KONGJIANJIAODUJISUANDEQIU
NTUFA

林齐华　王良珍编著

空间角度计算的球面图法

（在机械制造中的应用）

上海科学技术出版社

空间角度计算的球面图法

（在机械制造中的应用）

林齐华　王良珍　编著

上海科学技术出版社

空间角度计算的球面图法
（在机械制造中的应用）
林齐华　王良珍　编著
上海科学技术出版社出版
（上海瑞金二路450号）
新华书店上海发行所发行　上海商务印刷厂印刷
开本787×1092 1/16　印张10　字数236,000
1981年2月第1版　1981年2月第1次印刷
印数 1—6,000
书号：15119·2096　　定价：(科四) 0.97 元

内 容 提 要

本书介绍用一种新的方法——球面图法，来计算空间直线、空间平面之间的角度问题。详细说明了球面图的理论基础、绘制方法和解题步骤，并结合机械制造工艺中的实例，列举了许多例题。书中还介绍了作者设计的“球面图测绘仪”，帮助读者想象、思考、绘制和测量要求的空间角度。

本书可供有关设计人员、工艺人员和师生参考。

前　　言

空间角度计算，就是解决空间直线、空间平面之间的角度问题。

在机械制造中，空间角度计算的应用是很广泛的，如飞机模线设计、飞机型架设计、机床夹具设计，以及机械加工时对零件的工艺计算，都会涉及到空间角度的计算。计算空间角度有多种方法，归纳起来有立体几何法(又称六面体法)、立体解析几何法、投影几何法和球面三角法等四种。

本书介绍的空间角度计算是采用一种新的方法——球面图法。这种方法的设想是这样的：我们知道任何一个由平面组成的空间几何体，它有许多由平面(或直线)交成的空间角。当我们考虑到两平面(或直线)的交角大小并不因两平面(或直线)同时平移后的位置不同而变化(这就是本书中所提到的“存真性”)，且空间平面是可以设想为无限扩展的，我们就可以想象把组成空间角的平面(或直线)都平移到通过球面坐标系的球心，并与该球面截交得球面上的截交线(均应为大圆)，去掉球外的部分，在球表面得到的是由各大圆弧组成的球面三角形。将这些大圆弧投影在某坐标面上，便使复杂的空间问题变为简单的平面问题，同时可采用球面三角学中的公式，对有关的球面三角形进行计算。这种方法我们给以“球面图法”的名称，以着重指出上述方法的关键在于建立“球面图”。

这种方法学会以后，对任何复杂的空间角度的计算都能很便捷地解决，工作效率会提高很多。

由于立体球面图具有“存真性”，根据这个原理，可以制造“球面图测绘仪”，突破空间角度必须计算的框框。当读者掌握了“立体球面图”的绘制方法后，应用“球面图测绘仪”就可以使复杂的空间角度计算，变成简单的角度度量，为空间角度计算开辟了一条新的途径。

由于球面图中的球面三角形可采用球面三角学中的公式去解，所以本书叙述了有关球面三角学的基本知识，着重地介绍球面图的理论基础和绘制，以及计算方法。由浅入深地列举了七种类型，四十余个例题，可供工艺装备设计员、机械加工车间工艺员、组合夹具的组装工及有关的工程技术人员在计算空间角度时学习和参考。

