

车辆发动机废气涡轮增压

王延生 黄佑生 编

国防工业出版社

车辆发动机废气涡轮增压

王延生 黄佑生 编

国防工业出版社

内 容 简 介

本书系统地阐述了车辆用涡轮增压器的离心式压气机,径流式涡轮的工作原理、设计计算方法、涡轮增压器的结构、增压器与发动机的配合工作以及涡轮增压器的压气机和涡轮的性能试验等。

本书为高等学校车辆用内燃机专业教材,也可供有关技术人员参考。

车辆发动机废气涡轮增压

王延生 黄佑生 编

国防工业出版社出版

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印装

787×1092¹/₁₆ 印张14³/₄ 341千字

1984年6月第一版 1984年6月第一次印刷 印数: 0,001—1,300册

统一书号: 15034·2237 定价: 2.00元

前 言

本书是根据车辆发动机专业教学大纲的要求编写的。

近年来,车辆用涡轮增压技术迅速发展,采用涡轮增压发动机的各种车辆日益增多,对从事车辆发动机设计、制造和研究工作的技术人员来说,必须具备一定的涡轮增压器的知识。从专业教学需要出发,本书主要阐述车辆用废气涡轮增压器的离心式压气机,径流式涡轮的工作原理、设计计算方法、涡轮增压器的结构、增压器与发动机的配合工作以及涡轮增压器的压气机与涡轮的特性试验等。另外,在附录中还对压气机叶轮中三元流动、涡轮叶片叶型设计做了简单介绍。

本书由秦有方同志主审。全书共七章。第一章、第二章、第三章和第六章由黄佑生同志编写。第四章、第五章和第七章由王延生同志编写。附录由黄佑生和王延生同志合编。

本书引用了国内许多工厂、研究所和大专院校的试验研究资料,在此致以深切地感谢。

由于我们水平有限,书中一定有不少缺点甚至错误,欢迎读者批评指正。

编 者

目 录

主要符号说明	1	§ 4.1 径流式涡轮的特点	64
第一章 绪 论		§ 4.2 径流式涡轮的热力学过程	65
§ 1.1 车辆用增压发动机的发展概况	3	§ 4.3 涡轮蜗壳与喷嘴环	67
§ 1.2 车辆用发动机的增压方式	4	§ 4.4 涡轮叶轮	82
§ 1.3 车辆用发动机的涡轮增压器特点	8	§ 4.5 涡轮效率与各主要参数之间的关系	91
第二章 流体力学基础		§ 4.6 径流式涡轮特性	99
§ 2.1 质量守恒定律——连续方程	10	§ 4.7 径流式涡轮的热力计算	103
§ 2.2 欧拉方程	13	第五章 车辆用涡轮增压器的结构设计	
§ 2.3 伯努利方程	15	§ 5.1 车辆用涡轮增压器的总体设计	112
§ 2.4 动量方程	16	§ 5.2 转子的结构特点	113
§ 2.5 动量矩方程	18	§ 5.3 轴承与密封结构	116
§ 2.6 能量守恒定律与气体的滞止状态参数	20	§ 5.4 主要零件的材料与工艺	128
§ 2.7 超音速气流的几个基本概念	21	§ 5.5 几种典型的车辆用涡轮增压器	132
第三章 离心式压气机的原理与设计		§ 5.6 涡轮和压气机的叶片振动	142
§ 3.1 概述	23	§ 5.7 车辆用涡轮增压器转子轴的临界转速	151
§ 3.2 压气机的热力学过程	25	第六章 车辆用发动机与废气涡轮增压器的配合工作	
§ 3.3 空气在进口段中的流动	26	§ 6.1 利用发动机废气能量的方式	160
§ 3.4 空气在叶轮内的流动	28	§ 6.2 发动机与废气涡轮增压器匹配的试验法	167
§ 3.5 空气在叶轮中流动时的损失	32	§ 6.3 废气涡轮增压器运行点的计算	171
§ 3.6 压气机的功率系数 μ	34	§ 6.4 废气涡轮增压四冲程(柴油)发动机匹配的图解法	178
§ 3.7 叶轮效率 η_2 及流体效率 η_h	35	§ 6.5 影响废气涡轮增压器与发动机匹配的其他因素	182
§ 3.8 叶轮出口处空气状态参数的确定	37	§ 6.6 车辆用汽油机增压的特殊问题	184
§ 3.9 扩压器	39	第七章 车辆用涡轮增压器试验	
§ 3.10 集气器(蜗壳)	46	§ 7.1 概述	187
§ 3.11 离心式压气机计算示例	49	§ 7.2 压气机性能试验	187
§ 3.12 工作叶轮的叶片成型原理	54	§ 7.3 涡轮性能试验	201
§ 3.13 离心式压气机叶轮通道的设计	56	附录	
§ 3.14 离心式压气机叶轮通道设计示例	58	一、理想气体在径向叶轮中的流动	208
§ 3.15 压气机特性	59	二、气体在叶轮内作三元流动的一些基本知识	217
第四章 径流式涡轮的原理与设计		三、径流涡轮叶片叶型设计	223
		参考文献目录	229

