机械振动手册

第 2 版

主　编　屈维德
　　　　唐恒龄

副主编　张益群

机械工业出版社

本手册是一部解决机械振动工程问题的综合性工具书。它既有机械振动的基础理论、常用数表、理论计算方法和公式，又有紧密结合解决机械振动工程问题所必需的实际应用资料、测试技术和数据处理，以及国内外的最新成果等。它内容丰富、查阅方便。

本手册共有23章。手册的前半部分，着重机械振动的基础理论和分析方法，由于考虑到弹性体振动的发展和应用，故加强了其中的某些内容。如壳体振动就增加了不少国内外的最新成果，并用较多的篇幅分两章编写。各章中的分析方法，除经典方法外，还有传递矩阵法、模态分析法和有限元法等。手册的后半部分，着重机械振动在工程中的应用和测试技术，如各种机械零部件的振动机理及其控制、噪声控制、振动的利用，以及信号分析和数据处理及机械振动的可靠性设计等。

本手册可供从事机械、仪器仪表、航空航天、船舶车辆、土木建筑等工作的科技人员查阅使用，也可供高等院校有关专业的师生参考。

图书在版编目(CIP)数据

机械振动手册/屈维德，唐恒龄主编．-2版．—北京：机械工业出版社，2000.4

ISBN 7-111-02694-2

Ⅰ.机...　Ⅱ.①屈...②唐...　Ⅲ.机械振动-手册
Ⅳ.TH113.1-62

中国版本图书馆CIP数据核字(2000)第10877号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号　邮政编码100037)
责任编辑：张秀恩　朱亚冠　王兴垣
版式设计：张世琴　责任校对：刘志文　张佳
封面设计：姚毅　责任印制：路琳
中国建筑工业出版社密云印刷厂印刷·新华书店北京发行所发行
2000年5月第2版·第1次印刷
787mm×1092mm 1/16·64.25印张·3插页·2203千字
0 001－5251－7750册
定价：98.00元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换
本社购书热线电话(010)68993821、68326677－2527

第 1 版前言

振动影响机械设备的工作性能，导致结构的疲劳损伤，危害机器的安全运行，恶化人们的工作环境。随着高性能机械设备的迅速发展，对振动防治的要求越来越高，振动问题也变得更加复杂。而且，各行各业不断涌现了新的振动问题。我们面临的任务是，应用当前发展的新技术和新方法，更加深入地研究各种振动的物理机理及其运动规律，掌握分析振动问题的现代工具，提出解决振动问题的各种途径和有效措施。

编写一本既有解决振动问题的常用数据、计算公式及经典方法，又有国内外机械振动科学技术的最新成就；既有基础理论，又有实际应用；既有理论计算，又有实验技术的机械振动手册，成为认识振动规律，解决振动问题的工具书，既是形势的迫切需要，也是我们衷心的愿望。

在 70 年代，我国第一次出现了有关机械振动的工具书——《机械工程手册》第 21 篇机械振动。经过十多年来的应用，虽然起了它应有作用。但是，由于技术的进步，以及当时编写的条件所限，已远远不能适应现在的需要。因此，有必要更新它，改写它，使其内容更加全面充实，实用性更强。这些年来，我们积累了各方面的经验和国内外的最新资料，并听取了广大读者的意见，编写出这本《机械振动手册》。

本手册共分二十二章。在手册的前半部分，偏重振动的基础理论和分析方法，除了经典方法外，还有传递矩阵法、模态分析法、有限元法等。考虑到弹性体振动的发展和应用，适当加强了其中的某些内容，例如，壳体的振动分两章编写。在手册的后半部分，偏重振动在工程中的应用，包括：各种机械零部件振动的机理及其控制，噪声控制和振动的利用。最后是振动的测试技术和数据处理。

编写这本手册我们遵循的原则是：

尽量结合我国当前的生产实际，反映中国的特色，安排编写内容，提高当前的实用性；

尽量引进当前国内外发展的新技术和新方法，便于在发展中使用；

尽量做到全书名词术语、公式符号、深度和广度的一致，以及各章的相互联系。同时，保持各章内容的系统性、完整性和特殊性。使全手册为一个整体，各章又分别独立，便于读者查用；

尽量增加解决振动问题的方法，便于读者在不同情况下选用；

尽量列举较多的例题，便于读者参照使用。

本手册由我院机械系、建工力学系的十几位同志参加编写。得到北京理工大学褚亦清教授和山东工业大学郑效忠副教授的精心审查和修改。在编写过程中，还得到我院振动研究室有关同志的帮助，在此一并致谢！

由于我们的水平有限，加之内容较多，难免有重复、不足，甚至错误之处，希望广大读者提出批评指正。

编者谨识

1988 年 10 月于昆明工学院

第 2 版前言

根据科技发展的需求、社会各方的评价和广大读者的意见，在第 1 版的基础上，精益求精地编写了第 2 版，旨在使其成为积累、扩充和传播机械振动知识的有效工具，并能对促进科技进步和提高劳动者素质起到更好的作用。

一、适应机械振动学发展的新形势

众所周知，机械振动学的发展已由基础科学进入到工程科学，即由认识世界、说明世界的工程振动，进入到改造世界的振动工程。为此，立足 90 年代的水平，面向 21 世纪，编写第 2 版，以适应机械振动学的不断发展。

加强工程振动的基础理论，更加认清振动、冲击、波动和噪声等物质运动的基本规律。包括自由、受迫、自激、随机……各类振动；杆、梁、板、壳……各种弹性体振动及齿轮、轴承、叶片……各种机械零件的振动。

扩充振动工程的技术知识，以满足机械振动应用面继续扩大的需要。包括振动的各种测试技术；控制技术；利用技术；信号分析和数据处理技术及计算机在振动中的应用技术。

二、满足设计、制造和使用现代机械的要求

随着机械向高速度、大功率和高效率方向的发展，机械振动对产品的质量、性能和市场竞争力的影响越来越大。产品的设计与制造对其动态性能起着决定性的作用，产品使用时，还需在线监测、随时诊断故障和及时维修等动态控制。因此，过去常用的静态设计、动态测试和逐步修改样品的设计制造过程，已不能满足现代机械的要求。需在设计、制造和使用的全过程中，全方位地处理振动问题。采用以振动为基本技术的原则、方法和措施，全面保证机械的动态性能，这称之为振动工程路线。

对于一些动态性能决定其质量的工程或非机械产品，同样需要采用振动工程路线。为此，在第二版中加入相应的知识。

三、完善读者对手册需要的不足

按照“实践是检验真理的唯一标准”的指导思想，聚集广大读者对第一版的反映和意见，作为编写第二版的主要依据，使其成为读者更加理想的“不讲话的导师”。

力求读者使用更加有效，充实和更新内容，使其既积累传统的经典理论，又扩充最新、最重要和最有用的科技成果；既结合我国国情，又反映国际最新水平。不仅使读者能对当前的振动问题作出科学的决策和正确的处理，还能规划长远，为振动工程的持续、快速和健康的发展服务，以增加读者处理振动问题的能力，并使手册具有更长的使用价值。

