

新 题 型



小学数学

图形问题

(第二版)

熊 斌 张静雅 周洁婴 编

华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

小学数学图形问题/熊斌等编. —上海:华东师范大学出版社,1999.

ISBN 7-5617-1777-6

I. 小… II. 熊… III. 数学课-小学-教学参考资料 IV. G623·503

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 35171 号

小学数学图形问题

编 者 熊 斌 张静雅 周洁婴

责任编辑 倪 明

封面设计 黄惠敏

版式设计 蒋 克

出版发行 华东师范大学出版社

市场部 电话 021-62865537

传真 021-62860410

http: // www. ecnupress. com. cn

社 址 上海市中山北路 3663 号

邮编 200062

印 刷 者 华东师范大学印刷厂

开 本 890×1240 32 开

印 张 9

字 数 227 千字

版 次 2001 年 11 月第二版

印 次 2001 年 11 月第一次

印 数 1~16 000

书 号 ISBN 7-5617-1777-6 /G·804

定 价 12.00 元

出 版 人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回本社市场部调换或电话 021-62865537 联系)

GNAC83/15



前言

数学是研究现实世界的空间形式与数量关系的一门科学. 小学数学教学的目的之一就是使小学生理解和掌握数量关系和几何图形的最基础的知识, 培养他们具有初步的逻辑思维能力和空间观念, 并能够运用所学知识, 解决日常生活和生产中的简单的实际问题. 小学数学教学大纲要求, 在小学阶段必须掌握数学最基础的知识, 同时要扩大学生的数学视野, 培养他们学习数学的兴趣, 发展数学才能.

图形问题对小学生来说是非常直观和有趣的, 然而又是教学中的一个难点. 许多学生对图形问题的基本概念理解不深刻, 对解图形问题的基本方法掌握得不好, 因而碰到图形问题时往往束手无策. 为了使学生更好地理解几何问题的基本概念, 掌握基本的解题方法和技巧, 提高他们思考问题和解决问题的能力, 同时也为教师备课和辅导提供一份参考资料, 为家长辅导孩子准备一份合适的辅导材料, 我们编写了《小学数学图形问题》. 本书初版于 1997 年, 现根据使用情况作了修订与扩充, 增加了一章“图形的分割与组合”.

本书共有十章, 第一章至第七章的内容基本上是小学数学教学大纲的范围内所涉及的图形问题, 其中大部分题是基本的, 同时也安排了一些近年来国内外小学数学竞赛题, 这些题新颖别致, 能使使学生进一步理解所学的知识, 学会解题的思考方法和途径, 借以提高数学素质. 第八章、第九章和第十章主要是扩大学生的视野, 拓宽知识面, 培养他们灵活运用知识的能力, 这些题大部分取自国

内外的数学竞赛及智力游戏,也有一部分是作者自拟的.希望通过
对本书的学习,能培养小学生的逻辑思维能力和空间想象能力,提
高解题能力,使他们具有一定的数学素养.

本书可供五年制、六年制小学的中、高年级学生课外阅读使
用,部分章节可以作为课外兴趣小组活动教材.另外,也可以作为
教师的教学参考书.

限于编者水平,难免有疏漏与不足之处,请广大读者指正.

编 者
2001 年 8 月



目 录

第一章 基本概念	1
§ 1.1 长度单位、面积单位、体积单位	4
§ 1.2 直线、线段、射线	5
§ 1.3 角和角的度量	8
第二章 四边形	13
§ 2.1 长方形和正方形.....	15
§ 2.2 平行四边形.....	33
§ 2.3 梯形.....	38
第三章 三角形	46
§ 3.1 三角形的边、角关系	47
§ 3.2 三角形的面积.....	54
第四章 圆	65
§ 4.1 圆的基本概念和性质.....	66
§ 4.2 圆的周长.....	69
§ 4.3 圆的面积.....	79
§ 4.4 扇形.....	88
第五章 长方体和正方体	100
§ 5.1 长方体和正方体的认识	101
§ 5.2 长方体和正方体的表面积	106
§ 5.3 长方体和正方体的体积	116
§ 5.4 表面积和体积的综合应用	121
第六章 圆柱和圆锥	135