主要符号说明

- A ——热功当量；面积
 a ——音速；加速度
 B ——叶轮子午面流道轴向宽度
 b ——压气机叶轮出口叶片宽度；涡轮叶轮进口叶片宽度
 c ——速度；绝对速度
 c_p ——气体等压分子比热
 c_v ——气体等容分子比热
 D ——直径
 d_e ——水力半径
 E ——能量
 F ——力
 f ——频率；单位质量力
 G ——重量
 g ——重力加速度
 H_u ——燃料低热值
 H ——焓降
 h ——实际焓降；高
 J ——转动惯量；惯性矩
 I ——焓
 i ——冲角
 K ——常数
 k ——绝热指数
 l ——长度
 M ——质量流量；力矩；马赫数
 m ——质点；子午面流线；面积比
 N ——功率
 n ——转速；多变指数；流线的法线
 p ——气体压力；比压
 Q ——容积流量；热量
 R ——气体常数
 Re ——雷诺数
 r ——半径
 S ——活塞冲程
 s ——熵；弧长

T ——绝对温度；周期；动能
 t ——时间，温度，节距，厚度
 U ——内能；位能
 u ——圆周速度
 V ——容积
 v ——比容
 W ——功；总重量；抗弯矩截面系数
 w ——相对速度
 z ——叶片数；气缸数

希腊字母符号：

α ——过量空气系数；流量系数；绝对速度气流角；轮盘摩擦损失系数
 β ——相对速度气流角
 Γ ——环量
 γ ——重度
 η ——效率
 θ ——转角；角度
 μ ——功率系数
 ξ ——摩擦系数；阻力系数；损失系数；相对损失系数
 π ——压比；膨胀比；圆周率
 ρ ——密度；反力度
 τ ——收缩系数；蜗壳流道数；冲程系数
 φ ——喷嘴环中速度系数；扫气系数
 ψ ——叶轮中速度系数
 ω ——角速度；圆频率

上角标：

$*$ ——气流的滞止参数

下角标：

a ——轴向
 r ——径向
 u ——切向
 x, y, z ——坐标分量
 i, j, k ——对 x, y, z 坐标的单位向量
 c ——压气机
 T ——涡轮
 E ——发动机
 cr ——临界值
 eq ——当量值
 opt ——最佳值
 ov ——重叠度
 pol ——多变参数

第一章 绪 论

§ 1.1 车辆用增压发动机的发展概况

活塞式发动机采用增压的方案,首先是在航空发动机上实现的。早在1885年戈特利布·戴姆勒(Gottlieb Daimler)就提出预先压缩每一循环吸入的混合气或空气的设想。1905年已有了废气涡轮增压的资料,阿尔弗雷德·比希(Alfred Buchi)就利用发动机排气能量的涡轮增压器,申请专利,并提出了以中冷器冷却压气机压缩后的空气的方案,且于1909年用一台14.76千瓦(20马力)的单缸发动机作首次试验。试验开始时,他将涡轮与发动机的曲轴联接在一起,始终没有成功。后来,他在一台多缸发动机上,把涡轮增压器与曲轴分开单独安装,用截面较小的特殊接管将发动机和涡轮增压器联接起来,并根据各缸的点火相位把联接管分组以后,试验才获得惊人的成功。这个试验实际上就是利用发动机排气的脉冲能量增压的开端。但由于当时的工艺水平及涡轮增压器的效率较低,所以没有得到广泛的采用。在航空活塞式发动机中,首先用的乃是机械增压的办法,来补偿飞机在高空时的功率损失。

以后,由于空气动力学的发展,提高了涡轮增压器的效率。当发动机采用涡轮增压之后,其性能有所提高而比燃油消耗量有所降低,至此才引起发动机制造业的广泛重视。

继航空活塞式发动机上越来越多地采用了废气涡轮增压器后,船舶用柴油机也越来越多地采用废气涡轮增压器。

1926年德国道依茨公司的VMS158型柴油机就是第一批采用废气涡轮增压的,其有效功率由423千瓦提高到551千瓦,增加约30%。

废气涡轮增压器用于车辆发动机较其他领域要晚,直到六十年代由于径流式涡轮增压器的出现,才使它逐步商品化。究其原因,主要是由于车辆用发动机要求苛刻:增压器的尺寸小,价格便宜,结构可靠,性能良好,能满足车辆行驶中极其复杂的道路和负荷变化的条件等。

开始时,车辆上只有柴油机采用增压,汽油机很少采用。这主要由于汽油机在采用增压后易引起爆震及增加了它的热负荷;还由于地面车辆要考虑经济性而不能采用高辛烷值的抗爆优质汽油,以及不能像航空上那样,由于高空时空气状态参数的变化(压力、温度)有利于抑制爆震。