争取读者使用更加方便　增加内容的覆盖面，使内容尽可能的完备详细，减少查不到的内容；立论有据，表达有方，减少读者所需的背景知识；以及调整章节、增加索引和合理结构，减少查到一个内容所需的时间。使手册成为读者良好的自学课本。

保证读者使用更加可靠　进一步检查内容的正确与成熟程度，纠正不妥，更新过时，删去错误，力争准确无误，使手册成为处理振动问题的可靠依据。

根据以上要求，除修改有关章节的内容外，还增加了第 9 章复杂振动问题的计算方法和第 23 章机械振动的可靠性设计，并把与波动有关的第 8、9 两章合并为第 8 章：机械波。

欢迎广大读者对手册中的缺点和错误提出批评和指正,并为手册的更加完善提出宝贵的意见。

第 1 章　概　　述

屈维德　编

目　　录

第1章 概　述

机械系统中的运动量是指位移、速度和加速度。机械系统中运动量的振荡现象，称为机械振动。说得更具体一点，相对已知的参考系，机械系统中一个随时间变化的运动量与其平均值相比，时大时小交替变化的现象，就是机械振动。在许多情况下，机械振动是有害的。它影响机械设备的工作性能和寿命，产生有损于建筑物的动载荷和不利于工作的噪声。机械振动严重时，会使零部件失效，甚至破坏而造成事故。因此，对于大多数机械设备，应将其振动量控制在允许范围以内。反过来说，对于利用振动原理而工作的机械设备，则应使它能产生所希望的振动，发挥其应有的效能。

1　机械振动的类型

按机械振动的特点，可分为五个类型。每一类型包含若干种振动。每种振动的主要特征及说明，见表1-1。

表1-1　机械振动的分类

分　类	名　称		主　要　特　征　及　说　明
按产生振动的原因分类	自由振动		当系统的平衡被破坏，只靠其弹性恢复力来维持的振动，即去掉激励或约束之后所出现的振动。振动的频率就是系统的固有频率。存在阻尼时，其振幅逐渐衰减
	受迫振动		在外部周期性激励的持续作用下，系统被迫产生的稳态振动。振动的特性与外部周期性激励的大小、方向和频率密切相关
	参数振动		外来的作用按一定规律引起系统参数的变化而产生的振动。系统参数是指摆长、皮带张力、弦的张力、轴的刚度、轴的截面惯性矩等
	自激振动		在非线性机械系统内，由非振荡性能量转变为振荡激励所产生的振动。系统本身具有非振荡性能源和反馈特性，所产生的振动是周期性的，维持振动的交变力是由系统本身所产生或控制的，振动的频率接近于系统的固有频率
按振动的规律分类	简谐振动		随时间按正弦函数或余弦函数变化的周期性振动，振动的幅值和相位，事先能够精确地判定
	非简谐振动		不按正弦函数或余弦函数随时间变化的周期性振动或准周期性振动
	瞬态振动		非稳态、非随机的、短暂存在的振动
	随机振动		不能预先确定的振动。振动的瞬时幅值，用统计方法来描述
按振动系统的自由度数分类	单自由度系统的振动		在任意瞬时，只用一个广义坐标就可完全确定其位置的系统的振动
	多自由度系统的振动		在任意瞬时，需要两个或两个以上的广义坐标才能完全确定其位置的系统的振动
	弹性体振动		在任意瞬时，需要无限多个广义坐标才能完全确定其位置的系统的振动
按振动位移的特征分类	角振动	扭转振动	使系统产生扭转变形的振动。如果振动体是杆件，其质点只作绕杆件轴线的振动
		摆　动	振动点围绕转轴所作的往复角位移，即摆的振动
		角 振 动	振动位移是角位移的机械振动。扭转振动和摆动都是角振动
	直线振动	纵向振动	弹性杆沿其轴向的振动
		横向振动	使弹性系统产生弯曲变形的振动
		直线振动	振动位移是直线位移的机械振动。纵向振动和横向振动都是直线振动

（续）

分 类	名 称	主 要 特 征 及 说 明
按振动系统结构参数的特性分类	线性振动	可以用线性微分方程描述的振动。能运用叠加原理。振动的固有频率与其振幅无关
	非线性振动	系统中的某个或某几个参数(如刚度、阻尼等)具有非线性性质，只能用非线性微分方程描述的振动。不能运用叠加原理。振动的固有频率与其振幅有关

2 机械振动的表示方法

2·1 振动的时间历程

幅值是正弦量的最大值。机械振动的幅值包括位移幅值、速度幅值和加速度幅值。位移幅值是指振动体离开其平衡位置的最大位移，通常称为振幅。振动每往复一次的时间间隔，叫做周期，通常以 T 表示。周期的倒数，即每秒钟振动的次数，叫做振动的频率，通常以 f 表示，单位为 Hz，$1\text{Hz}=1\text{s}^{-1}$。当频率以每秒振动的弧度数表示时，称为角频率，单位为 rad/s。设 n 表示每分钟振动的次数，

$$n=\frac{60\omega}{2\pi}=9.5493\omega \tag{1-1}$$

$$\omega=\frac{\pi n}{30}=0.1047n \tag{1-2}$$

$$f=\frac{1}{T}=\frac{\omega}{2\pi} \tag{1-3}$$

振动体的振动量是指振动体的位移、速度或加速度。机械振动是时间的函数。通常以时间为横坐标，以振动体的一种振动量为纵坐标的线图来描述振动的运动规律，也就是振动的时间历程。例如简谐振动的时间历程，在上述的线图上，是正弦曲线或余弦曲线，如图 1-1 所示。

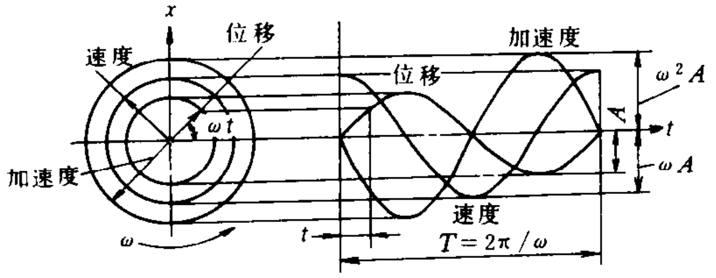

图 1-1 振动的时间历程

2·2 简谐振动的表示方法

简谐振动可用矢量来表示。参见图 1-1，幅值为 A 的位移矢量以等角速度 ω 作反时针方向旋转，在 t 时刻，位移矢量在纵轴上的投影，表示振动体在此时刻的振动位移 x，即

$$x=A\sin\omega t \tag{1-4}$$

对 t 求导，得振动速度

$$\dot{x}=\omega A\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right) \tag{1-5}$$

