣 譯

高 等 教 育 出 版 社 出 版

北京琉璃廠一七〇號

（北京市書刊出版業營業許可証出字第〇五四號）

上海華文印刷局印刷 新華書店總經售

書號 15010·140 開本 850×1168 1/32 印張 5 13/16 字數 143,000

一九五四年十一月上海第一版

一九五七年四月上海第三次印刷

印數 3,501—4,500 定價(10) 半 0.90

原 序

本書是配合所指定的教本(M. A. 米海耶夫著:“傳熱學基礎”, 1949年版)而寫成的第一本有系統的傳熱學習題集。這是一本以蘇維埃傳熱學派的著作為基礎所編寫出來的習題集。

在這一本習題集中, 所羅列的題目都只是一些最重要的傳熱問題, 遠遠沒有全面包括這一課程的多樣性。

本書供動力高等工業學校熱工專業的學生作為參考書之用。最後五章(相似理論和不穩定導熱)也可以適用於高等工業學校的熱物理組。

所有習題都附有答案, 大多數的習題還附有詳解。

一部分習題是從其他著作中抄來的, 對於這些習題已分別指明其相應的書典。每章習題都按照先簡單、後複雜的順序而排列。

M. A. 米海耶夫對編寫本書所提供的指示, 著者表示感謝。

著者對C. H. 宿林、B. C. 皮土霍夫和 И. Я. 顯爾斯特尼夫的寶貴意見以及 B. A. 費爾契希夫、H. C. 康德拉契葉夫和 И. A. 聶柯爾斯基的幫助校稿深為感激。

著 者

基本符號表

- d ——直徑,“公尺”。
 r, R ——半徑,“公尺”。
 l ——長度,“公尺”。
 δ ——厚度,“公尺”。
 F ——熱面積,“(公尺)²”。
 f ——流槽截面積,“(公尺)²”。
 x, y, z ——直角坐標系的坐標。
 h ——高度,“公尺”。
 l ——周邊長度,“公尺”。
 τ ——時間,“小時”或“秒”。
 Q ——通過的熱量,“大卡/小時”。
 q ——熱流量或熱面積的熱載荷,“大卡/(公尺)²(小時)”。
 ϑ, t ——溫度, °C。
 T ——絕對溫度, °K。
 q_l ——管面熱載荷,“大卡/(公尺)(小時)”。
 Δt ——溫壓, °C。
 α ——放熱係數,“大卡/(公尺)²(小時)°C”。
 K ——傳熱係數,“大卡/(公尺)²(小時)°C”。
 K_l ——通過管壁的傳熱係數,“大卡/(公尺)(小時)°C”。
 C ——輻射係數,“大卡/(公尺)²(小時)(度)⁴”。
 ε ——黑度。
 λ ——導熱係數,“大卡/(公尺)(小時)°C”。
 c ——比熱,“大卡/(公斤)°C”。
 γ ——比重量(重度),“公斤/(公尺)³”。
 α ——導溫係數,“(公尺)²(小時)”。
 μ ——黏度(動力黏性係數),“(公斤)秒/(公尺)²”。
 ν ——動黏度,“(公尺)²/秒”。
 ρ ——密度,“(公斤)(秒)²/(公尺)⁴”。

β_p ——容積膨脹係數，“1/度”。

β_λ ——導熱性變化的溫度係數，“1/度”。

β_c ——比熱變化的溫度係數，“1/度”。

V ——載熱體的容積流量，“(公尺)³/(小時)”或“(公尺)³/秒”。

G ——載熱體的重量流量，“公斤/秒”或“公斤/小時”。

w ——載熱體的流速，“公尺/秒”。

t_m ——載熱體溫度，“度”。

t_c ——壁面溫度，“度”。

λ_m ——載熱體的導熱係數，“大卡/(公尺)(小時)²°C”。

I ——電流，“安培”。

p ——壓力，“公斤/(公尺)²”。

Δp ——壓力降落(壓力差)，“公斤/(公尺)²”。

P ——力，“公斤”。

g ——重力加速度，“公斤/(秒)²”。

$$\exp(x) = e^x.$$

$$\operatorname{Erf} x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-x^2} dx,$$