近年来,由于对汽油机的排放标准有严格的限制,因而不得不降低汽油机的最高功率,这就促使汽油机采用涡轮增压,以挽回甚至超过由于减少废气污染所造成的功率损失。

在运输式车辆中,柴油机的增压几乎每家厂商在生产时就已考虑到了。经常的做法是,使得同一产品系列的发动机,改装成增压和非增压的两种系列。

不难看出,对地面车辆的排污和噪音的严格限制,已进一步促使采用涡轮增压技

术, 进一步研究和发展此项技术。

在我国, 船舶和机车上所用的大功率和中等功率的柴油机, 已相当普遍地采用了涡轮增压器。但在汽车等运输式车辆上, 应用还不够广泛。在高原地区使用的汽车发动机, 采用增压是恢复功率及改善经济性的有效措施。

英国里卡多公司对九十年代采用增压技术生产的大型卡车(车总重在15吨以上)产量做了预测; 由于对日本有两种不同的估计, 故在图中用阴线表示, 见图1-1。由图可知, 在国外车辆用发动机中, 涡轮增压型的数量, 其比例由七十年代初以后, 开始大幅度增加。此外, 增压程度也有很大的提高, 由最初增加功率约30%, 到最近甚至有些机型已超过100%。增压的程度越高, 在技术上的难度越大。

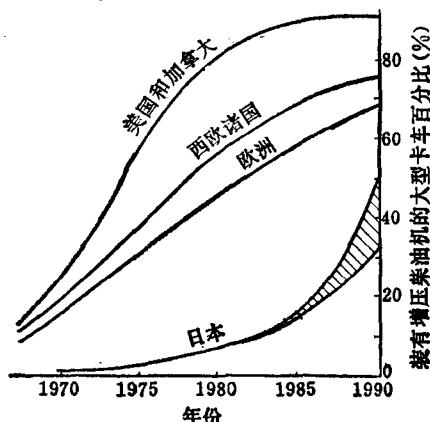


图1-1 采用涡轮增压柴油机的大型卡车(总重15吨以上)产量发展预测

§ 1.2 车辆用发动机的增压方式

车辆用发动机主要有三种增压方式: 机械增压; 涡轮增压; 复合增压。其他如谐波波增压(又称惯性增压), 气波增压及旁通补燃增压等方式, 目前还未被普遍采用。

1. 机械增压

增压器由发动机的曲轴经齿轮系驱动, 如图1-2所示。压气机可以是离心式或罗茨式, 增压后压力在0.16~0.17兆帕范围以内。

机械增压时, 压气机需消耗发动机的功率, 当其超过发动机指示功率10%时, 燃油的比消耗量就会急剧增加。例如, 一台515~551千瓦(700~750马力)的发动机, 当增压后压力为0.16~0.17兆帕时, 压气机消耗的功率达73.5~88.2千瓦(100~120马力), 这就使得发动机的燃油比消耗量较不增压时增加3~5%。这样, 由于经济性差及传动复杂, 采用机械增压的发动机越来越少。

2. 废气涡轮增压

利用发动机排出的废气能量来驱动增压器的涡轮, 并由涡轮带动压气机工作, 称为废气涡轮增压, 如图1-3所示。废气涡轮增压器为一单独的附件, 只与发动机之间有气动联系, 没有机械联结。随着发动机负荷及转速的变化, 废气涡轮增压器的工作参数也自动地改变, 达到新的平衡状态; 而压气机所消耗的功率完全由涡轮提供, 不再消耗发动机本身的功率, 从而有助于提高发动机的经济性。当发动机功率由于采用废气涡轮增压而提高30~40%时, 它的燃油比消耗量 g_e 可降低5%左右。当增压压力 p_c 较高时, 可在压气机出口与发动机进气管之间装置中冷器, 以降低进入发动机的空气温度。

废气涡轮增压发动机在高原或高温地区工作时, 比不增压的发动机, 功率下降要小得多。另外, 废气涡轮增压器还可降低发动机的噪音及废气中的有害成分。

3. 复合增压

在增压系统中既采用废气涡轮增压, 又采用机械增压, 无论两者是串联抑或并联的

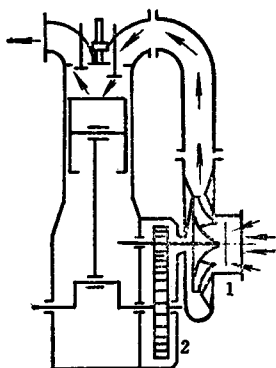


图1-2 机械增压方案
1—压气机；2—机械传动系统。

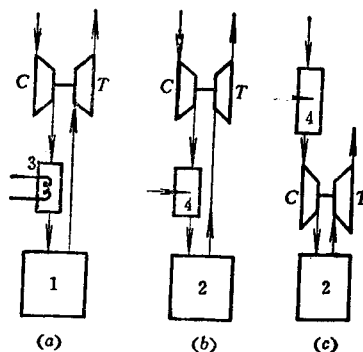


图1-3 废气涡轮增压方案
(a) 柴油机废气涡轮增压方案；(b)、(c) 汽油机废气涡轮增压方案。
1—柴油机；2—汽油机；3—中冷器；4—化油器。

形式，都称为复合增压，如图 1-4 所示。

在串联增压时，第一级是废气涡轮增压，第二级是机械增压，以保证低转速和低负荷时发动机仍有必要的增压扫气压力。美国 AVCR-1360 坦克柴油机采用了这种增压方式；在二冲程柴油机上也多用这种增压方式。