幅值为 ωA 的速度矢量比位移矢量超前 90°，同样以等角速度 ω 作反时针方向旋转，在 t 时刻，此速度矢量在纵轴上的投影表示振动体在此时刻的振动速度 $\dot{x}$。再对 t 求导，得振动加速度

$$\ddot{x}=\omega^2 A\sin(\omega t+\pi) \tag{1-6}$$

幅值为 $\omega^2 A$ 的加速度矢量，比位移矢量超前 180°，同样以等角速度 ω 作反时针方向旋转，在 t 时刻，此加速度矢量在纵轴上的投影表示振动体在此时刻的振动加速度 $\ddot{x}$。

当用矢量表示一简谐振动时，该矢量与参考矢量之间的夹角称为相角，相角是用弧度表示的。

$$x=A\sin(\omega t+\alpha) \tag{1-7}$$

$$x=A\sin(\omega t-\phi) \tag{1-8}$$

式(1-7)和式(1-8)都是简谐位移的表达式。

例 1-1 今有一简谐位移 x (mm)，其表达式为

$$x=8\sin\left(24t-\frac{\pi}{3}\right)$$

求 (1) 振动的频率和周期；

(2) 最大位移、最大速度和最大加速度；

(3) $t=0$时的位移、速度和加速度；

(4) $t=1.5$s时的位移、速度和加速度。

解 与式(1-8)对照，知 $\omega=24\text{rad/s}$

(1) 频率 $f=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{24}{2\pi}\text{Hz}=3.82\text{Hz}$

由式(1-3)，得周期 $T=\frac{1}{3.82}\text{s}=0.2618\text{s}$

(2) 最大位移 $A=8\text{mm}$

由式(1-5)，得最大速度

$$\omega A=24\times 8\text{mm/s}=192\text{mm/s}$$

由式(1-6)，得最大加速度

$$\omega^2 A=24^2\times 8\text{mm/s}^2=4608\text{mm/s}^2$$

(3) $t=0$时，位移

$$x=8\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\mathrm{mm}=-6.9282\mathrm{mm}$$

由式(1-5)，得速度

$$\dot{x}=24\times 8\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3}\right)\mathrm{mm/s}$$

$$=192\sin\frac{\pi}{6}\mathrm{mm/s}$$

$$=96\mathrm{mm/s}$$

由式(1-6)，得加速度

$$\ddot{x}=24^2\times 8\sin\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)\mathrm{mm/s^2}$$

$$=4808\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\mathrm{mm/s^2}$$

$$=3990.65\mathrm{mm/s^2}$$

(4) $t=1.5$s时，

位移　$x=8\sin\left(36-\frac{\pi}{3}\right)\mathrm{mm}=-3.0806\mathrm{mm}$

由式(1-5)，得速度

$$\dot{x}=24\times 8\sin\left(36+\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3}\right)\mathrm{mm/s}=-177.19\mathrm{mm/s}$$

由式(1-6)，得加速度

$$\ddot{x}=24^2\times 8\sin\left(36+\pi-\frac{\pi}{3}\right)\mathrm{mm/s^2}$$

$$=1774.40\mathrm{mm/s^2}$$

例 1-2　一振动体作频率为50Hz的简谐振动，测得其加速度为 $80\mathrm{m/s^2}$，求它的位移幅值和速度幅值。

解　由式(1-6)，知 $\omega^2A=80000\mathrm{mm/s^2}$ 由式(1-3)，得 $\omega=2\pi f=2\pi\times 50=100\pi$ 位移幅值

$$A=\frac{\omega^2A}{\omega^2}=\frac{80000}{(100\pi)^2}\mathrm{mm}=0.81\mathrm{mm}$$

速度幅值 $\omega A=(100\pi)\times 0.81\mathrm{mm/s}=254.47\mathrm{mm/s}$

例 1-3　一简谐振动的表达式为 $x=A\cos(100t-\phi)$，当 $t=0$ 时，$x=4\mathrm{mm}$，$\dot{x}=1000\mathrm{mm/s}$，求相角 ϕ 及位移幅值 A。

解　应用 $\cos\theta=\sin\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)$ 的关系，该表达式变为　$x=A\sin\left(100t-\phi+\frac{\pi}{2}\right)$

当 $t=0$ 时，

$$4=A\sin\left(\frac{\pi}{2}-\phi\right)=A\cos\phi \qquad \text{(a)}$$

由式(1-5)，得 $\dot{x}=\omega A\sin(100t-\phi+\pi)$

$$=-\omega A\sin(100t-\phi)$$

当 $t=0$ 时，$\dot{x}=-\omega A\sin(-\phi)=\omega A\sin\phi$

$$1000=100A\sin\phi$$

$$10=A\sin\phi \qquad \text{(b)}$$

式(b)÷式(a)，得

$$\frac{10}{4}=\frac{\sin\phi}{\cos\phi}=\tan\phi$$

$$\phi=1.1903\mathrm{rad}$$

由式(b)，

$$A=\frac{10}{\sin 1.1903}\mathrm{mm}=10.7703\mathrm{mm}$$

例 1-4　一振动台面以频率 f (Hz)作简谐振动，要求放置于台面上的物体随台面作竖向振动而不稍离台面，求台面的最大振幅。

解　设当地的重力加速度为 g ($\mathrm{cm/s^2}$)

由式(1-6)，得台面的最大加速度 $\omega^2A=(2\pi f)^2A$

物体不稍离台面的条件是 $(2\pi f)^2A\leqslant g$

台面的最大振幅(cm)应为 $\frac{g}{4\pi^2f^2}$

例 1-5　今有两个简谐振动

$$x_1=4\cos(\omega t+5^\circ)$$

$$x_2=6\sin(\omega t+55^\circ)$$

它们的位移矢量都是以等角速度 ω 作反时针方向旋转，可以合成为一简谐振动。

求 (1) 合成位移矢量的幅值；

(2) 合成简谐振动的时间历程。

解　应用 $\cos\theta=\sin(\theta+90^\circ)$ 的关系，

$$x_1=4\sin(\omega t+5^\circ+90^\circ)$$

$$=4\sin(\omega t+95^\circ)$$

两者合成后的位移

$$x=4\sin(\omega t+95^\circ)+6\sin(\omega t+55^\circ)$$

两者的矢量和如图 1-2 所示。

$$\angle BOD=95^\circ-55^\circ=40^\circ$$

$$\overline{OC}=\sqrt{4^2+6^2+2\times4\times6\times\cos40^\circ}\mathrm{mm}=9.422\mathrm{mm}$$