m_k ——自然數。

凡本表所未列載的符號在原文中都預先加以說明。

目 錄

原序

基本符號表

第一章	平壁中的導熱	1
第二章	管和空心球壁的導熱	13
第三章	載熱體自由運動時的放熱	22
第四章	載熱體在管內受迫流動時的放熱	29
第五章	載熱體受迫流動時橫向流過管面的放熱	34
第六章	液體沸騰和蒸氣凝結時的放熱	43
第七章	輻射換熱	55
第八章	傳熱	70
第九章	換熱器計算	83
第十章	因次理論的基本定理和物理過程的相似理論	101
第十一章	導熱過程的相似條件	118
第十二章	流體動力學相似的條件	125
第十三章	接觸放熱過程的相似條件	136
第十四章	不穩定導熱	152
參考書目		176

第一章 平壁中的導熱

1-1. 試計算通過磚壁的熱量 Q “大卡/小時”，磚壁的高度為 $h=3$ “公尺”，長度為 $l=5$ “公尺”，厚度為 $\delta=0.25$ “公尺”。

磚壁兩表面的溫度各為 $t_{c1}=10^{\circ}\text{C}$ 和 $t_{c2}=-20^{\circ}\text{C}$ 。磚的導熱係數為 $\lambda=0.6$ “大卡/(公尺)(小時) $^{\circ}\text{C}$ ”。

答案: $Q=1,080$ “大卡/小時”。

1-2. 試計算通過浸柔器鋼壁的熱流量^① q “大卡/(公尺) 2 (小時)”，壁的厚度為 $\delta_1=20$ “公厘”，壁的一邊表面上沾有一層厚度為 $\delta_2=2$ “公厘”的水垢，(圖 1-1)。鋼的導熱係數為 $\lambda_1=50$ “大卡/(公尺)(小時) $^{\circ}\text{C}$ ”，水垢的導熱係數為 $\lambda_2=1.0$ “大卡/(公尺)(小時) $^{\circ}\text{C}$ ”。 $t_{c1}=250^{\circ}\text{C}$ 鋼壁表面的溫度為 $t_{c1}=250^{\circ}\text{C}$ ，水垢表面的溫度為 $t_{c3}=100^{\circ}\text{C}$ 。

試同時計算金屬和水垢接觸面的溫度 t_{c2} 。

答案: $q=62,500$ “大卡/(公尺) 2 (小時)”； $t_{c2}=225^{\circ}\text{C}$ 。

1-3. 試計算變壓器鋼片束對於橫向通過金屬層的熱流量的相當導熱係數 λ_s ，(參看圖 1-2)。鋼片束由 n 片

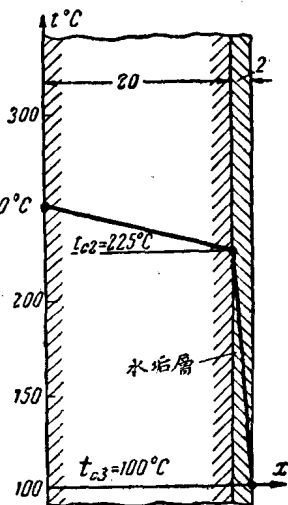


圖 1-1.

① 譯者附註：爲了和教本“傳熱學基礎”中所用名詞相統一起見，這裏把 q 譯作“熱流量”，把 Q 就譯成“熱量”。

鋼片組成，每一鋼片的厚度為 $\delta_{cm}=0.5$ “公厘”。鋼片與鋼片之間各敷設厚度為 $\delta_{us}=0.05$ “公厘”的絕緣紙板。鋼的導熱係數為 $\lambda_{cm}=50$ “大卡/(公尺)(小時) $^{\circ}\text{C}$ ”，絕緣紙的導熱係數為 $\lambda_{us}=0.1$ “大卡/(公尺)(小時) $^{\circ}\text{C}$ ”。

答案: $\lambda_s=1.08$ “大卡/(公尺)(小時) $^{\circ}\text{C}$ ”。

【解】

$$\lambda_s = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} (\delta_{cm} + \delta_{us})_i}{\sum_{i=1}^{i=n} \left(\frac{\delta_{cm}}{\lambda_{cm}} + \frac{\delta_{us}}{\lambda_{us}} \right)_i} = \frac{(\delta_{cm} + \delta_{us})n}{\left(\frac{\delta_{cm}}{\lambda_{cm}} + \frac{\delta_{us}}{\lambda_{us}} \right)n} = \frac{0.5 \times 10^{-3} + 0.05 \times 10^{-3}}{\frac{0.5 \times 10^{-3}}{50} + \frac{0.05 \times 10^{-3}}{0.1}} = 1.08 \text{ “大卡/(公尺)(小時)}^{\circ}\text{C”}$$



圖 1-2.