并联增压时，则利用机械增压补充废气涡轮增压供应不足的空气量。

此外，还有一种称为机械传动的涡轮增压复合系统（图 1-5）。发动机的曲轴与废气涡轮的轴用机械联结。当涡轮功率 N_T 小于压气机功率 N_c 时，经过齿轮系统由发动机给涡轮补充能量；如果 N_T 与 N_c 平衡时，机械传动脱开，使发动机的机械效率 η_m 提高。这种方案常在一些二冲程发动机上采用，如日本 10ZF 坦克柴油机就采用这种方案。

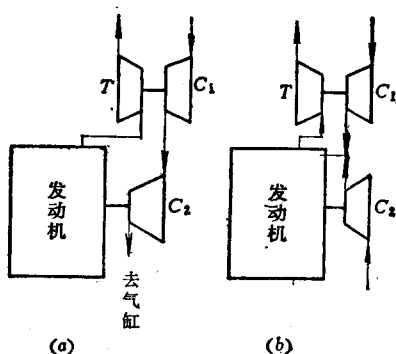


图1-4 复合增压方案
(a) 串联；(b) 并联。

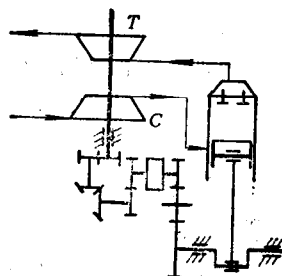


图1-5 机械传动的涡轮增压复合系统

4. 其它增压方式

谐振波增压、气波增压及旁通补燃增压三种方式简介如下。

谐振波增压的方案，如图 1-6。

它是通过与废气涡轮增压器串联工作的谐振系统，在选定的转速下获得较强的气流

共振,使进气系统的阀门开启期间气流处于共振压力的波峰值上,因而获得气体压力的增加。谐振系统由谐振腔和谐振管组成。试验结果表明,这种增压方式效果并不理想。

气波增压最早由瑞士的勃朗·鲍维利公司提出。由于气波增压气流中压力波的传播是以音速推进的,较废气在发动机排气管中的流动速度要快得多。利用这一原理,使发动机排气管中的压力波较废气提前到达发动机的进气腔,并压缩进气腔中的空气;然后,待废气到达进气部位之前,由一个腔口将它与大气相通而排掉。

气波增压发动机的结构简图,如图 1-7。

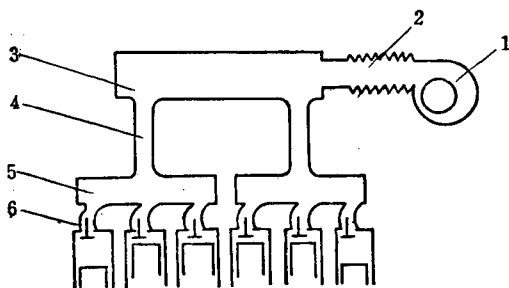


图1-6 谐振波增压方案简图

1—废气涡轮增压器; 2—连接管; 3—平衡腔; 4—谐振管; 5—谐振腔; 6—进气管。

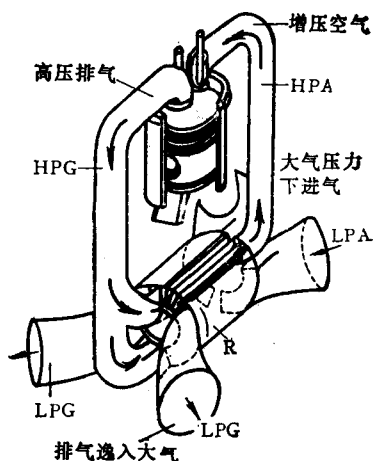


图1-7 气波增压器示意图

R—转子; HPG—高压排气管; HPA—高压空气管; LPG—低压排气管; LPA—低压空气管。

气波增压器系由一个圆柱形、内有辐射状隔板形成通道的转子及转子两端有不与其接触的排气端盖和进气端盖组成。排气端盖上有高压排气管 HPG 与低压排气管 LPG。进气端盖上有高压进气管 HPA 及低压（新鲜）空气管 LPA。转子支持在轴承上,通过三角皮带由柴油机的曲轴驱动。