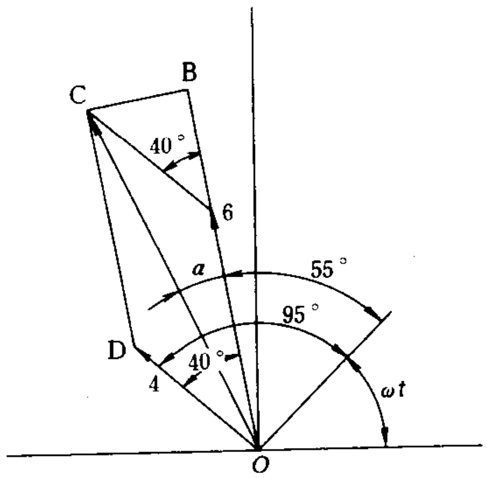

图 1-2　两个简谐振动的合成

答(1)

$$\overline{BC}=4\sin40^\circ\mathrm{mm}$$

$$\overline{BO}=(6+4\cos40^\circ)\mathrm{mm}$$

$$\tan\alpha=\frac{\overline{BC}}{\overline{BO}}=\frac{4\sin40^\circ}{6+4\cos40^\circ}=0.2837$$

$$\alpha=15^\circ.84$$

$$x = 9.422 \times \sin(\omega t + 55° + 15°.84)$$
$$= 9.422 \times \sin(\omega t + 70°.84) \qquad 答(2)$$

简谐振动也可用 $Ae^{i\omega t}$ 来表示。$i=\sqrt{-1}$。参见图 1-3，纵轴是虚轴；横轴是实轴。

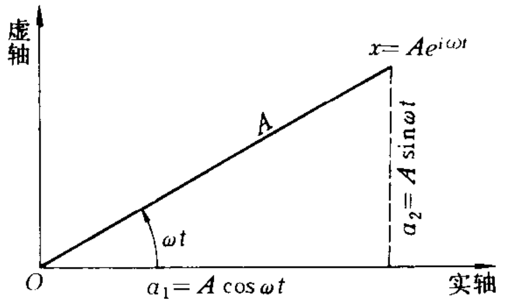

图 1-3 用复数表示简谐振动

振动位移 $x = Ae^{i\omega t}$ (1-9)

振动速度 $\dot{x} = i\omega Ae^{i\omega t}$ (1-10)

振动加速度 $\ddot{x} = -\omega^2 Ae^{i\omega t}$ (1-11)

简谐振动也可用复数来表示(参见图 1-3)。

$$x = a_1 + ia_2 \tag{1-12}$$

$$A = \sqrt{a_1^2 + a_2^2} \tag{1-13}$$

$$\tan\omega t = \frac{a_2}{a_1} \tag{1-14}$$

例 1-6 将下列复数写成 $Ae^{i\omega t}$ 的形式，即

(1) $1 + i\sqrt{3}$;

(2) $5i$;

(3) $\dfrac{3}{\sqrt{3} - i}$;

(4) $(\sqrt{3} + i)(3 + 4i)$;

(5) $(1 + 2i) + (4 - 3i)$。

解 (1) 由式(1-14)，得

$$\tan\omega t = \frac{\sqrt{3}}{1}$$

$$\omega t = \frac{\pi}{3}$$

由式(1-13)，得 $A = \sqrt{3+1} = 2$

所以 $1 + i\sqrt{3} = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$

(2) 由式(1-14)，得

$$\tan\omega t = \frac{5}{0} \to \infty$$

$$\omega t = \frac{\pi}{2}$$

由式(1-13)，得

$$A = \sqrt{25 + 0} = 5$$

所以 $5i = 5e^{i\frac{\pi}{2}}$

(3) 首先把分母 $\sqrt{3} - i$ 写成 $Ae^{i\omega t}$ 的形式由式(1-14)，得

$$\tan\omega t = \frac{-1}{\sqrt{3}} = -\frac{\pi}{6}$$

由式(1-13)，得

$$A = \sqrt{3 + (-1)^2} = 2$$

$$\sqrt{3} - i = 2e^{-i\frac{\pi}{6}}$$

$$\frac{3}{\sqrt{3} - i} = \frac{3}{2e^{-i\frac{\pi}{6}}} = \frac{3}{2}e^{i\frac{\pi}{6}}$$

(4) 由式(1-14)，得

$$\tan(\omega t)_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$(\omega t)_1 = \frac{\pi}{6}$$

由式(1-13)，得

$$A_1 = \sqrt{3 + 1} = 2$$

$$\sqrt{3} + i = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$$

由式(1-14)，得

$$\tan(\omega t)_2 = \frac{4}{3}$$

$$(\omega t)_2 = 0.9273$$

由式(1-13)，得

$$A_2 = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$3 + 4i = 5e^{i(0.9273)}$$

所以 $(\sqrt{3} + i)(3 + 4i)$

$$= 2e^{\frac{\pi}{6}i}5e^{i(0.9273)}$$

$$= 10e^{i(1.4509)}$$

(5) $(1 + 2i) + (4 + 3i) = 5 + 5i$

由式(1-14)，得 $\tan\omega t = \dfrac{5}{5}$

$$\omega t = \frac{\pi}{4}$$

由式(1-13)，得

$$A = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}$$

所以 $(1 + 2i) + (4 + 3i) = 5\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4}i}$

例 1-7 用两种方法求 $5e^{\frac{\pi}{2}i}$ 及 $9e^{\frac{\pi}{6}i}$ 之和。

解 (1) 用矢量法求和

$\dfrac{\pi}{6}\text{rad} = 30°$。参见图 1-4，

$\overline{OB} = 9\cos30° = 7.7942$

$\overline{DB} = 9\sin30° = 4.5$

$\overline{CB} = \overline{CD} + \overline{DB} = 5 + 4.5$

$= 9.5$

$\overline{OC} = \sqrt{\overline{CB}^2 + \overline{OB}^2}$

$= \sqrt{9.5^2 + 7.7942^2}$

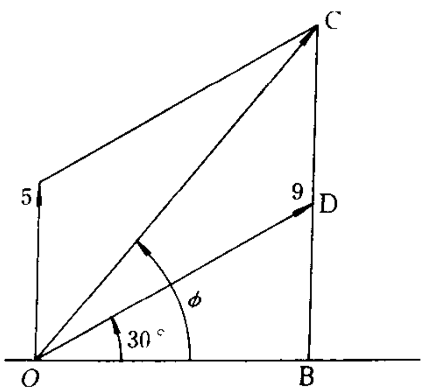

图 1-4 用矢量法求和

$$=12.2882$$

$$\tan\phi=\frac{\overline{CB}}{\overline{OB}}=\frac{9.5}{7.7942}=1.21886$$

$$\phi=0.8837\text{rad}$$

$$5e^{\frac{\pi}{2}i}+9e^{\frac{\pi}{6}i}=12.2882e^{0.8837i}$$

(2) 用复数法求和

由式(1-14)，得

$$\tan(\omega t)_1=\tan\frac{\pi}{2}=\frac{a_2}{0}$$

由式(1-13)，得

$$A_1=\sqrt{0+a_2^2}=a_2$$

由式(1-9)及式(1-12)，得

$$a_2e^{i\frac{\pi}{2}}=ia_2$$

$$e^{i\frac{\pi}{2}}=i$$

$$5e^{i\frac{\pi}{2}}=5i$$

由式(1-14)，得

$$\tan(\omega t)_2=\tan\frac{\pi}{6}=\frac{1}{\sqrt{3}}$$

由式(1-13)，得

$$A_2=\sqrt{3+1}=2$$

由式(1-9)及式(1-12)，得

$$2e^{i\frac{\pi}{6}}=\sqrt{3}+i$$

$$9e^{i\frac{\pi}{6}}=\frac{9}{2}\times(2e^{i\frac{\pi}{6}})=4.5\times(\sqrt{3}+i)$$