本书所有的插图和描图工作，分别由张春林、许金山和出版社同志完成，在此谨表感谢。

由于水平有限，书中缺点和错误难免，恳请读者批评、指正。

作　者　1978 年 11 月于南昌

目　　录

第 一 章

球面三角学中的一些基本概念

球面三角学出现在古代东方国家。由于古代天文学的发展，促进了球面三角学的发展。

球面三角学是数学上的一个分科，它研究球面上由大圆弧构成的三角形的解法。

球面三角学有着重要的理论和实践价值，在天文学、高等测量学、制图学、结晶学、矿山几何学、仪器学及其它科学方面都有广泛的应用。

球面三角学在机械上的应用时间还不长。由于其优越性大，凡是应用辅助球来研究点、线、面在空间相互位置的都要用到球面三角学，所以发展速度很快。

这里我们根据计算空间角度所需的球面三角知识，编写了一些基本概念，虽然篇幅不多，但已够应用。

§1. 球面三角形的几何性质

一、球面上的圆

通过球心的平面截球，所得的截口是一个圆，这个圆叫做大圆(见图 1-1)。不通过球心的平面截球，所得的截口也是一个圆，这个圆叫做小圆(见图 1-2)。

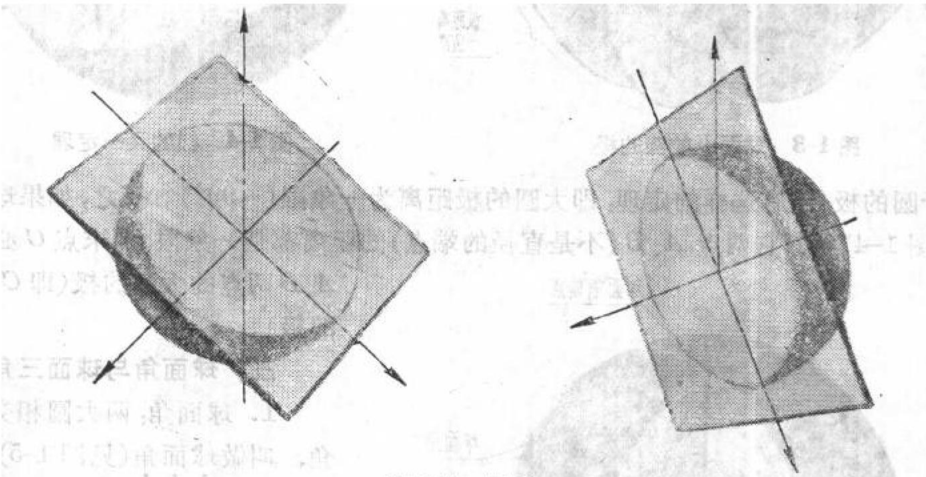


图 1-1 大圆

二、球面上的圆的极

设球面上有一已知圆(不论大圆或小圆)，垂直于这已知圆所在平面的球直径的端点，叫做这个圆的极。

图 1-3 中，圆 AB 的极是 P 与 P'，圆 CD 的极也是 P 与 P'。这就是说，P 与 P' 既是圆 AB 的极，也是圆 CD 的极。这样以 $P(P')$ 为极的圆就很多，为了区分起见，对过球心的平面我们称它为极平面。同时可以看出，一个圆有两个极，而这两个极的连线就是球的直径。

球面上某一个圆的极到这个圆周上的任意一点的距离，称为极距离。

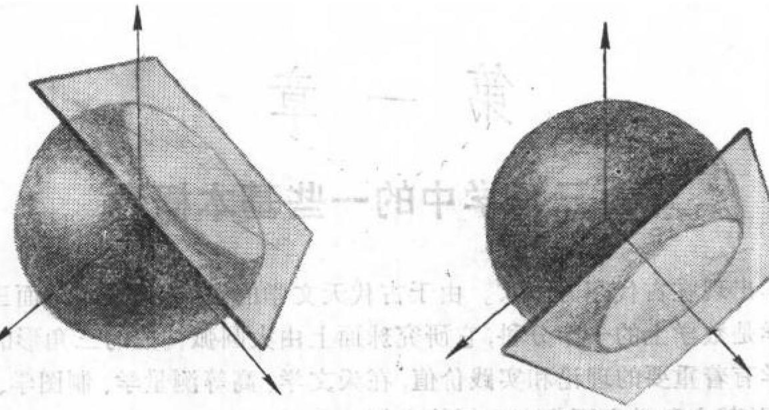


图 1-2 小圆

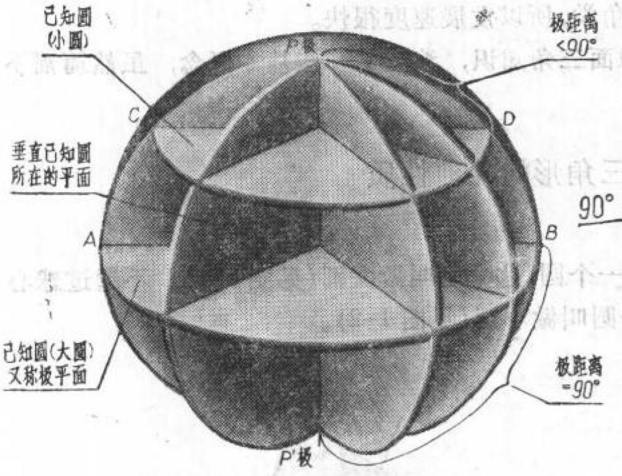


图 1-3 球面上的圆的极

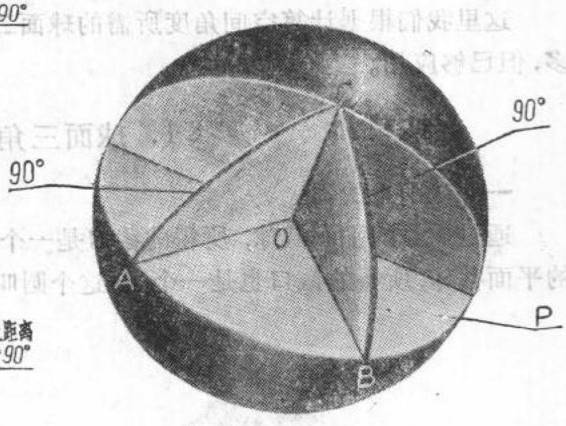


图 1-4 极的又一定理

关于圆的极，还有这样的定理：即大圆的极距离为一象限(=90°)。反之，如果球面上一点 C(见图 1-4)到其它两点 A、B(不是直径的端点)的距离都是一象限，那末点 C 必为通过 A、B 两点的大圆的极(即 C 为 P 圆的极)。