气波增压器的工作过程,可用转子的周向展开图来说明,如图 1-8 所示。

不难看出,气波增压器的通道由底部向上运动至位置 1 时,通道中充满来自大气的低压新鲜空气,图中小格内的垂直线是表示空气处于静止的状态。柴油机 E 的排气首先流入到排气箱 A,然后又从 A 以定压流向高压排气管 HPG。当通道上移时,就使得其中充满的新鲜低压空气与高压排气管接通。此时,压力波立即以音速在通道内传递并压缩空气,使得被压缩后的空气向高压空气管 HPA 加速流动,而发动机排出的气体则以低于音速的速度在压力波后进入通道。与此同时,通道仍以速度 u 向上移动,因此各个通道内的压力波其波峰可连成一条倾斜的连线。在通道中被压缩的空气从高压空气管进入空气箱 B,然后再流入柴油机。当通道的左端以速度 u 移过高压排气管时,排气不再流入流道,通道中原有的压力波继续向右前进而抵达右端面,这时通道已经移过高压空气管,而废气充满通道长度的 $2/3$ 。在通道中的右面是废气与空气的混合物,再向右就是残留的高压空气。通道再往上移至位置 2 时,处于封闭状态。此时,通道内气体的静压

力略低于高压排气管内的静压力，但总压力略高于高压空气管内的总压力。通道继续上移，就与低压排气管 LPG 相 接通。此时，气体就在通道内膨胀，传入到各通道内的膨胀波连线也成一倾斜线。当通道继续上移时，其右端与低压空气管 LPA 相通，废气即从通道流入低压排气管 LPG 中，而大气中的新鲜空气又由右端流入通道。当废气和由废气与空气组成的混合气完全从通道清除出去后，整个工作循环又从 1 开始。

气波增压目前尚未达到较高的增压压力，虽然它对发动机的瞬态响应及扭矩特性等方面都优于废气涡轮增压，但由于它还存在体积大、工艺复杂及噪音大等问题，在应用的范围及数量上，还是较少的。

旁通补燃增压方案的结构简图，如图 1-9。

在旁通补燃增压的发动机中，涡轮增压器可以通过旁通补燃系统而独立运转，也可以用柴油机排出的废气能量驱动涡轮增压器而辅之以补燃能量。这样涡轮增压器的压气机可以始终处于高效率范围内运转，即使在低负荷运转下的柴油机，也能得到高压的充气，因而扭矩特性和瞬态响应性能都很好。

旁通补燃增压的缺点是：采用旁通及补燃后机构复杂；对控制系统的要求较高；柴油机在低速及部分负荷时的经济性较差。

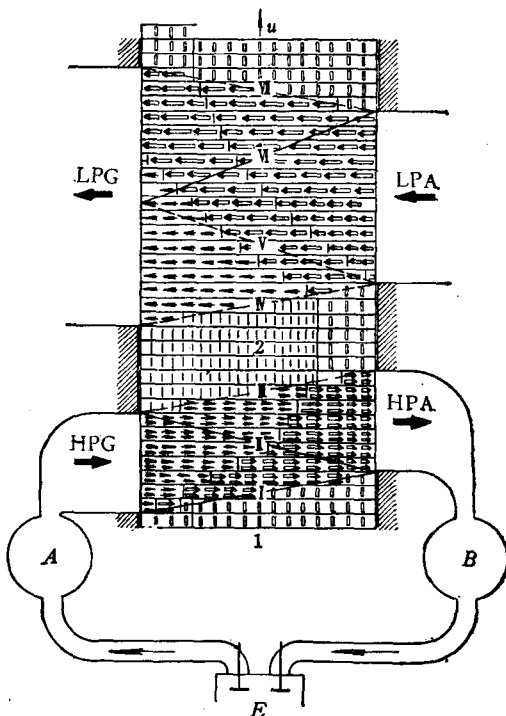


图1-8 气波增压器转子通道中的膨胀波和压缩波的展开图

E—柴油机；A—排气箱；B—空气箱；u—转子的运动方向。

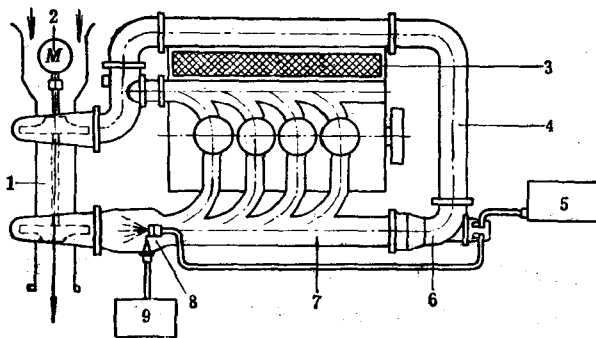


图1-9 旁通补燃增压示意图

1—涡轮增压器；2—起动电机；3—空气冷却器；4—旁通空气管；5—燃油泵；6—空气调节器；7—空气与废气混合管；8—补燃室；9—点燃器及火焰控制器。

§ 1.3 车辆用发动机的涡轮增压器特点

车辆用发动机采用废气涡轮增压器的目的, 主要是为了强化发动机, 亦即提高发动机的平均有效压力 p_e 。但在降低发动机的排气污染及噪音方面, 或者在高原或高温地带恢复发动机的功率, 或者在改善发动机的扭矩特性等方面, 采用废气涡轮增压器也是常见的技术措施。