$$5e^{i\frac{\pi}{2}}+9e^{i\frac{\pi}{6}}=5i+4.5\sqrt{3}+4.5i$$

由式(1-14)，得

$$\tan\omega t=\frac{5+4.5}{4.5\sqrt{3}}=1.2189$$

$$\omega t=0.8837$$

由式(1-13)，得

$$A=\sqrt{4.5^2\times3+9.5^2}=12.2882$$

$$5e^{i\frac{\pi}{2}}+9e^{i\frac{\pi}{6}}=12.2882e^{0.8837i}$$

例 1-8 一质点按 $x=4\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{6}\right)$ (mm)简谐振动。此振动是由两个分量 x_1、x_2 所构成，知其中一分量是 $x_1=2\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{3}\right)$，求 x_2。

解 $x=x_1+x_2$

$$\begin{aligned}x_2&=4\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{6}\right)-2\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{3}\right)\\&=4\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\omega t+\frac{1}{2}\cos\omega t\right)-\\&\quad 2\left(\frac{1}{2}\sin\omega t-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\omega t\right)\\&=(2\sqrt{3}-1)\sin\omega t\\&\quad+(2+\sqrt{3})\cos\omega t\end{aligned}$$

由式(1-7)，得

$$x_2=A\cos\alpha\ \sin\omega t+A\sin\alpha\ \cos\omega t$$

$$\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{2+\sqrt{3}}{2\sqrt{3}-1}=1.5146$$

$$\alpha=0.9873\text{rad}$$

$$x_2=4\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{6}\right)-2\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{3}\right)$$

$$=A\sin(\omega t+\alpha)$$

当 $t=0$，$4\sin\frac{\pi}{6}-2\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)=A\sin\alpha$

$$A=\frac{3.7321}{\sin0.9873}\text{mm}=4.472\text{mm}$$

$$x_2=4.472\sin(\omega t+0.9873)\text{mm}$$

3 两个简谐振动的合成

方向相同、频率相等的两个简谐振动的合成，已在本章2·2的例1-5和例1-7中作了详细的说明。还有三种情况须着重指出的：(1)合成振动仍保持其周期性的条件；(2)方向相同、频率不等的两个简谐振动的合成；(3)方向互相垂直的两个简谐振动的合成。

3·1 合成振动仍保持其周期性的条件[8]

设 $x=A_1\sin\omega_1 t+A_2\sin\omega_2 t$ 是周期性的，

$$x=x_1+x_2$$

x_1 的周期 $T_1=\frac{2\pi}{\omega_1}$；$x_2$ 的周期 $T_2=\frac{2\pi}{\omega_2}$

合成振动一周期 T 内，x_1 振动 m 次，x_2 振动 n 次，即$\frac{T}{T_1}=m$；$\frac{T}{T_2}=n$

所以 $$\frac{\omega_1}{\omega_2}=\frac{m}{n}$$

合成振动仍保持其周期性的条件，$\frac{m}{n}$应是有理数，亦即$\frac{\omega_1}{\omega_2}$应是有理数。

例1-9 判别下列两个合成振动是否周期性的，

即 (1) $x=\sin\left(4+\frac{\pi}{2}\right)t+2\sin(8+\pi)t$

(2) $x=\sin4t+2\sin(8+\pi)t$

解 (1) $\frac{\omega_1}{\omega_2}=\frac{4+\frac{\pi}{2}}{8+\pi}=\frac{1}{2}$

即$\frac{\omega_1}{\omega_2}$是有理数，所以合成振动(1)是周期性的。

(2) $\frac{\omega_1}{\omega_2}=\frac{4}{8+\pi}$

即$\frac{\omega_1}{\omega_2}$不是有理数，所以合成振动(2)不是周期性的。

3·2 方向相同的两个简谐振动的合成

(1) 振幅相等、频率相近的两个简谐振动合成为拍振 两个简谐振动的振幅都等于 A，但它们的频率相近，即 $\omega_1\approx\omega_2$

当 $\left.\begin{aligned}x_1&=-A\cos\omega_1 t\\x_2&=A\cos\omega_2 t\end{aligned}\right\}$

合成后，

$$x=2A\left[\sin\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}\right)t\right]\sin\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}\right)t$$

参见图 1-5，振幅变化的频率等于($\omega_1-\omega_2$)。$\frac{2\pi}{\omega_1-\omega_2}$称为拍的周期。

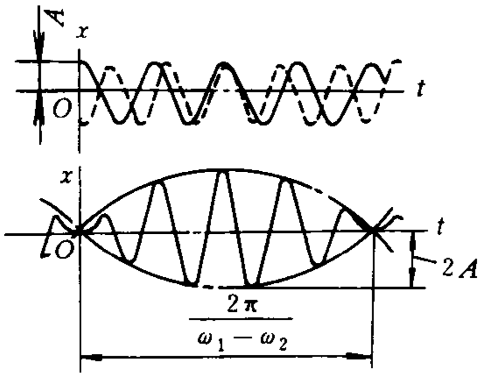

图1-5 拍的周期

(2) 振幅不相等、频率的关系为 $\omega_2=2\omega_1$ 的两个简谐振动合成为周期性的非简谐振动

当 $\left.\begin{aligned}x_1&=A_1\cos\omega t\\x_2&=A_2\cos2\omega t\end{aligned}\right\}$

合成后， $x=A_1\cos\omega t+A_2\cos2\omega t$

振幅变化的频率等于 ω，如图 1-6 所示。

(3) 振幅不相等，频率比为有理数的两个简谐振动合成为周期性非简谐振动

当 $\left.\begin{aligned}x_1&=A_1\cos\omega_1 t\\x_2&=A_2\cos\omega_2 t\end{aligned}\right\}$

合成后，$x=A_1\cos\omega_1 t+A_2\cos\omega_2 t$

如图 1-7 所示，振幅变化的频率等于($\omega_1-\omega_2$)；振动的平均频率等于$\frac{\omega_1+\omega_2}{2}$；振幅的数值在($A_1+A_2$)至($A_1-A_2$)之间变化。