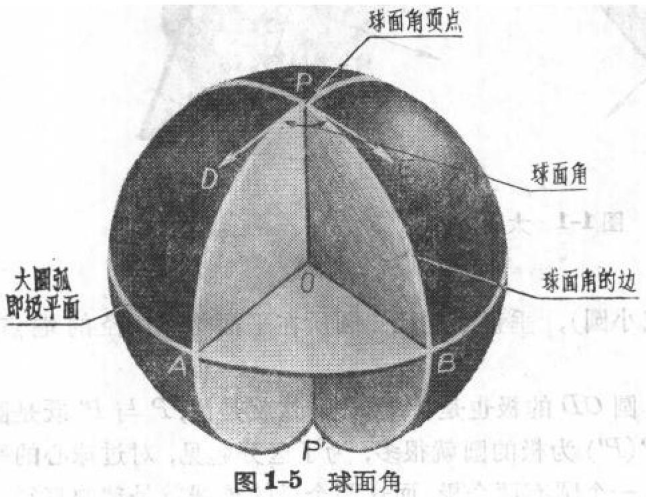


图 1-5 球面角

三、球面角与球面三角形

1．球面角：两大圆相交所成的角，叫做球面角(见图 1-5)。其交点叫做球面角的顶点，大圆弧叫做球面角的边。图 1-5 中的球面角 APB 与 $AP'B$(简记为球面角 P 与 P')的顶点为 P 与 P'，而 PAP'、PBP' 为它的边。通常，球面角是以过顶点的圆弧的二切线所夹的角来度量的。

在图 1-5 中，设以 P 为极的大圆与球面角的边交于 A、B，过 P 作 PA、PB 的切线

PD、PE，则有

$$\angle DPE=\angle AOB,$$

即 $$球面角\ P=\widehat{AB}。$$

这就是说，球面角与以其顶点为极而夹在角两边间的大圆上的弧同度。

2．球面三角形：球面上相交于三点的三个大圆弧所围成的球面上的一部分，叫做球面三角形(见图 1-6)。这三个大圆弧叫做球面三角形的边。通常用小写拉丁字母 a、b、c 来表示。每两个大圆弧所成的球面角，叫做球面三角形的角，通常用大写拉丁字母 A、B、C 来表示。这三个边与三个角统称为球面三角形的六个元素。