§ 6.1 圆柱的表面积	137
§ 6.2 圆柱和圆锥的体积	145
第七章 组合图形	155
§ 7.1 平面组合图形一(直线形)	155
§ 7.2 平面组合图形二(圆与直线形)	183
§ 7.3 空间组合图形	200
第八章 几何图形的计数	205
第九章 图形的染色	232
§ 9.1 平面与空间中的染色问题	232
§ 9.2 用染色方法解题	244
第十章 图形的分割与组合	252
§ 10.1 火柴棒拼图形	252
§ 10.2 图形的分割与组合	262





第一章 基本概念

知 识 提 要

1. 长度单位

测定物体的**长度**或**距离**,需要选定某一条线段作为标准,以它的长度为1(1米、1分米、1厘米等),这条线段叫做**长度单位**.我国法定的计量长度单位有千米(公里)、米、分米、厘米、毫米.它们的符号分别是 km、m、dm、cm、mm.

长度单位的进率是

$$1 \text{ km} = 1\,000 \text{ m},$$

$$1 \text{ m} = 10 \text{ dm},$$

$$1 \text{ dm} = 10 \text{ cm},$$

$$1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}.$$

2. 面积

物体表面或平面图形的大小,叫做它们的**面积**.

计算平面或平面图形的面积时,要取一个边长等于单位长度的正方形面积做标准,这个取做标准的正方形叫做**单位正方形**,它的面积叫做**面积单位**.我国法定的计量面积单位有平方千米(平方公里)、公顷、平方米、平方分米、平方厘米、平方毫米,它们的符号分别是 km^2 、 hm^2 、 m^2 、 dm^2 、 cm^2 、 mm^2 .

面积单位的进率是

$$1 \text{ km}^2 = 100 \text{ hm}^2,$$

$$1 \text{ hm}^2 = 10\,000 \text{ m}^2,$$

$$1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2,$$

$$1 \text{ dm}^2 = 100 \text{ cm}^2,$$

$$1 \text{ cm}^2 = 100 \text{ mm}^2.$$

3. 体积

物体占有空间部分的大小叫做它的**体积**。

度量一个几何体的体积,必须取一个棱长为单位长度的正方体的体积作为标准,这种用来作为度量标准的正方体称作**单位正方体**,它的体积叫做**体积单位**。我国法定计量体积单位有立方米、立方分米、立方厘米、立方毫米。它们的符号分别是 m^3 、 dm^3 、 cm^3 、 mm^3 。

体积单位的进率是

$$1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ dm}^3,$$

$$1 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ cm}^3,$$

$$1 \text{ cm}^3 = 1\,000 \text{ mm}^3.$$

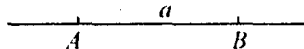
4. 直线

一点在平面上或空间中沿着一定的方向和其相反方向运动,所成的轨迹是**直线**。直线没有端点,它向两方无限延长,所以直线不能度量。

过两点能作一条直线,而且只能作一条直线,即两点能决定直线的位置。

直线可以用它上面两个点的大写字母表示,例如图 1.1 中的直线记为直线 AB 或直线 BA ;也可

用一个小写字母表示,例如图 1.1



中的直线也可记为直线 a 。

图 1.1

5. 线段

在直线上任意两点间的部分叫做**线段**,这两个点叫做线段的**端点**。以两个端点为界,线段有长有短,可以度量。





线段的表示,一般用线段的两个端点的大写字母表示,也可以用小写字母表示,例如图1.2中的线段可记为线段 AB ,或线段 BA ,也可记为线段 a .

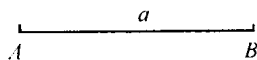


图 1.2

6. 射线

在直线上某一点将直线分为两侧,其中每一侧的部分叫做**射线**,这一点叫做射线的**端点**.以端点为界,射线向一个方向无限延长,所以射线不能度量.

射线用它的端点和射线上任一点的字母表示.例如图1.3中的射线记为射线 OA .



图 1.3

7. 角

以一点为公共端点的两条射线所组成的图形叫做**角**.这个公共的端点叫做角的**顶点**,这两条射线分别叫做角的**边**.

用射线 OA 和射线 OB 组成的角,记为 $\angle AOB$ 或 $\angle BOA$.注意中间一个字母一定是角的顶点;在不会混淆时,也可用顶点一个字母表示,记为 $\angle O$.

顶点在圆心上的角叫做**圆心角**,如图1.4中的 $\angle AOB$.