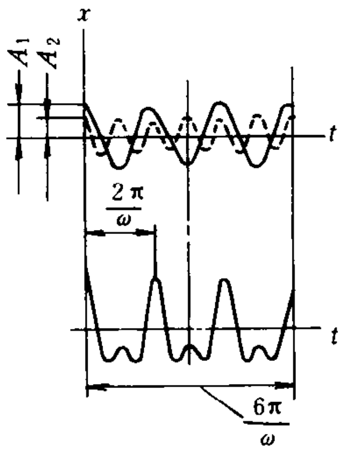

图1-6 振幅、频率都不同的两个简谐振动的合成

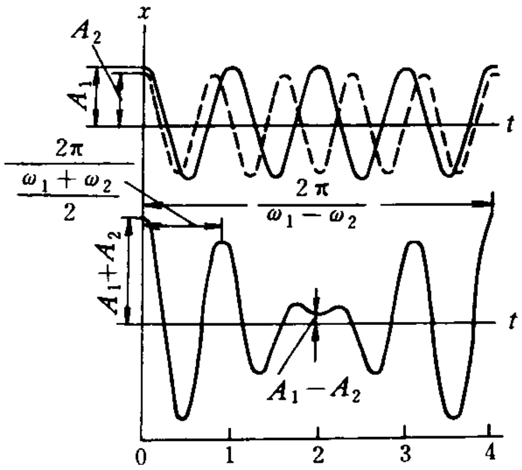

图1-7 两个简谐振动的合成

3·3 方向互相垂直的两个简谐振动的合成

(1) 频率相等、振幅不相等、相位角不相等的两个简谐振动的合成

当 $\left.\begin{aligned}x&=A_1\sin(\omega t+\alpha_1)\\y&=A_2\sin(\omega t+\alpha_2)\end{aligned}\right\}$

合成后 $\frac{x^2}{A_1^2}+\frac{y^2}{A_2^2}-\frac{2xy}{A_1A_2}\cos(\alpha_1-\alpha_2)$

$=\sin^2(\alpha_1-\alpha_2)$

根据两个简谐振动的振幅及相位角而建立的合成振动方程及其点的轨迹见表 1-2。

(2) 频率不相等、振幅不相等的两个简谐振动的合成

当 $x=2\sin2\omega t$ (a)

$y=3\sin\omega t$ (b)

由式(b)，得 $\sin\omega t=\frac{y}{3}$ (c)

由式(a)，得 $x^2 = 4\,(4\sin^2\omega t \times \cos^2\omega t)$

$$= 16\,(\sin^2\omega t - \sin^4\omega t) \qquad \text{(d)}$$

将式(c)代入式(d)，得

表 1-2 合成振动方程及其轨迹

A_1	A_2	$\alpha_1-\alpha_2$	合成振动的方程	动点轨迹
1	1	0	$x=y$	直线
2	1	0	$x=2y$	直线
2	3	0	$3x=2y$	直线
1	1	$\frac{\pi}{2}$	$x^2+y^2=1$	圆
2	1	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{x^2}{2^2}+y^2=1$	椭圆
2	3	$\frac{\pi}{4}$	$9x^2-6\sqrt{2}xy+4y^2=18$	椭圆

$$x^2 = 16\left(\frac{y^2}{3^2} - \frac{y^4}{3^4}\right)$$

$$= \left(\frac{4}{3}\right)^2 y^2 - \left(\frac{4}{9}\right)^2 y^4 \qquad \text{(e)}$$

式(e)就是合成振动的方程。合成振动的动点轨迹就是如图 1-8 所示的利萨如图线。

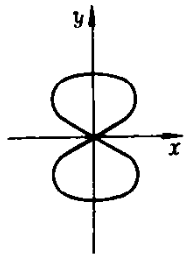

图 1-8 利萨如图线(1)

(3) 频率不相等、振幅不相等、相位角不相等的两个简谐振动的合成

当 $$x = 2\sin\left(3\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \qquad \text{(a)}$$

$$y = 3\sin\,\omega t \qquad \text{(b)}$$

由式(b)，得 $$\sin\,\omega t = \frac{y}{3} \qquad \text{(c)}$$

设 $$B = \cos\,\omega t = (1-\sin^2\omega t)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left(1 - \frac{y^2}{3^2}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad \text{(d)}$$

由式(a)，得 $$x = 2\cos 3\omega t$$

$$= 2\times(4\cos^3\omega t - 3\cos\,\omega t)$$

$$= 2\times(4B^3 - 3B)$$

$$= 2B\times(4B^2-3)$$

$$x^2 = 4B^2\times(16B^4 - 24B^2 + 9)$$

$$= 4\left(1-\frac{y^2}{3^2}\right)\times \left[16\left(1-\frac{2y^2}{3^2}+\frac{y^4}{3^4}\right) - 24 + 24\,\frac{y^2}{3^2} + 9\right]$$

$$= 4\times\left(1-\frac{y^2}{3^2}\right) \times\left[1 - \frac{8y^2}{3^2} + 16\,\frac{y^4}{3^4}\right]$$

$$= 4 - 4y^2 + \frac{32}{27}y^4 - \frac{64}{729}y^6 \qquad \text{(e)}$$

式(e)就是合成振动的方程。合成振动的动点轨迹就是如图 1-9 所示的利萨如图线。

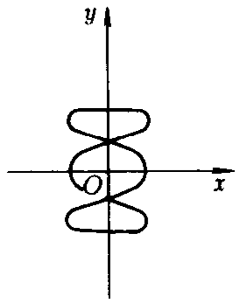

图 1-9 利萨如图线(2)

4 振动的频谱

振动的时间历程是在时间域上描述振动的规律的；振动的频谱则是在频率域上描述振动的规律的。对于非简谐的复杂振动，经常需要从它的时间历程求出它的频谱，即通常称为频谱分析，但有时也需要从振动的频谱求出它的时间历程。

4·1 周期性振动的频谱

任何周期函数可用傅里叶级数展开为若干简谐函数之和。根据此原理，可以认为非简谐的周期性振动是由若干简谐振动所组成的。这些简谐振动的频率按整数倍递增。

设非简谐的周期性振动的时间函数为 $f(t)$，其周期为 T，则它的傅里叶级数为

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos n\omega t + b_n\sin n\omega t)$$

式中 $$a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)\mathrm{d}t$$

$$a_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cos n\omega t\ \mathrm{d}t$$

$$b_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\sin n\omega t\ \mathrm{d}t$$

n 表示整数 1、2、3、…

例 1-10 将图1-10 所示的 $f(t)$展开成傅里叶级数。

解 当 $0<t<\frac{\pi}{\omega}$时，$f(t)=P$；

当$\frac{\pi}{\omega}<t<\frac{2\pi}{\omega}$时，$f(t)=-P$。

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)\mathrm{d}t = \frac{1}{T}\int_0^{\frac{\pi}{\omega}} P\mathrm{d}t + \frac{1}{T}\int_{\frac{\pi}{\omega}}^{\frac{2\pi}{\omega}}(-P)\mathrm{d}t = 0$$

$$a_n = \frac{2}{T}\left[\int_0^{\frac{\pi}{\omega}} P\cos n\omega t\ \mathrm{d}t + \int_{\frac{\pi}{\omega}}^{\frac{2\pi}{\omega}}(-P)\cos n\omega t\ \mathrm{d}t\right] = 0$$