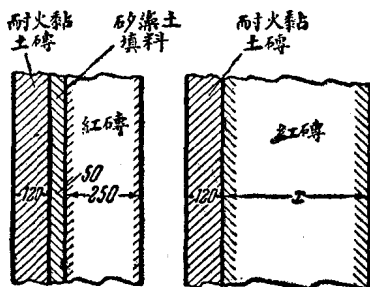


圖 1-3.

1-4. 爐的磚襯由一層耐火黏土磚、一層紅磚、中間填以砂藻土層所組成，(圖 1-3)。耐火黏土磚壁的厚度為 $\delta_1=120$ “公厘”，砂藻土填料層的厚度為 $\delta_2=50$ “公厘”，紅磚層的厚度為 $\delta_3=250$ “公厘”。各層的導熱係數依次等於: $\lambda_1=0.8$, $\lambda_2=0.12$ 和 $\lambda_3=0.6$ “大卡/(公尺)(小時) $^{\circ}\text{C}$ ”。

如果不用砂藻土填料而要限制磚襯的熱損失，並使熱損失的值仍和用填料時一般大，問紅磚層的厚度必須增加多少倍？①

答案: 紅磚層的厚度應該增加一倍。

① 第 1-4 題的題材是由 E. C. 皮士霍夫所提出。

【解】不用砂藻土填料時，紅磚層的未知厚度 δ'_3 可以由爐的磚牆在有砂藻土填料時和在沒有砂藻土填料時熱阻力相等的條件求出來；對本題來說，利用這一項條件就可以找到：

$$\delta'_3 = \frac{\lambda_3}{\lambda_2} \delta_2 + \delta_3 \text{ 和 } \frac{\delta'_3}{\delta_3} = 2.$$

所以，紅磚的厚度必須增加一倍。

1-5. 試計算通過冷藏器器壁（圖 1-4）的熱流量 q “大卡/(公尺)² (小時)”。器壁由兩層組成：外層為紅磚層[厚度為 $\delta_1 = 250$ “公厘”，導熱係數為 $\lambda_1 = 0.6$ “大卡/(公尺)(小時) $^{\circ}\text{C}$ ”]，內層為乾軟木層[厚度為 $\delta_2 = 200$ “公厘”，導熱係數為 $\lambda_2 = 0.06$ “大卡/(公尺)(小時) $^{\circ}\text{C}$ ”]。軟木層的兩表面各覆有熱阻力小到可不考慮的防水絕緣。

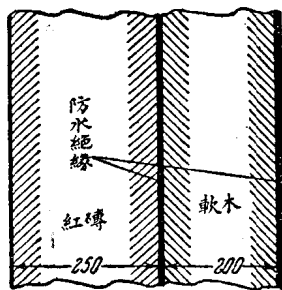


圖 1-4.

磚層外表面的溫度為 $t_{c1} = 25^{\circ}\text{C}$ ，軟木層外表面的溫度為 $t_{c2} = -2^{\circ}\text{C}$ 。試同時計算磚層和軟木層接觸面的溫度 t_{c20} 。

答案： $q = 7.2$ “大卡/(公尺)² (小時)”； $t_{c2} = 22^{\circ}\text{C}$ 。

1-6. 試計算通過冷藏器器壁的熱流量 q “大卡/(公尺)² (小時)”。器壁由紅磚層和軟木層所組成，但軟木層兩表面並未覆有防水絕緣，因此，外邊空氣中的水份將潛入軟木層，並且在層內凝結和凍冰。

溼軟木的導熱係數為 $\lambda_3 = 0.12$ “大卡/(公尺)(小時) $^{\circ}\text{C}$ ”，而凍結的軟木導熱係數為 $\lambda_4 = 0.30$ “大卡/(公尺)(小時) $^{\circ}\text{C}$ ”。外邊空氣的溼度是這樣一種情況：在 $t_4 = 10^{\circ}\text{C}$ 時就產生露水。所有其他的數據都和第 1-5 題相同。