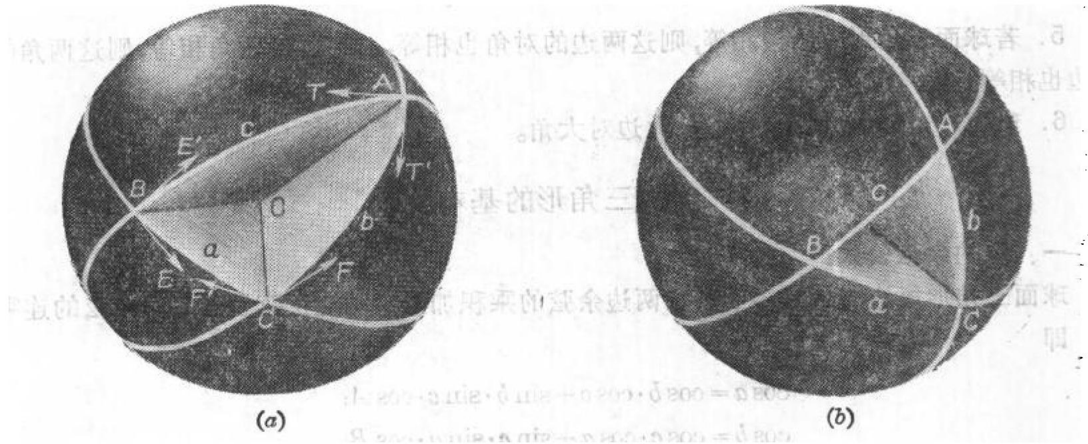


图 1-6 球面三角形

将球面三角形 ABC 的各顶点与球心 O 连接，则构成球心三面角 $O-ABC$(图 1-6(a))。由于圆的中心角与所对的弧同度，故

$$a=\angle BOC;$$
$$b=\angle AOC;$$
$$c=\angle AOB。$$

又

$$A=\angle TAT';$$
$$B=\angle EBE';$$
$$C=\angle FCF'。$$

这就是说，球面三角形的边与所对应的球心三面角的平面角同度；而球面三角形的角与球心三面角的二面角*同度。

四、球面三角形的边和角的基本性质**

1．球面三角形两边之和大于第三边。即

$$a+b>c;$$
$$a+c>b;$$
$$b+c>a。$$

推论：球面三角形两边之差小于第三边。

---

* 二面角定义：一直线及由这直线所引出的两半平面所构成的几何图形叫做二面角，这直线叫做二面角的棱。二面角在垂直于棱的平面上度量其平面角即可。

** 证明见第五章，第二节。

2．球面三角形三边之和大于0°、小于360°。即

$$0°<a+b+c<360°。$$

3．球面三角形三角之和大于180°，小于540°。即

$$180°<A+B+C<540°。$$

4．球面三角形的两角之和减第三角小于180°。即

$$A+B-C<180°;$$
$$A+C-B<180°;$$
$$B+C-A<180°。$$

5．若球面三角形的两边相等，则这两边的对角也相等。反之，若两角相等，则这两角的对边也相等。

6．球面三角形中，大角对大边，大边对大角。

§2．球面三角形的基本公式*

一、边的余弦公式

球面三角形每边的余弦等于其它两边余弦的乘积加上这两边正弦及其夹角余弦的连乘积。即

$$\cos a=\cos b\cdot\cos c+\sin b\cdot\sin c\cdot\cos A;$$
$$\cos b=\cos c\cdot\cos a+\sin c\cdot\sin a\cdot\cos B;$$
$$\cos c=\cos a\cdot\cos b+\sin a\cdot\sin b\cdot\cos C。$$

二、角的余弦公式

球面三角形角的余弦等于其它两角余弦乘积冠以负号加上这两角正弦及其夹边余弦的连乘积。即

$$\cos A=-\cos B\cdot\cos C+\sin B\cdot\sin C\cdot\cos a;$$
$$\cos B=-\cos C\cdot\cos A+\sin C\cdot\sin A\cdot\cos b;$$
$$\cos C=-\cos A\cdot\cos B+\sin A\cdot\sin B\cdot\cos c。$$

三、正弦公式

球面三角形各边的正弦与其对角的正弦成比例。即

$$\frac{\sin a}{\sin A}=\frac{\sin b}{\sin B}=\frac{\sin c}{\sin C}。$$

四、余切公式

即

$$\operatorname{ctg} a\cdot\sin c=\operatorname{ctg} A\cdot\sin B+\cos c\cdot\cos B;$$
$$\operatorname{ctg} a\cdot\sin b=\operatorname{ctg} A\sin C+\cos b\cdot\cos C;$$
$$\operatorname{ctg} b\cdot\sin a=\operatorname{ctg} B\cdot\sin C+\cos a\cdot\cos C;$$
$$\operatorname{ctg} b\cdot\sin c=\operatorname{ctg} B\sin A+\cos c\cdot\cos A;$$
$$\operatorname{ctg} c\cdot\sin a=\operatorname{ctg} C\cdot\sin B+\cos a\cdot\cos B;$$
$$\operatorname{ctg} c\cdot\sin b=\operatorname{ctg} C\cdot\sin A+\cos b\cdot\cos A。$$

* 证明见第五章，第二节。

§ 3. 球面直角三角形

一、球面直角三角形的边角关系

在球面三角形中，如有一角为直角，则叫球面直角三角形(图 1-7)。

球面直角三角形可以有一个、两个或三个直角。含有三个直角的球面三角形，它的各边均为一象限(=90°)(图 1-8)。

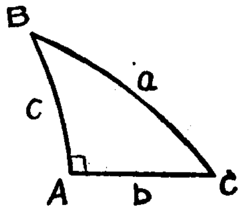


图 1-7 球面直角三角形

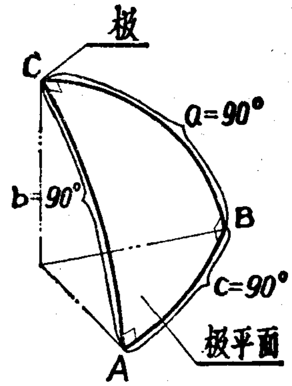


图 1-8 三个角为直角的球面三角形

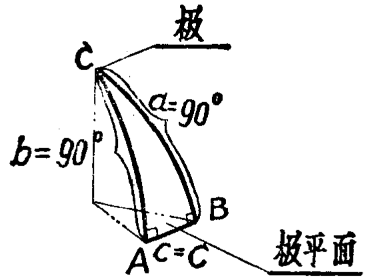


图 1-9 两个角为直角的球面三角形

含有两个直角的球面三角形，其中对直角的两边均为一象限(=90°)，而第三边与第三角同度(图 1-9)，即 $c=C$。所以含有三个或两个直角的球面三角形，它的边与角的关系都是确定的，就无需研究。含有一个直角的球面三角形作为本节的研究对象。