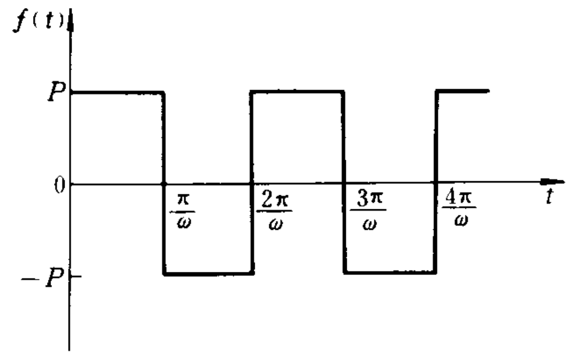

图1-10 矩形波

$$b_n=\frac{2}{T}\left[\int_0^{\frac{\pi}{\omega}} P\sin n\omega t\ \mathrm{d}t+\int_{\frac{\pi}{\omega}}^{\frac{2\pi}{\omega}}(-P)\sin n\omega t\ \mathrm{d}t\right]$$

$$=\frac{2P}{n\omega T}[1-\cos n\pi+\cos 2n\pi-\cos n\pi]$$

n 为偶数，

$$b_n=\frac{2P}{n\omega T}[1-1+1-1]=0$$

n 为奇数，

$$b_n=\frac{2P}{n\omega T}[1+\cos 2n\pi-2\cos n\pi]$$

$$=\frac{2P}{n\omega\left(\frac{2\pi}{\omega}\right)}[1+1+2]$$

$$=\frac{4P}{n\pi}\quad n=1、3、5、\cdots$$

所以 $f(t)=\frac{4P}{\pi}\left(\sin\omega t+\frac{1}{3}\sin 3\omega t+\cdots\right)$

傅里叶级数的复数形式为

$$f(t)=\sum_{n\to-\infty}^{\infty} D_n\mathrm{e}^{\mathrm{i}n\omega t}$$

$$D_n=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}n\omega t}\mathrm{d}t$$

$$=\frac{\omega}{2\pi}\int_{-\frac{\pi}{\omega}}^{\frac{\pi}{\omega}} f(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}n\omega t}\mathrm{d}t$$

例1-11 将图1-11所示的 $f(t)$ 展开成复数形式的傅里叶级数。

解 $D_n=\frac{\omega}{2\pi}\int_{-\frac{\pi}{\omega}}^{0}(-P)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}n\omega t}\mathrm{d}t+$

$$\frac{\omega}{2\pi}\int_0^{\frac{\pi}{\omega}} P\mathrm{e}^{-\mathrm{i}n\omega t}\mathrm{d}t$$

$$=\frac{\omega}{2\pi}\frac{P}{\mathrm{i}n\omega}\left[\mathrm{e}^{-\mathrm{i}n\omega t}\right]\Big|_{-\frac{\pi}{\omega}}^{0}-\frac{\omega}{2\pi}\frac{P}{\mathrm{i}n\omega}\left[\mathrm{e}^{-\mathrm{i}n\omega t}\right]\Big|_{0}^{\frac{\pi}{\omega}}$$

$$=\frac{P}{2\pi n\mathrm{i}}[1-(-1)^n]-\frac{P}{2\pi n\mathrm{i}}[(-1)^n-1]$$

n 为偶数，

$$D_n=\frac{P}{2\pi n\mathrm{i}}[(1-1)-(1-1)]=0$$

n 为奇数，

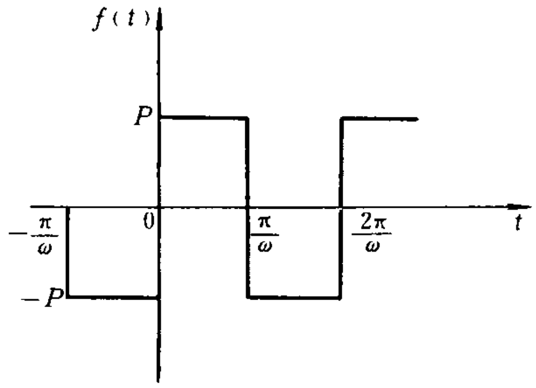

图1-11 矩形波

$$D_n=\frac{P}{2\pi n\mathrm{i}}[1-\mathrm{e}^{\mathrm{i}n\pi}-\mathrm{e}^{\mathrm{i}n\pi}+1]$$

$$=\frac{P}{2\pi n\mathrm{i}}[1-(-1)^n-(-1)^n+1]$$

$$=\frac{2P}{\pi n\mathrm{i}}$$

所以 $f(t)=\frac{2P}{\pi\mathrm{i}}\sum_{n\to-\infty}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)}\mathrm{e}^{\mathrm{i}(2n+1)\omega t}$

傅里叶级数也可用下列形式来表示：

$$f(t)=\sqrt{a_n^2+b_n^2}\cos(n\omega t+\phi_n)$$

$$\sqrt{a_n^2+b_n^2}=C_n$$

通常称 $D_n\mathrm{e}^{\mathrm{i}n\omega t}$ 或 $\sqrt{a_n^2+b_n^2}\cos(n\omega t+\phi_n)$ 为 $f(t)$ 的一个谐波分量。在以频率为横坐标的直角坐标上，绘出各谐波分量，就可得 C_n-f 幅值谱、ϕ_n-f 相位谱、D_n-f 复谱。n 值取得愈大，即谐波分量的次数取得愈高，则频谱愈完整。所有谐波分量都在图中表示出来，这种图才可称为振动 $f(t)$ 的完整频谱。

周期性振动的频谱图是由若干竖直线段所组成的离散线谱。图1-12所示的是一种周期性振动的时间

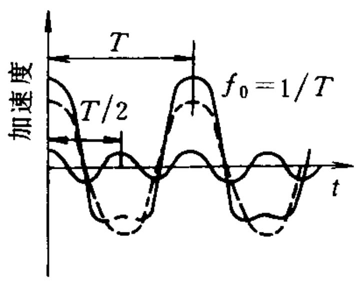

图1-12 时间历程

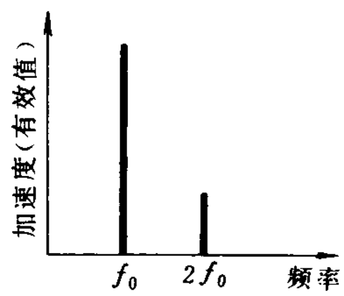

图1-13 完整的频谱

历程，此种振动只有两个谐波分量，和它对应的频谱如图 1-13 所示。这种频谱是完整的频谱。图 1-14 所示的是另一种周期性振动的时间历程，它具有许多谐分量。图 1-15 所示的频谱，只表示该振动的前四次谐波分量，该振动的其余谐波分量，此频谱没有表示出来。这样的频谱称为不完整频谱。