試同時計算軟木中水汽凝結區的厚度 δ_3 和軟木凍結區的厚度 δ_4 ①。

① 第 1-6 題的題材是由 B. A. 奧錫波夫(B. A. Осипов)所提出。應該指出，第 1-6 題的情況及其解法都是近似的。

在實際情況下，常給出冷藏室室內和室外空氣的溫度，並不給出器壁表面的溫度。

所以，當器壁熱阻力改變時，器壁的表面溫度也跟着改變，這就影響了凝結區和凍結區厚度的確定。

答案: $q = 12$ “大卡/(公尺)²(小時)”; $\delta_3 = 100$ “公厘”; $\delta_4 = 50$ “公厘”。

壁內溫度的分佈情況已被圖示於圖 1-5 上。

【解】紅磚層以及軟木層的乾燥部份、潮濕部份和凍結部份形成一垛由四層不同材料所組成的複合壁。這裏,假定水份沒有滲入乾軟木層和紅磚層。

對於通過各層的熱流量 q “大卡/(公尺)²(小時)”,可以得到如下的表達式:

$$q = \frac{\lambda_1}{\delta_1} (t_{c1} - t_{c2}) = \frac{\lambda_2}{\delta_2} (t_{c2} - t_{c3}) = \frac{\lambda_3}{\delta_3} (t_{c3} - t_{c4}) = \frac{\lambda_4}{\delta_4} (t_{c4} - t_{c5}). \quad (1)$$

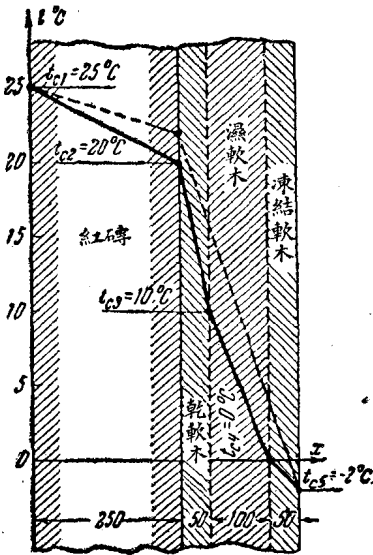


圖 1-5.

此外,

$$\delta_2 + \delta_3 + \delta_4 = \delta_5; \quad (2)$$

這裏, δ_5 代表軟木層的總厚度。

在(1)、(2)兩式中共有五個未知量:

$$q, t_{c2}, \delta_2, \delta_3, \delta_4;$$

此處, t_{c2} 為紅磚層和軟木層接觸面的溫度, 而 δ_2 、 δ_3 和 δ_4 各為軟木層的乾燥部份、潮濕部份和凍結部份的厚度。

由(1)式, 可得:

$$\delta_2 = \delta_1 \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \cdot \frac{t_{c1} - t_{c3}}{t_{c1} - t_{c2}};$$

$$\delta_3 = \delta_1 \frac{\lambda_3}{\lambda_1} \cdot \frac{t_{c3} - t_{c4}}{t_{c1} - t_{c2}};$$

$$\delta_4 = \delta_1 \frac{\lambda_4}{\lambda_1} \cdot \frac{t_{c4} - t_{c5}}{t_{c1} - t_{c2}}.$$

把上面三個關於 δ_2 、 δ_3 和 δ_4 的表達式代入(2)

----- 第 1-5 題中溫度分佈的情況 式, 即得:

$$\delta_1 \cdot \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \cdot \frac{t_{c1} - t_{c3}}{t_{c1} - t_{c2}} + \delta_1 \cdot \frac{\lambda_3}{\lambda_1} \cdot \frac{t_{c3} - t_{c4}}{t_{c1} - t_{c2}} + \delta_1 \cdot \frac{\lambda_4}{\lambda_1} \cdot \frac{t_{c4} - t_{c5}}{t_{c1} - t_{c2}} = \delta_5.$$