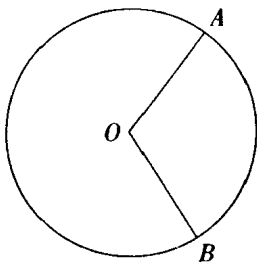


图 1.4

通常,我们取圆周的360分之一所对的圆心角作为角度的单位,称为1度,记作 1° . $1^\circ = 60'$, $1' = 60''$.

角可以进行如下分类:

等于 90° 的角称为**直角**;

小于 90° 的角称为**锐角**;

大于 90° 而小于 180° 的角称为**钝角**;

等于 180° 的角称为**平角**;

等于 360° 的角称为**周角**.

如果两个角的和等于 90° , 这两个角互为**余角**.

如果两个角的和等于 180° , 这两个角互为**补角**.

如果一个角的两条边分别是另一个角的两条边的反向延长, 这两个角称为**对顶角**. 对顶角的大小相等.

例如在图 1.5 中, $\angle AOB$ 和 $\angle DOC$, $\angle AOD$ 和 $\angle BOC$ 分别是对顶角.

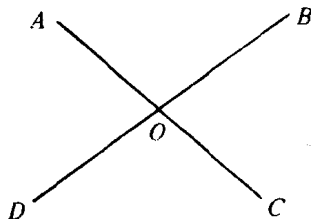


图 1.5

§ 1.1 长度单位、面积单位、体积单位

1. 图 1.6 中的线段 AB 的长是多少厘米?

解 测量线段长度的方法是: 用尺的 0 刻度对齐线段的一个端点 A, 再看线段的另一个端点 B 在尺的哪一个刻度上. 这条线段的端点 B 在尺的 4 cm 刻度上, 所以这条线段长 4 厘米.

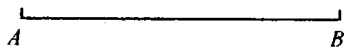


图 1.6

2. 单位化聚:

(1) 5 米 6 厘米合多少厘米?

解 $1 \text{ 米} = 100 \text{ 厘米},$
 $100 \times 5 + 6 = 506(\text{厘米}).$

答 5 米 6 厘米合 506 厘米.

(2) 6 048 米合多少公里多少米?

解 $1000 \text{ 米} = 1 \text{ 公里},$
 $6048 \div 1000 = 6(\text{公里}) \cdots 48(\text{米}).$

答 6 048 米合 6 公里 48 米.

(3) 3 平方米 4 平方分米合多少平方分米?

解 $1 \text{ 平方米} = 100 \text{ 平方分米},$



$$100 \times 3 + 4 = 304 (\text{平方分米}).$$

答 3平方米4平方分米合304平方分米.

(4) 2560平方毫米合多少平方厘米?

解 100平方毫米 = 1平方厘米,

$$2560 \div 100 = 25.6 (\text{平方厘米}).$$

答 2560平方毫米合25.6平方厘米.

(5) 5立方分米40立方厘米合多少立方厘米?

解 1立方分米 = 1000立方厘米,

$$1000 \times 5 + 40 = 5040 (\text{立方厘米}).$$

答 5立方分米40立方厘米合5040立方厘米.

(6) 46070立方厘米合多少立方分米?

解 1000立方厘米 = 1立方分米,

$$46070 \div 1000 = 46.07 (\text{立方分米}).$$

答 46070立方厘米合46.07立方分米.

3. 填空(在以下各题空格中填写适当的长度单位):

(1) 小王身高135 _____;

(2) 汽车每小时行驶50 _____;

(3) 数学书宽13 _____;

(4) 小张跳高跃过150 _____;

(5) 六层楼高18 _____;

(6) 人每小时走4000 _____;

(7) 骑自行车每小时行10 _____.

答 (1) 厘米. (2) 千米. (3) 厘米. (4) 厘米.

(5) 米. (6) 米. (7) 千米.

§ 1.2 直线、线段、射线

4. 以三角形ABC的三个顶点为端点,延伸三角形的三条边可以得到几条射线?

解 如图 1.7 所示, 以顶点 A 为端点, 延伸三角形的边可以得到两条射线. 同样, 以 B 、 C 为端点延伸三角形边也能分别得到两条射线. 总共 $2+2+2=6$ 条射线.

答 共可得到 6 条射线.