设球面三角形 ABC 中 $A=90°$，可根据

$$\sin 90°=1、\quad \cos 90°=0、\quad \operatorname{ctg} 90°=0$$

的关系，将前面所述的公式简化。

如边的余弦公式

$$\cos a=\cos b\cdot\cos c+\sin b\cdot\sin c\cdot\cos A,$$

表 1-1 球面直角三角形计算公式($A=90°$)

情况		角度			公式
1	三边	a	b	c	$\cos a=\cos b\cdot\cos c$
2	二角一边	B	C	a	$\cos a=\operatorname{ctg} B\cdot\operatorname{ctg} C$
				b	$\cos B=\sin C\cdot\cos b$
				c	$\cos C=\sin B\cdot\cos c$
3	一角二边	B	a	b	$\sin b=\sin a\cdot\sin B$
				c	$\cos B=\operatorname{ctg} a\cdot\operatorname{tg} c$
			b		$\sin c=\operatorname{tg} b\cdot\operatorname{ctg} B$
		C	a	b	$\cos C=\operatorname{ctg} a\cdot\operatorname{tg} b$
				c	$\sin c=\sin a\cdot\sin C$
			b		$\sin b=\operatorname{tg} c\cdot\operatorname{ctg} C$

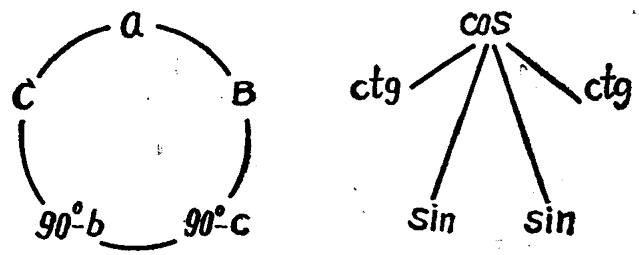
当 $A=90°$ 时，则

$$\cos a=\cos b\cdot\cos c。$$

根据这个原理，推导出球面直角三角形计算公式(表 1-1)共 10 个。这 10 个公式包括了在一切情形下解球面直角三角形所需的公式。为了便于计算时查用方便，特按角、边的不同组成情况编排。解球面直角三角形的公式也能用几何方法导出，这里不予介绍。

二、纳白尔记忆规则

在实际应用中要记住这些公式是有困难的，现介绍纳白尔记忆规则供读者采用。



(a)　　(b)

图 1-10　纳白尔记忆规则

纳白尔记忆规则的图形见图 1-10(a)、(b)。

在应用时将图 (b) 放在图 (a) 上，例如把图 (b) 中的余弦放在图 (a) 的 a 上，于是余切与 C 及 B 重合，而正弦和 $(90°-b)$ 及 $(90°-c)$ 重合，从这里得出公式：

$$\cos a=\operatorname{ctg}B\cdot\operatorname{ctg}C;$$

和

$$\cos a=\sin(90°-b)\cdot\sin(90°-c)=\cos b\cdot\cos c。$$

将图 (a) 对图 (b) 循序旋转，可以得出球面直角三角形的其余八个公式。

这两个图形由于是对称的，所以很容易记住。

这个以图形表示的记忆规则，可以表述如下：把球面直角三角形的直角边用 90° 减去它们所得的差来代替，那么球面三角形每一元素的余弦都等于相邻二元素余切的乘积或不相邻二元素正弦的乘积。