过去三十多年来, 柴油机的单位工作容积所发出的功率大幅度增长, 主要依靠增压后提高平均有效压力 p_e 。近十年来, 车辆用四冲程柴油机的平均有效压力的增长速度较缓慢, 这主要是受到增压后发动机的机械负荷及热负荷的限制。图 1-10 给出 1968~1979 年以来美国、欧洲和日本的车辆用四冲程柴油机的平均有效压力变化情况的统计值。由图可见, 其变化是很有限的。

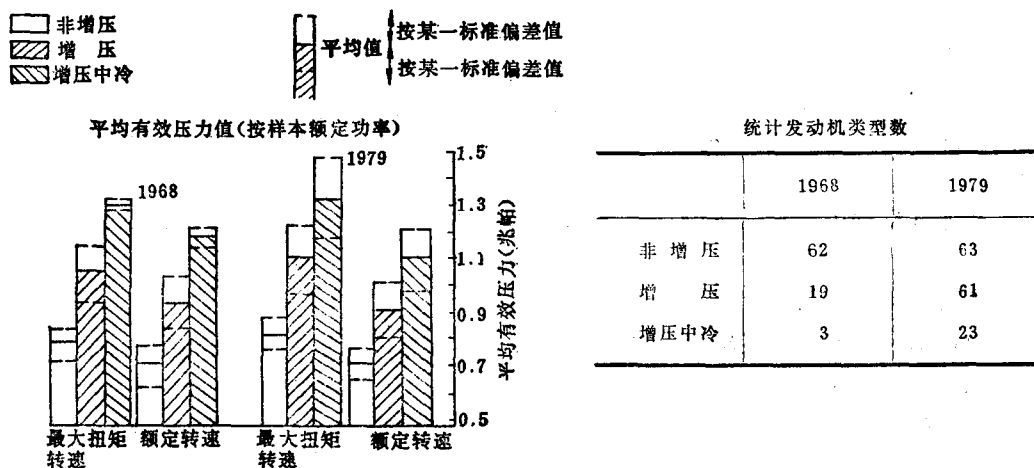


图 1-10 自 1968~1979 年车辆用四冲程柴油机的平均有效压力变化的统计值

表 1-1 给出现代各种用途柴油机的平均有效压力 p_e 及活塞平均速度 C_m 的指标。

表 1-1 现代各种用途柴油机的平均有效压力 p_e 及活塞平均速度 C_m 值

项 目	类 别	四 冲 程						二冲程	
		农用柴油机		车辆用柴油机		工程机械 用柴油机	干线内燃 机车用柴 油 机	大功率中 速用柴油 机	船用低 速柴油 机
		小功率 通 用	拖拉机用	小型轻便 汽 车	中、重型 卡 车				
活塞平均速度 C_m 米/秒		5.5~12	8~9.5	12~13	10~11.5	9~11	9~12	6.5~9	5~6.8
平均有效压力 p_e 兆帕		0.49~0.86	0.59~0.98	0.735 ~0.853	0.735 ~1.12	1.18 ~1.47	1.37 ~1.77	1.57 ~2.16	0.98 ~1.324

由于车辆用增压发动机, 在工作时负荷及转速的变化范围比较广, 并且要求发动机与涡轮增压器匹配良好, 以及发动机在车辆中的空间位置有较严格的限制, 因此对废气涡轮增压器也有较严的要求如:

(1) 涡轮增压器的总效率高。涡轮增压器的总效率 η_T 为压气机绝热效率 η_{ad} 、涡轮绝热效率 η_{Ta} 及增压器机械效率 η_M 三者的乘积。因为机械效率的变动范围是有限的,

所以设计者力图提高压气机及涡轮的绝热效率。值得注意的是：提高压气机的绝热效率，就直接改善了发动机的进气条件；提高涡轮的绝热效率，则可改善发动机的扫气、降低排气温度和排气压力。

(2) 发动机工况变化时，对涡轮增压器的总效率影响不敏感。这样，就有可能使涡轮增压器始终处于较高的效率之下运转，从而改善发动机的适应性。一般来讲，这主要取决于压气机的性能是否能达到此要求、为此，也相应地采取了一些措施，例如改变压气机叶轮的形状等。

(3) 涡轮增压器的尺寸小、重量轻、结构简单。在车辆发动机上能够安装废气涡轮增压器的空间位置是有限的，并且由于车辆加速性的要求，总希望获得小而轻的涡轮增压器，这就要求提高转子的转速。目前，涡轮增压器的最高转速有的已达 160000 转/分。

(4) 制造工艺简单、成本低、便于大量生产。涡轮增压器的压气机叶轮和涡轮叶轮采用精密铸造工艺，其蜗壳及支持转子的中间体采用壳型铸造或压铸等工艺；有一部分零件采用冲压工艺，这对于降低成本、便于大量生产是很重要的。