求解上式中的 t_{c2} , 然後代入所有各已知量的數值, 我們就得到: $t_{c2} = 20^\circ\text{C}$ 。

把 $t_{c2} = 20^\circ\text{C}$ 代入(1)式, 可以求出: $q = 12$ “大卡/(公尺)²(小時)”。

由此可見, 如果不在軟木層的兩表面加上防水絕緣, 就會使通過冷藏器器壁的熱流量從安裝防水絕緣時的 7.2 “大卡/(公尺)²(小時)” (參看第 1-5 題的答案) 增加到 12 “大卡/(公

尺)²(小時)”。

濕軟木層的厚度為： $\delta_3 = 100$ “公厘”。

凍結的軟木層厚度為： $\delta_4 = 50$ “公厘”。

冷藏器壁內溫度的分佈情況已被圖示在圖 1-5 上。

1-7. 平壁的厚度為 δ , 兩表面的溫度各為 t_{c1} 和 t_{c2} , 而 $t_{c2} < t_{c1}$ 。平壁材料的導熱係數是溫度的某一已知函數： $\lambda = \lambda(t)$ 。

試求通過此平壁的熱流量 q “大卡/(公尺)²(小時)”。

答案： $q = \frac{\lambda_{cp}}{\delta} (t_{c1} - t_{c2})$; 此處， $\lambda_{cp} = \frac{1}{t_{c1} - t_{c2}} \int_{t_{c2}}^{t_{c1}} \lambda(t) \cdot dt$ 。

【解】 在本題所要研究的場合下，傅立葉定律變為如下的形式：

$$q = -\lambda(t) \cdot \frac{dt}{dx}.$$

分離變數，然後在平壁厚度 δ 的範圍內把上式積分，我們就得到：

$$q = \frac{1}{\delta} \int_{t_{c2}}^{t_{c1}} \lambda(t) dt.$$

如果在上式等號右邊分別除以 $\Delta t = t_{c1} - t_{c2}$ 和乘以 $\Delta t = t_{c1} - t_{c2}$ ，則得：

$$q = \frac{\Delta t}{\delta} \cdot \frac{1}{\Delta t} \int_{t_{c2}}^{t_{c1}} \lambda(t) \cdot dt.$$

數量 $\frac{1}{\Delta t} \int_{t_{c2}}^{t_{c1}} \lambda(t) \cdot dt$ 是從 t_{c2} 到 t_{c1} 一段溫度隔間內導熱係數的平均值 λ_{cp} 。

如果令 $\frac{1}{\Delta t} \int_{t_{c2}}^{t_{c1}} \lambda(t) \cdot dt = \lambda_{cp}$ ，即得： $q = \frac{\lambda_{cp}}{\delta} \cdot \Delta t$ 。

1-8. 試就技術上最普遍的情況，即平壁材料的導熱係數是溫度的線性函數： $\lambda = \lambda_0 (1 + \beta_\lambda t)$ “大卡/(公尺)(小時) °C” 時，求解第 1-7 題。

答案： $q = \frac{1}{\delta} \cdot \lambda_{cp} \cdot \Delta t$; 此處， $\lambda_{cp} = \frac{1}{2} (\lambda_1 + \lambda_2)$ 。

【解】從 t_{c2} 到 t_{c1} 一段溫度隔間內導熱係數的積分平均值為：

$$\begin{aligned}\lambda_{cp} &= \frac{1}{t_{c1} - t_{c2}} \int_{t_{c2}}^{t_{c1}} \lambda_0 (1 + \beta_\lambda t) \cdot dt = \frac{\lambda_0}{t_{c1} - t_{c2}} \left[t + \frac{1}{2} \beta_\lambda \cdot t^2 \right] \\ &= \frac{\lambda_0}{t_{c1} - t_{c2}} \left[(t_{c1} - t_{c2}) + \frac{1}{2} \beta_\lambda (t_{c1}^2 - t_{c2}^2) \right],\end{aligned}$$

由此可得：

$$\lambda_{cp} = \lambda_0 \left[1 + \beta_\lambda \cdot \frac{t_{c1}^2 - t_{c2}^2}{2(t_{c1} - t_{c2})} \right] = \lambda_0 \left[1 + \beta_\lambda \cdot \frac{t_{c1} + t_{c2}}{2} \right].$$