三、球面直角三角形的解

在球面直角三角形中，由于 $A=90°$，所以只要已知两个元素，就可求出其余三个元素。

[例]　已知球面三角形 ABC(图 1-11)中，$A=90°$、$B=65°$、$C=38°$，试求 c、b。

解：1) $c(c、B、C)$

根据括号中已知角、欲求角的符号，查表 1-1 中二角一边公式得

$$\cos C=\sin B\cdot\cos c,$$

即

$$\cos c=\frac{\cos C}{\sin B}=\frac{\cos 38°}{\sin 65°},$$

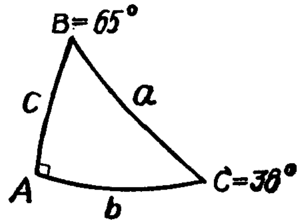


图 1-11

两边取对数得

$$\lg\cos c=\lg\cos 38°-\lg\sin 65°=\bar{1}.8965-\bar{1}.9573=\bar{1}.9392,$$

所以

$$c=29°37'。$$

2) $b(b、B、C)$

根据括号中已知角、欲求角的符号，查表 1-1 中二角一边公式得

$$\cos B=\sin C\cos b,$$

即

$$\cos b=\frac{\cos B}{\sin C}=\frac{\cos 65°}{\sin 38°},$$

两边取对数得

$$\lg\cos b=\lg\cos 65°-\lg\sin 38°=\bar{1}.6259-\bar{1}.7893=\bar{1}.8366,$$

所以
$$b=46°39'。$$

§4. 球面直边三角形

一、球面直边三角形的边、角关系

在球面三角形中，如有一边为 90° 的球面三角形，就叫做球面直边三角形(图 1-12)。

球面直边三角形可以有一个、两个或三个边都为 90° 的。当三边都为 90° 时，它的各角均为直角。当两个边为 90° 时，对应角均为直角。而第三角与第三边同度。这两种情况的边、角关系都已确定，所以只须研究一个边为 90° 时的球面三角形即可。

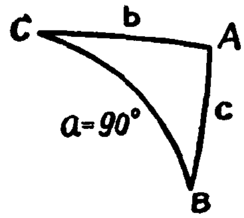


图 1-12 球面直边三角形

设球面三角形 ABC 中 $a=90°$，可根据

$$\sin 90°=1、\quad \cos 90°=0、\quad \operatorname{ctg} 90°=0$$

的关系，将前面所述的公式简化。

如边的余弦公式

$$\cos a=\cos b\cdot\cos c+\sin b\cdot\sin c\cdot\cos A$$

中，当 $a=90°$ 时，则

$$\cos b\cdot\cos c+\sin b\cdot\sin c\cdot\cos A=0,$$

即
$$\cos A=-\frac{\cos b\cdot\cos c}{\sin b\cdot\sin c}=-\operatorname{ctg} b\cdot\operatorname{ctg} c。$$

根据这个原理，导出了在一切情况下解球面直边三角形所需的全部公式(表 1-2)共 10 个。为了便于计算时查用方便，特按边、角的不同组成情况进行编排。

表 1-2 球面直边三角形计算公式($a=90°$)

情况		角度			公式
1	三角	A	B	C	$\cos A=-\cos B\cdot\cos C$
2	二边一角	b	c	A	$\cos A=-\operatorname{ctg} b\cdot\operatorname{ctg} c$
				B	$\cos b=\sin c\cdot\cos B$
				C	$\cos c=\sin b\cdot\cos C$
3	一边二角	b	A	B	$\sin B=\sin b\cdot\sin A$
				C	$\cos b=-\operatorname{ctg} A\cdot\operatorname{tg} C$
			B		$\sin C=\operatorname{ctg} b\cdot\operatorname{tg} B$
		c	A	B	$\cos c=-\operatorname{ctg} A\cdot\operatorname{tg} B$
				C	$\sin C=\sin c\cdot\sin A$
			B		$\sin B=\operatorname{ctg} c\cdot\operatorname{tg} C$

二、纳白尔记忆规则

为便于读者记住这些公式，特介绍纳白尔记忆规则，其图形见图 1-13(a)、(b)。在应用时，将图(b)中的余弦放在图(a)的 $180°-A$ 上，于是余切与 c 及 b 重合；而正弦和($90°-B$)及($90°-C$)重合，从这里得出公式:

(a) (b)

图 1-13 纳白尔记忆规则

$$\cos(180°-A)=\operatorname{ctg} c\cdot\operatorname{ctg} b,$$

即
$$\cos A=-\operatorname{ctg} c\cdot\operatorname{ctg} b;$$

以及
$$\cos(180°-A)=\sin(90°-B)\cdot\sin(90°-C),$$

即
$$\cos A=-\cos B\cdot\cos C。$$

将这两个图形循序旋转，可以得出球面直边三角形的其余八个公式。

这个以图形表示的记忆规则，可以表述如下：

把球面直边三角形中 90° 边的邻角，用 90° 减去它们所得的差来代替，那么球面三角形每一元素的余弦都等于相邻二元素余切的乘积或不相邻二元素正弦的乘积。

三、球面直边三角形的解

在球面直边三角形中，由于 $a=90°$，所以只要已知两个元素，就可求出其余三个元素。

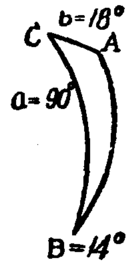


图 1-14

[例] 已知球面三角形 ABC(图 1-14)中，$a=90°$、$B=14°$、$b=18°$，试求 C。

解：$C(C、B、b)$

查表 1-2 中一边二角公式得

$$\sin C=\operatorname{ctg} b\cdot\operatorname{tg} B=\operatorname{ctg} 18°\ \operatorname{tg} 14°,$$