(5) 工作可靠性好，能与发动机的工作寿命匹配。国外一台发动机的寿命可达 8000~10000 小时，即使机械负荷与热负荷较高的发动机也可达 5000~6000 小时。为了增加涡轮增压器的寿命，对它的轴承、转子的动平衡精度、材料、装配工艺等，都提出了很高的要求。

(6) 便于拆装和维修。由于地面多尘，车辆发动机工作一段时间以后，在压气机的通流部分将沾污上很多油垢和尘土，这不仅影响压气机的效率，还会影响转子的动平衡精度，因此在使用过程中就需要定期的进行清洗，从而要求涡轮增压器便于拆装和维修。

(7) 增压器的系列化。增压器系列化不仅可以在较少型号时，扩大它与发动机匹配的功率范围，还可以在不同型号间采用一部分完全相同的零件，增加互换性，降低成本，减少零件储备量。

第二章 流体力学基础

废气涡轮增压器的气动部件——压气机和涡轮的通流部分各截面上气流的参数（如温度、压力、密度、速度等）之间的相互关系，均建立在流体力学基础上。利用流体力学可研究和计算气体与叶片间的能量交换，以及气体在流动过程中能量形式相互转换的情况。这里仅就本课程中常用的一些流体力学基本知识加以介绍。

在废气涡轮增压器内的气体流动，为非定常的三元流动；气体可压缩、有粘性，因而将使基本方程式变得很复杂，故在实际应用中，为简化流动现象而作如下假设：

- 1) 气流作定常流动；
- 2) 气体在通流部分的任一横截面上各点的气流参数都相同，并等于它们的平均值；
- 3) 忽略气体粘性引起的摩擦力。

因此，本章主要按定常、无粘性、均态流动来叙述问题。

在流体力学中，对流场的分析，主要有欧拉法及拉格朗日法两种方法。本章又以欧拉法为基本分析方法，即对于研究对象从“场”着眼，对整个流场的物理量的矢量场及标量场以坐标 x 、 y 、 z 及时间 t 的函数关系来表示。这样，对于建立流体的流动方程式就比较容易。

§ 2.1 质量守恒定律——连续方程

质量守恒定律的表达式就是连续方程，是流体力学的基本方程之一。

假设流体流动是连续介质的流动，则在流动过程中没有流体质量的产生或消耗，因此

$$\frac{dM}{dt} = 0$$

式中

M ——流体系统的质量；

t ——时间。

在定常流时，可认为某一基元流体的流束（或称流管）中，流体任一点的物理量（速度、压力、温度、比容等）都不随时间改变，此时流体质点流经的迹线就是流线。在非定常流时，流体任一质点总有自己确定的迹线，但在流场内任一点上所通过的流线却随时间而变，不同时刻流线的形状不同，因而不存在与迹线始终相重合的流线。

在定常流中，流束的侧表面称为流面，流体不能穿越流面，因而流面的母线就是流线。

在图 2-1 中， $A-A$ 、 $B-B$ 两截面都垂直于流束，取两截面之间的一段流体按箭头

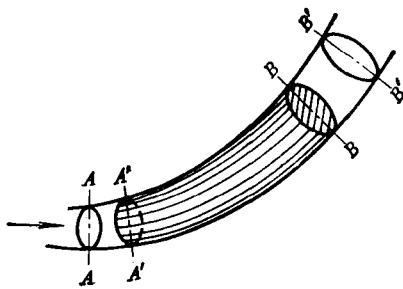


图2-1 基元气体流股

所示方向流动, 流体只能通过横截面 $A-A$ 流入 AB 段, 并通过 $B-B$ 横截面流出 AB 段。经过 dt 时间后, 原来的那段流体由 AB 移到 $A'B'$, 也可以认为把 AA' 段挤到 BB' 段, 而同一时间内 $A'B$ 段流体没有变动。设流体对 $A-A$ 截面的流速为 c_1 , 其截面积为 A_1 , 密度为 ρ_1 ; 对 $B-B$ 截面的流速为 c_2 , 其截面积为 A_2 , 密度为 ρ_2 , 则流经 $A-A$ 截面处的质量流量 dM_1 在 dt 时间内为

$$dM_1 = \rho_1 c_1 A_1 dt \quad (2-1)$$

流经 $B-B$ 截面处的质量流量 dM_2 在 dt 时间内为

$$dM_2 = \rho_2 c_2 A_2 dt \quad (2-2)$$

定常流时, 流束中无分离的空腔, 流入的流体质量等于流出的流体质量, 即

$$dM_1 = dM_2 \quad (2-3)$$

由式 (2-1)、(2-2) 及 (2-3) 可得定常流时, 流体的连续方程——质量守恒定律的表达式

$$\rho_1 c_1 A_1 = \rho_2 c_2 A_2 \quad (2-4)$$

图 2-2 为流体的任一微元体, 在流动流场中的连续性状况。由此可推导出三元流动的流体连续方程。该微元体在 x 、 y 、 z 坐标上的边长各为 δx 、 δy 、 δz 。在某一瞬时 t , 经过微元体中心的质点的速度为 c , 它对 x 、 y 、 z 坐标方向的分量各为 c_x 、 c_y 、 c_z , 其密度为 ρ 。