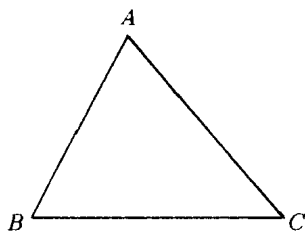


图 1.7

5. 如图 1.8 所示, $AB=BC=CD=DE$. 那么, $CE=(\quad)CD$, $AD=(\quad)AB=(\quad)CD$, $AE=AB+(\quad)DE$.

解 因 $AB=BC=CD=DE$, 所以, $CE=2CD$, $AD=3AB=3CD$, $AE=AB+3DE$.

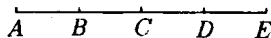


图 1.8

6. 在图 1.8 中共有几条线段?

解 以 A 为端点有线段 AB 、 AC 、 AD 、 AE 4 条;
以 B 为端点还有线段 BC 、 BD 、 BE 3 条;
以 C 为端点还有线段 CD 、 CE 2 条;
以 D 为端点还有线段 DE 1 条.

$$4+3+2+1=10(\text{条}).$$

答 共有 10 条线段.

7. 如图 1.9 所示, 从 A 到 B 有三条路可走, 你认为哪一条路最近? 为什么?

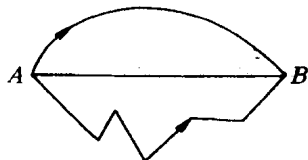


图 1.9

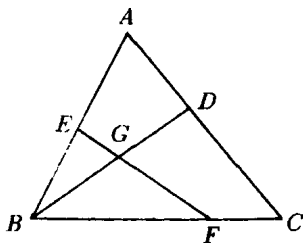


图 1.10





解 在图 1.9 中,从 A 到 B ,上面一条路线是曲线,下面一条是折线,中间一条是线段.两点之间的距离线段最短,所以走中间一条路最近.

8. 在图 1.10 中共有几条线段?

解 三角形 ABC 的三条边上各有 3 条线段,线段 BD 和 EF 上也各有 3 条线段.

$$3 \times 3 + 3 \times 2 = 15(\text{条}).$$

答 共有 15 条线段.

9. 已知线段 a 和 b ,画线段 $AB = a + 2b$.



解 (1) 如图 1.11,画射线 AP ;

(2) 在射线 AP 上截取 $AC = a$;

(3) 在射线 CP 上截取 $CB = 2b$.



图 1.11

线段 AB 就是要画的线段.

10. 已知线段 a 与 b ,画线段 $AB = b - 2a$.



解 (1) 如图 1.12,画射线 OP ;

(2) 在射线 OP 上截取 $OB = b$;

(3) 在线段 OB 上截取 $OA = 2a$.

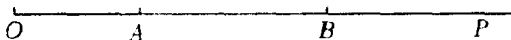
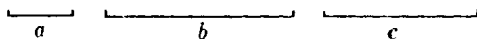


图 1.12

线段 AB 就是要画的线段.

11. 已知线段 a 、 b 、 c ,画线段 $MN = b - 2a + c$.



- 解** (1) 如图 1.13, 画射线 OP ;
 (2) 在射线 OP 上截取 $OA = b$;
 (3) 在线段 OA 上截取 $OM = 2a$;
 (4) 在射线 AP 上截取 $AN = c$.

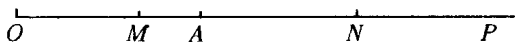


图 1.13

线段 MN 就是要画的线段.

12. 判断题:

- (1) 一条直线长 3 米, 两条这样的直线长 6 米. ()
- (2) 线段只有一个端点. ()
- (3) 通过不同两点可以画无数多条直线. ()
- (4) 直线比射线长. ()
- (5) 通过一点可以画无数多条射线. ()
- (6) 射线只有一个端点. ()

答 (1) $\times$ (2) $\times$ (3) $\times$ (4) $\times$ (5) $\checkmark$ (6) $\checkmark$

§ 1.3 角与角的度量

13. 判断题:

- (1) 大于 90° 的角都是钝角. ()
- (2) 两条直线相交, 其中一个角是直角, 那么其他三个角都是直角. ()
- (3) 从一点引出两条直线, 所组成的图形叫做角. ... ()
- (4) 角的两条边越长, 角越大. ()
- (5) 两个锐角的和一定比钝角大. ()
- (6) 用一个放大 3 倍的放大镜看一个 15° 的角, 看到的





是一个 45° 的角。..... ()

答 (1) $\times$ (2) $\checkmark$ (3) $\times$ (4) $\times$ (5) $\times$ (6) $\times$

14. 选择题:

(1) 一个角有()条边.