两边取对数得

$$\lg\sin C=\lg\operatorname{ctg} 18°+\lg\operatorname{tg} 14°=0.4882+\bar{1}.3968=\bar{1}.8850,$$

所以
$$C=50°7'。$$

§5．球面任意三角形

一、球面任意三角形的边、角关系

在球面三角形中，既无直角又无直边，则该球面三角形叫球面任意三角形（见图 1-15）。

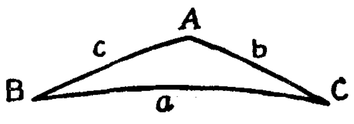


图 1-15 球面任意三角形

球面任意三角形的边、角关系，可由边的余弦公式、角的余弦公式、正弦公式、余切公式等公式中查用。

为了查用公式的方便，如直角、直边的计算公式一样，按边、角的不同的组成情况编排了表 1-3 共 18 个公式。可以满足在任何情况下解球面任意三角形的需要。

二、球面任意三角形的解

在解球面任意三角形时，角与边的符号不同于球面直角、直边三角形。球面直角、直边

表 1-3 球面任意三角形计算公式

情况	已知		求解	公式
1	二边及夹角	a b C	A	$\operatorname{ctg} A=-\cos b\cdot\operatorname{ctg} C+\operatorname{ctg} a\cdot\sin b\cdot\csc C$
			B	$\operatorname{ctg} B=-\cos a\cdot\operatorname{ctg} C+\operatorname{ctg} b\cdot\sin a\cdot\csc C$
			c	$\cos c=\cos a\cdot\cos b+\sin a\cdot\sin b\cdot\cos C$
2	二角及夹边	A B c	a	$\operatorname{ctg} a=\operatorname{ctg} c\cdot\cos B+\csc c\cdot\sin B\cdot\operatorname{ctg} A$
			b	$\operatorname{ctg} b=\operatorname{ctg} c\cdot\cos A+\csc c\cdot\sin A\cdot\operatorname{ctg} B$
			C	$\cos C=-\cos A\cdot\cos B+\sin A\sin B\cdot\cos c$
3	二边及一对角	a b A	B	$\sin B=\dfrac{\sin b}{\sin a}\sin A$
			C	$\operatorname{tg}\dfrac{1}{2}C=\dfrac{\cos\frac{1}{2}(a-b)}{\cos\frac{1}{2}(a+b)}\operatorname{ctg}\dfrac{1}{2}(A+B)$
			c	$\operatorname{tg}\dfrac{1}{2}c=\dfrac{\cos\frac{1}{2}(A+B)}{\cos\frac{1}{2}(A-B)}\operatorname{tg}\dfrac{1}{2}(a+b)$
4	二角及一对边	A B a	b	$\sin b=\dfrac{\sin B}{\sin A}\sin a$
			C	$\operatorname{tg}\dfrac{1}{2}C=\dfrac{\cos\frac{1}{2}(a-b)}{\cos\frac{1}{2}(a+b)}\operatorname{ctg}\dfrac{1}{2}(A+B)$
			c	$\operatorname{tg}\dfrac{1}{2}c=\dfrac{\cos\frac{1}{2}(A+B)}{\cos\frac{1}{2}(A-B)}\operatorname{tg}\dfrac{1}{2}(a+b)$
5	三边	a b c	A	$\cos A=\cos a\cdot\csc b\cdot\csc c-\operatorname{ctg} b\cdot\operatorname{ctg} c$
			B	$\cos B=\cos b\cdot\csc a\cdot\csc c-\operatorname{ctg} a\cdot\operatorname{ctg} c$
			C	$\cos C=\cos c\cdot\csc a\cdot\csc b-\operatorname{ctg} a\cdot\operatorname{ctg} b$
6	三角	A B C	a	$\cos a=\cos A\csc B\cdot\csc C+\operatorname{ctg} B\cdot\operatorname{ctg} C$
			b	$\cos b=\cos B\cdot\csc A\cdot\csc C+\operatorname{ctg} A\cdot\operatorname{ctg} C$
			c	$\cos c=\cos C\cdot\csc A\cdot\csc B+\operatorname{ctg} A\operatorname{ctg} B$