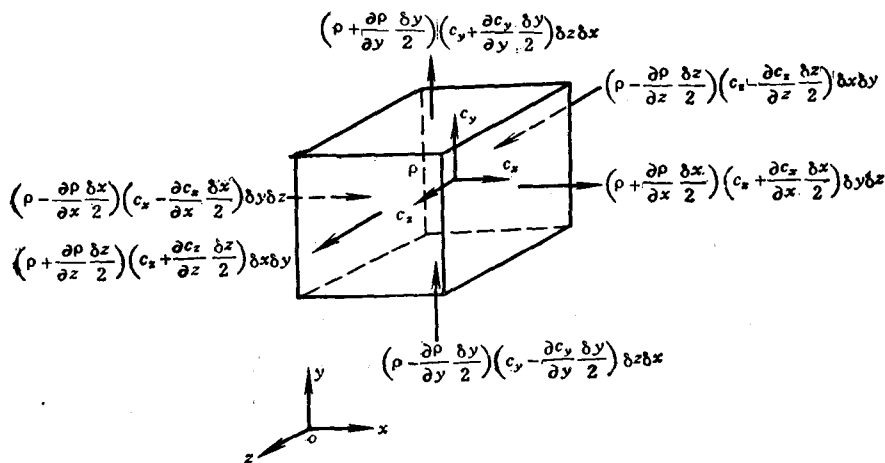


图2-2 推导三元流连续方程微元图

沿 x 坐标方向从左往右, 流经左微元面积 $\delta y \delta z$ 上的每秒的质量为

$$\left(\rho - \frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\delta x}{2} \right) \left(c_x - \frac{\partial c_x}{\partial x} \frac{\delta x}{2} \right) \delta y \delta z$$

从右微元面积 $\delta y \delta z$ 上, 每秒流出的质量应为

$$\left(\rho + \frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\delta x}{2} \right) \left(c_x + \frac{\partial c_x}{\partial x} \frac{\delta x}{2} \right) \delta y \delta z$$

两者之差即为每秒内流体质量沿 x 坐标方向的变化量, 即

$$\begin{aligned}
& \left(\rho + \frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\delta x}{2} \right) \left(c_x + \frac{\partial c_x}{\partial x} \frac{\delta x}{2} \right) \delta y \delta z - \left(\rho - \frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\delta x}{2} \right) \\
& \times \left(c_x - \frac{\partial c_x}{\partial x} \frac{\delta x}{2} \right) \delta y \delta z = \left(\rho \frac{\partial c_x}{\partial x} + c_x \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) \delta x \delta y \delta z \\
& = \frac{\partial(\rho c_x)}{\partial x} \delta x \delta y \delta z
\end{aligned}$$

同理, 可推导出沿 y 及 z 坐标方向上每秒的流体质量流量的变化量为

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial(\rho c_y)}{\partial y} \delta x \delta y \delta z \\
& \frac{\partial(\rho c_z)}{\partial z} \delta x \delta y \delta z
\end{aligned}$$

流经微元六面体的流体质量每秒的总变化量应是三者之和, 并以 $\int_A \rho c_n dA$ 表示

$$\int_A \rho c_n dA = \left[\frac{\partial(\rho c_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho c_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho c_z)}{\partial z} \right] \delta x \delta y \delta z \quad (2-5)$$

式中

A ——微元体的表面积;

c_n ——垂直于微元体面积 dA 的速度。

如果微元体内的密度随时间变化, 则由此而引起的微元体内流体质量在每秒内的变化量为 $\frac{\partial}{\partial t} \int_v \rho dv$,

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_v \rho dv = \frac{\partial}{\partial t} (\rho \delta x \delta y \delta z) = \frac{\partial \rho}{\partial t} \delta x \delta y \delta z \quad (2-6)$$

式中

v ——微元体的体积。

且

$$\int_v dv = \delta x \delta y \delta z$$

密度 ρ 对于 v 在某一瞬间 (即 t 为某定值时) 无变化, 故可将 ρ 提到积分符号之外

$$\int_v \rho dv = \rho \int_v dv = \rho \delta x \delta y \delta z$$

微元体内每秒的质量总变化率由式 (2-5) 及式 (2-6) 两部分之和组成。由于流体的连续性, 故其总变化率为零, 因而可压缩流体、非定常流的三元流动, 其连续方程为

$$\frac{\partial(\rho c_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho c_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho c_z)}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (2-7)$$

也可写成矢量形式

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{div}(\rho \mathbf{c}) + \frac{\partial \rho}{\partial t} &= 0 \\ \nabla \cdot (\rho \mathbf{c}) + \frac{\partial \rho}{\partial t} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2-7a)$$

或

对于定常流, $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$, 故式 (2-7a) 可写成