上式可以改寫為另一種樣子，即：

$$\lambda_{cp} = \frac{1}{2} [\lambda_0(1 + \beta_\lambda \cdot t_{c1}) + \lambda_0(1 + \beta_\lambda \cdot t_{c2})] = \frac{1}{2} (\lambda_1 + \lambda_2).$$

1-9. 試計算通過加熱爐磚襯的熱流量 q “大卡/(公尺)²(小時)”。

磚襯厚度為 $\delta = 360$ “公厘”，磚的導熱係數為：

$$\lambda = 0.4(1 + 1.1 \times 10^{-3} t) \text{ “大卡/(公尺)(小時) } ^\circ\text{C”}$$

磚襯兩表面的溫度各為 $t_{c1} = 800^\circ\text{C}$ ，和 $t_{c2} = 50^\circ\text{C}$ 。

答案： $q = 1,225$ “大卡/(公尺)²(小時)”。

1-10. 平壁材料的導熱係數是溫度的線性函數：

$$\lambda = \lambda_0(1 + \beta_\lambda \cdot t) \text{ “大卡/(公尺)(小時) } ^\circ\text{C”}$$

平壁兩表面的溫度為 t_{c1} 和 $t_{c2} < t_{c1}$ 。通過該平壁的熱流量為 q 。

試求壁內溫度分佈的情況。

答案： $t = \frac{1}{\beta_\lambda} \left[\sqrt{\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_0} \right)^2 - \frac{2\beta_\lambda \cdot q}{\lambda_0} x} - 1 \right]$ ；此處， $\lambda_1 = \lambda_0(1 + \beta_\lambda \cdot t_{c1})$ 。

【解】對於平壁材料具有變導熱係數 $\lambda = \lambda_0(1 + \beta_\lambda \cdot t)$ 時，利用傅立葉定律

$$q = -\lambda(t) \cdot \frac{dt}{dx},$$

就很容易找到壁內溫度的分佈 $t = t(x)$ 。

分離變數，可得：

$$q \cdot dx = -\lambda(t) \cdot dt.$$

把上式積分，相應地從 0 積到 x ，從 t_{c1} 積到 t 。這樣就得到：

$$q \int_0^x dx = - \int_{t_{c1}}^t \lambda(t) \cdot dt.$$

把上式加以變換，可得：

$$q \cdot x = \int_t^{t_{c1}} \lambda(t) \cdot dt. \quad (1)$$

根據條件： $\lambda(t) = \lambda_0(1 + \beta_\lambda \cdot t)$ 。把此式微分，則得：

$$d\lambda = \lambda_0 \cdot \beta_\lambda \cdot dt.$$

因此，

$$dt = \frac{d\lambda}{\lambda_0 \cdot \beta_\lambda}.$$

如果把這一個所找到的 dt 的表達式代入(1)式，並且相應地變更積分極限，即得：

$$q \cdot x = \int_{\lambda}^{\lambda_1} \frac{\lambda \cdot d\lambda}{\lambda_0 \cdot \beta_\lambda}.$$

積分後，可得：

$$\lambda_0 \cdot \beta_\lambda \cdot q \cdot x = \frac{1}{2} (\lambda_1^2 - \lambda^2).$$

由此式可以求出導熱係數的數值為：

$$\lambda = \sqrt{\lambda_1^2 - 2\lambda_0 \cdot \beta_\lambda \cdot q \cdot x}.$$

又， $\lambda = \lambda_0(1 + \beta_\lambda \cdot t)$ 。如果把 λ 的這兩個式子相比較，我們就得到：

$$\lambda_0(1 + \beta_\lambda \cdot t) = \sqrt{\lambda_1^2 - 2\lambda_0 \cdot \beta_\lambda \cdot q \cdot x}.$$

從這一個關係式可以找出壁內未知的溫度分佈為：

$$t = \frac{1}{\beta_\lambda} \left[\sqrt{\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\right)^2 - \frac{2 \cdot \beta_\lambda \cdot q \cdot x}{\lambda_0}} - 1 \right].$$