(A) 一 (B) 两 (C) 四 (D) 无数

(2) 比 80° 大的角一定是()

(A) 钝角 (B) 直角 (C) 平角 (D) 无法确定的

(3) 比 360° 小的角一定是()

(A) 锐角 (B) 直角 (C) 钝角 (D) 无法确定的

(4) 两个锐角的和一定是()

(A) 锐角 (B) 钝角 (C) 直角 (D) 无法确定的

答 (1) (B) (2) (D) (3) (D) (4) (D)

15. 图 1.14 中, $\angle AOD = 84^\circ$. 问共有多少个锐角?

解 以 OA 为角的一条边, 有 $\angle AOB$ 、 $\angle AOC$ 、 $\angle AOD$ 等 3 个角.

以 OB 为角的一条边, 还有 $\angle BOC$ 、 $\angle BOD$ 2 个角.

以 OC 为角的一条边, 还有 $\angle COD$ 1 个角.

这些角都是锐角, 共有 $3 + 2 + 1 = 6$ 个.

答 共有 6 个锐角.

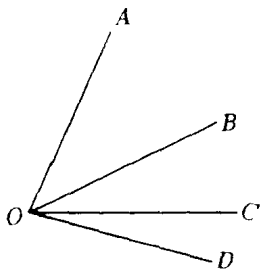


图 1.14

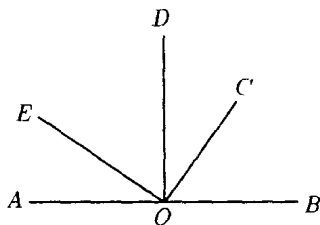


图 1.15

16. 图 1.15 中, 点 A 、 O 、 B 在同一直线上, $\angle BOD = \angle COE = 90^\circ$. 问:

(1) $\angle DOE$ 的余角有哪两个?

(2) $\angle BOC$ 的补角是哪个角? $\angle AOE$ 的补角呢?

(3) 图中有哪几个角是相等的?

解 (1) 因为点 A 、 O 、 B 在同一直线上, 而且 $\angle BOD = \angle COE = 90^\circ$, 所以 $\angle AOD = 90^\circ$, $\angle DOE$ 的余角是 $\angle COD$ 和 $\angle AOE$.

(2) $\angle BOC$ 的补角是 $\angle COA$, $\angle AOE$ 的补角 $\angle EOB$.

(3) $\angle DOE = \angle BOC$, $\angle COD = \angle AOE$, $\angle AOD = \angle BOD = \angle COE$.

17. 互为补角的两个角的差是 40° , 那么较大的一个角是多少度?

分析 两个角互为补角, 说明这两个角的和是 180° .

解 $(180^\circ + 40^\circ) \div 2 = 110^\circ$.

答 较大的一个角是 110° .

18. 互为余角的两个角之差是 20° , 这两个角分别是多少度?

分析 两个角互为余角, 说明这两个角的和是 90° .

解 $(90^\circ + 20^\circ) \div 2 = 55^\circ$, $90^\circ - 55^\circ = 35^\circ$.

答 这两个角分别是 55° 和 35° .

19. 直线 AB 、 CD 、 EF 在同一平面上, 并且相交于一点 O , 组成的图形有几组对顶角?

解 如图 1.16 所示, 对顶角有: $\angle AOC$ 和 $\angle BOD$, $\angle AOD$ 和 $\angle BOC$, $\angle AOE$ 和 $\angle BOF$, $\angle AOF$ 和 $\angle BOE$, $\angle COE$ 和 $\angle DOF$, $\angle COF$ 和 $\angle DOE$.

答 共有 6 组对顶角.

20. 一个角的补角等于这个角的余角的 5 倍, 求这个角的度数.

解 设这个角为 x° . 依题意, 有

$$180 - x = (90 - x) \cdot 5,$$

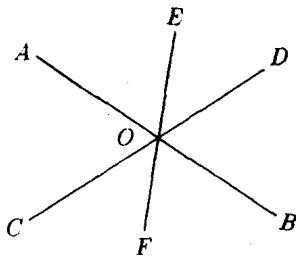


图 1.16