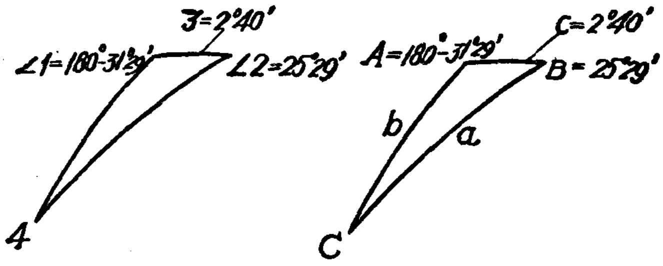
三角形只要先定 90° 角为 A(或定 90° 边为 a),至于 B、C 之位置可任意确定。而球面任意三角形的符号要按表 1-3 而定。如图 1-16(a) 中 ∠1、∠2、边 3 是已知的,这种情况属于二角及一对边。根据表 1-3 应属于情况 4: A、B、a, 所以应先定边 3 为 a, ∠1 就应该是 A,

(a) (b)

图 1-16

$\angle 2$ 就是 B(见图 1-16(b)),其它元素的符号就可相应定下。

[例] 图 1-17(a) 中 $\angle 1=180°-31°29'$、边 $3=2°40'$、$\angle 2=25°29'$, 求 $\angle 4$。



(a) (b)

图 1-17

分析: 根据表 1-3 中二角及夹边的已知条件, 则得图 1-17(b) 的球面三角形, 即 $A=180°-31°29'$、$c=2°40'$、$B=25°29'$, 求 C。

解: $C(C、A、B、c)$

查表 1-3 得

$$
\begin{aligned}
\cos C &= -\cos A\cdot\cos B+\sin A\cdot\sin B\cdot\cos c\\
&= -\cos(180°-31°29')\cdot\cos 25°29'+\sin(180°-31°29')\cdot\sin 25°29'\cos 2°40'\\
&= \cos 31°29'\cdot\cos 25°29'+\sin 31°29'\cdot\sin 25°29'\cdot\cos 2°40'\\
&= 0.8528\times 0.9027+0.5223\times 0.4302\times 0.9989\\
&= 0.76982+0.22445\\
&= 0.99427,
\end{aligned}
$$

所以 $$C=6°8'。$$

第 二 章

球面图理论基础及作球面图计算空间角度

§1. 球面图及其绘制

一、球面图的作用

采用球面三角法计算空间角度，首先要建立球面三角形，将已知角与欲求角根据它们的相互位置关系反映到球面三角形中去。

建立球面三角形的方法很多。如图 3-7-127 零件上，欲求 43° 角在 P 面的投影角 α，则球面三角形可根据题意直接建立。如图 2-1 就是直接建立的。当角度关系简单时，这种方法比较优越；但当已知角与欲求角较多时，则纯粹凭脑子设想，那就十分困难了，故不予提倡。本书介绍一种较简易的方法，即利用“球面图”来建立球面三角形法。

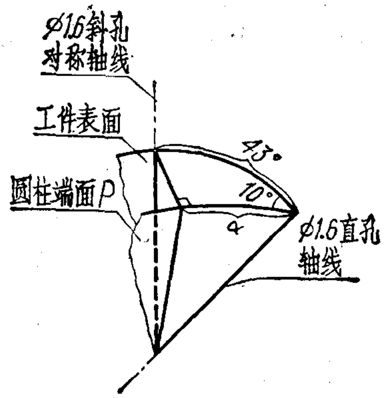


图 2-1

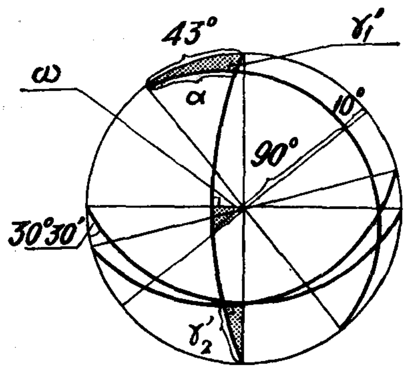


图 2-2

图 2-2 就是一个“球面图”，其中 43°、10°、30°30′ 是图 3-7-127 中的已知角。我们根据它们之间的相互位置和题意绘制了这么一个球面图。欲求角有 α、γ_1'、γ_2'、ω 等四个，所需要的球面三角形有三个，这三个球面三角形是一次建立的，所以既方便又准确*。

利用“球面图”法建立球面三角形的优点：

1．将复杂的空间角度简化为平面的几何图形；

2．能将所需的所有球面三角形一次建立，这样找关系容易，不易出错，效率高。

二、球面坐标系、球面图

1．球面坐标系：球面坐标系是由空间圆球，和原点落在球心的空间直角坐标面 V、H、W 所组成。

球面坐标系可分为三种形式，其名称以正视的大圆面的所在面而命名。如图 2-3(a) 叫 V 球面坐标系；图 2-3(b) 叫 H 球面坐标系；图 2-3(c) 叫 W 球面坐标系。

2．球面图：球面图就是通过球心的平面和直线与球表面的交线和交点在球面坐标系上

* 图 2-2 中标出的角度是怎样从图 3-7-127 中引来的，本书第 109 页有叙述。