1-11. 試計算用砂磚所砌成的平壁內部溫度的分佈，並且用比例尺畫出這種溫度分佈的情況。平壁的厚度為 $\delta = 100$ “公厘”。平壁兩表面的溫度為 $t_{c1} = 1,400^\circ\text{C}$ 。和 $t_{c2} = 100^\circ\text{C}$ 。砂磚的導熱係數是溫度的線性函數：

$$\lambda = 0.9(1 + 0.89 \times 10^{-2}t) \text{ “大卡/(公尺)(小時) } ^\circ\text{C}”.$$

答案： $t = 1,125(\sqrt{5.07 - 38.7x} - 1)$ 。溫度的分佈情況被圖示在圖 1-6 上。

1-12. 試求通過石墨板的熱流量 q “大卡/(公尺)²(小時)”。石墨的導熱係數是溫度的指數函數(圖 1-7):

$$\lambda = 144 \times 10^{-\left(\frac{t}{2000}\right)} \text{ “大卡/(公尺)(小時) } ^\circ\text{C”}$$

平板厚度為 $\delta = 10$ “公厘”。板的兩表面各保持一定溫度: $t_{c1} = 1,300$ $^\circ\text{C}$ 和 $t_{c2} = 100$ $^\circ\text{C}$ 。

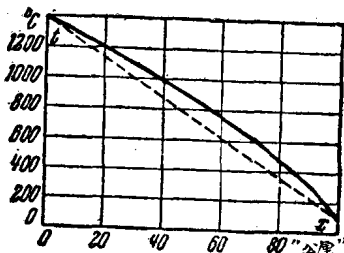


圖 1-6.

----- λ 為常數時的溫度分佈。

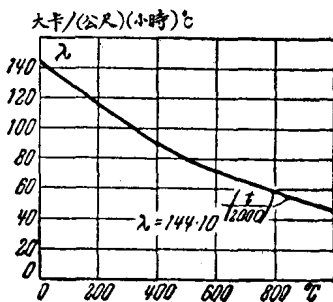


圖 1-7.

試用一般的形式求解本題，然後再用數字求解。

答案: $q = 8.32 \times 10^6$ “大卡/(公尺)²(小時)”。

【解】 因為石墨的導熱係數是溫度的指數函數:

$$\lambda(t) = 144 \times 10^{-\left(\frac{t}{2,000}\right)} = \lambda_0 \cdot 10^{-bt},$$

所以在溫度隔間 t_{c2} 到 t_{c1} 之間，平均導熱係數為:

$$\lambda_{cp} = \frac{1}{t_{c1} - t_{c2}} \int_{t_{c2}}^{t_{c1}} \lambda_0 \cdot 10^{-bt} \cdot dt.$$

積分後，可得:

$$\begin{aligned} \lambda_{cp} &= -\frac{\lambda_0}{b \cdot \Delta t \cdot \ln 10} \Big|_{t_{c2}}^{t_{c1}} 10^{-bt} = -\frac{\lambda_0}{b \cdot \Delta t \cdot \ln 10} [10^{-b \cdot t_{c1}} - 10^{-b \cdot t_{c2}}] = \\ &= \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2,303 \cdot b \cdot \Delta t}; \end{aligned}$$

此處，

$$\Delta t = t_{c1} - t_{c2}.$$

現在我們來計算導熱係數的兩極端數值：

$$\lambda_1 = \lambda_0 \cdot 10^{-b \cdot t_{c1}} = 144 \times 10^{-\left(\frac{1,300}{2,000}\right)} = 32.2 \text{ “大卡/(公尺)(小時) } ^\circ\text{C”},$$

$$\lambda_2 = \lambda_0 \cdot 10^{-b \cdot t_{c2}} = 144 \times 10^{-\left(\frac{100}{2,000}\right)} = 128 \text{ “大卡/(公尺)(小時) } ^\circ\text{C”}$$

由此可得：

$$\lambda_{cp} = 69.4 \text{ “大卡/(公尺)(小時) } ^\circ\text{C”},$$

$$q = 8.33 \times 10^6 \text{ “大卡/(公尺)}^2\text{(小時)”}.$$

1-13. 假定取兩極端數值的算術平均值作為導熱係數的核算數值，試求解第 1-12 題。

試和第 1-12 題的精確解法相比較，確定用這種近似解法計算熱流量所引起的誤差。

答案：15.4%。

1-14. 試計算通過加熱爐爐牆（圖 1-8）的熱流量 q “大卡/(公尺)²(小時)”、以及組成爐牆的鉻鎂石層和紅磚層接觸面的溫度 t_{c2} 。

鉻鎂石層的厚度為 $\delta_1 = 250$ “公厘”；
鉻鎂石的導熱係數為 $\lambda_1 = 3.67(1 - 0.12 \times 10^{-3}t)$ “大卡/(公尺)(小時)^{°C}”。

紅磚層的厚度為 $\delta_2 = 200$ “公厘”；
紅磚的導熱係數為：

$$\lambda_2 = 0.4(1 + 1.1 \times 10^{-3}t) \text{ “大卡/(公尺)(小時) } ^\circ\text{C”}$$

鉻鎂石層外表面的溫度為 $t_{c1} = 1,000^\circ\text{C}$ ，紅磚層外表面的溫度為 $t_{c3} = 0^\circ\text{C}$ 。

答案： $q = 1,980$ “大卡/(公尺)²(小時)”； $t_{c2} = 850^\circ\text{C}$ 。

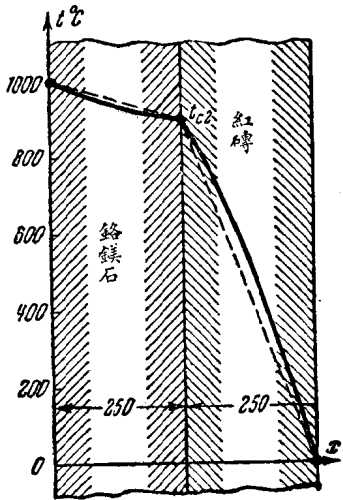


圖 1-8.

--- λ 為常數時溫度分佈的情況

【解】對於熱流量的大小，可以得到以下兩個方程式：

$$q = \frac{\lambda_{1cp}}{\delta_1} (t_{c1} - t_{c2}) = \frac{\lambda_{2cp}}{\delta_2} (t_{c2} - t_{c3}). \quad (1)$$

又

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{1cp} &= \lambda_{01} + \frac{1}{2} \lambda_{01} \cdot \beta_{\lambda 1} \cdot (t_{c1} + t_{c2}), \\ \lambda_{2cp} &= \lambda_{02} + \frac{1}{2} \lambda_{02} \cdot \beta_{\lambda 2} \cdot (t_{c2} + t_{c3}). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

把(2)式代入(1)式，再用數字計算的結果就得到：

$$t_{c2} = \frac{3.48 \times 10^3}{0.22 + 3.48 + 0.4} = 850^\circ\text{C},$$

$$q = 1,980 \text{ “大卡/(公尺)}^2\text{(小時)”}.$$

1-15. 在用平板法測定固體材料導熱係數的儀器中，把所要實驗的物質做成圓形平板，放在冷熱兩表面之間(參看圖 1-9)。

平板直徑為 $d = 120$ “公厘”。

由熱電偶量得儀器的熱表面和冷表面溫度各為 $t_{c1} = 180^\circ\text{C}$ 和 $t_{c2} = 30^\circ\text{C}$ 。

已知通過平板的熱量為 $Q = 50$ “大卡/小時”。

如果在平板和儀器的冷熱兩表面之間，由於安裝不好而在試樣每一邊各保留厚度為 $\delta_s = 0.1$ “公厘”的空氣隙縫，試

求這樣所測定的實驗材料的導熱係數有多大的誤差。假定不考慮通過這些隙縫的輻射傳熱。兩隙縫中空氣導熱係數的數值可分別選取在溫度 t_{c1} 和 t_{c2} 時的數值^①。

答案：23%。

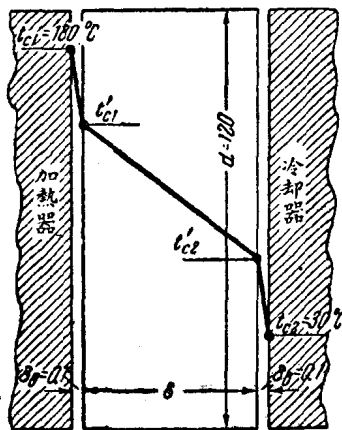


圖 1-9.

① 第 1-15 題的題材是由 B. C. 皮土霍夫所提出。