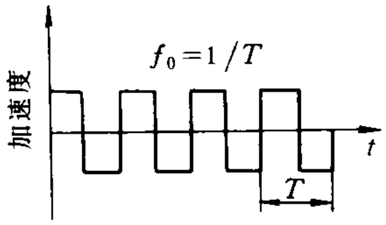

图 1-14　时间历程

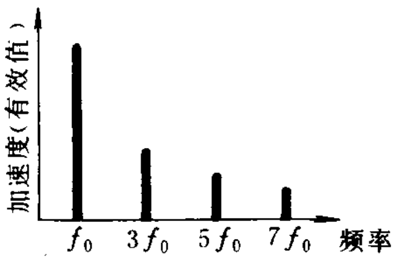

图 1-15　不完整的频谱

4·2　非周期性振动的频谱

非周期性振动可用傅里叶积分表示。奇函数 $f(x)$的傅里叶积分是傅里叶正弦积分

$$f(x)=\int_0^\infty B(\omega)\sin\omega x\,\mathrm{d}\omega$$

其中　$$B(\omega)=\frac{2}{\pi}\int_0^\infty f(x)\sin\omega x\,\mathrm{d}x$$

$B(\omega)$称为傅里叶正弦变换式。傅里叶正弦积分满足条件为 $f(0)=0$。

偶函数 $f(x)$的傅里叶积分是傅里叶余弦积分

$$f(x)=\int_0^\infty A(\omega)\cos\omega x\,\mathrm{d}\omega$$

其中　$$A(\omega)=\frac{2}{\pi}\int_0^\infty f(x)\cos\omega x\,\mathrm{d}x$$

$A(\omega)$称为傅里叶余弦变换式。傅里叶余弦积分满足条件为 $f'(0)=0$。

例 1-12　求图1-16 所示的矩形脉冲的频谱

$$f(t)=\begin{cases}0 & (t<-T)\\ h & (-T<t<T)\\ 0 & (T<t)\end{cases}$$

解　$f(t)$是偶函数。它的傅里叶积分是傅里叶余弦积分

$$f(t)=\int_0^\infty A(\omega)\cos\omega x\,\mathrm{d}\omega$$

它的傅里叶变换为

$$\begin{aligned}A(\omega)&=\frac{2}{\pi}\int_0^\infty f(t)\cos\omega t\,\mathrm{d}t\\&=\frac{2}{\pi}\int_0^T h\cos\omega t\,\mathrm{d}t\\&=\frac{2h}{\pi\omega}\sin\omega T\end{aligned}$$

若 $h=1$，$T=2$，则绘出的频谱如图 1-17 所示。

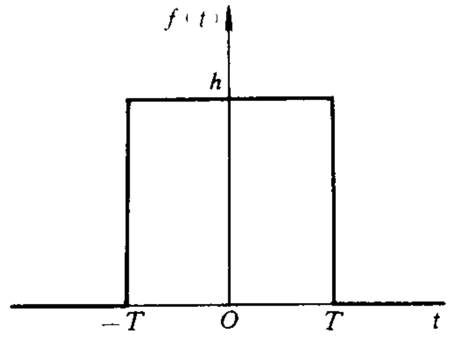

图 1-16　矩形脉冲

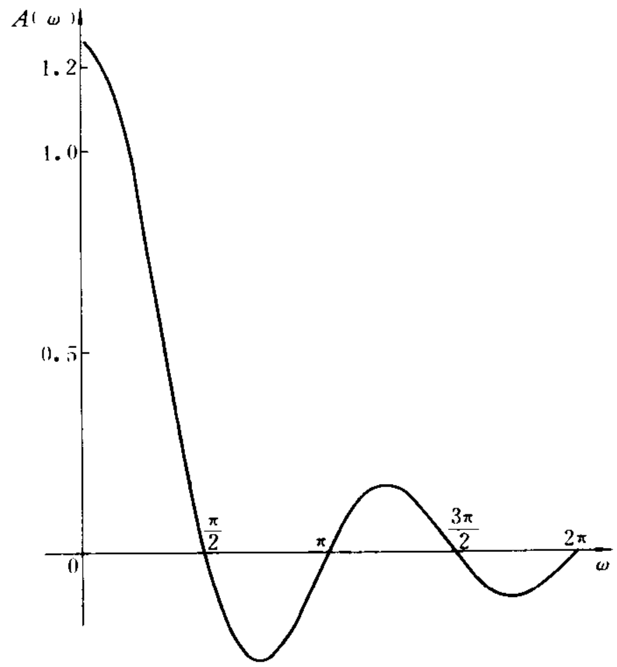

图 1-17　连续谱

5　机械振动、机械冲击名词术语

在本节里，列出 1991 年国家标准总局发布、实施的中华人民共和国国家标准 GB2298—91 名词术语。然后选列一些工作现场和书刊经常出现而 GB2298—91 尚未列入的名词术语。

5·1　GB2298—91 列入的名词术语[1]

本标准参照采用国际标准 ISO2041—1990《振动与冲击——术语》。

本标准规定了机械振动、机械冲击、动态量测试技术和数据处理的基本术语以及有关的辅助术语。

本标准适用于一切与机械振动、机械冲击有关的领域。

5·1·1 通用术语

(1) 位移(displacement) 表征物体或质点相对于某参考系位置变化的矢量。

注：相对于非给定情况下原始参考系的某参考系所测得的位移称为相对位移。

(2) 速度(velocity) 表征位移对时间导数的矢量。

注：相对于非给定情况下原始参考系的某参考系所测得的速度称为相对速度。

(3) 加速度(acceleration) 表征速度对时间导数的矢量。

注：相对于非给定情况下原始参考系的某参考系所测得的加速度称为相对加速度。

(4) 重力加速度(g)(acceleration of gravity) 物体在地球表面由于重力作用所产生的加速度，实测重力加速度随观测点的纬度和高度而变化。国际上规定标准重力加速度为 $g_n = 9.80665 \mathrm{m/s^2}$。

(5) 加加速度(jerk) 表征加速度对时间导数的矢量。

(6) 惯性参考系(inertial reference system) 牛顿定律适用的坐标系，地球可近似作为惯性参考系。

(7) 惯性力(inertial force) a. 当一物体被加速时，所产生的对其他物体的反作用力。b. 根据动静法，在物体上假想地加上的力；力的大小等于物体质量和加速度乘积，力的方向与加速度方向相反。c. 为了在平动的非惯性参考系内应用牛顿定律，在物体上假想地加上的力；力的大小等于物体质量和牵连加速度乘积，力的方向和牵连加速度方向相反。

(8) 振荡(oscillation) 相对于给定的参考系，一个为时间函数的量值与其平均值相比，时大时小交替地变化的现象。

(9) 声音(sound) a. 由于声振而引起的听觉。b. 能引起听觉的声振。

(10) 声学(acoustics) 研究声音的产生、传播及其效应的科学和技术。

(11) 环境(environment) 在某一给定时刻系统所遭受的所有外界条件及其影响的综合。

(12) 感生环境(induced environment) 由于系统运行而引起的外部环境条件。同义词：诱发环境。

(13) 自然环境(natural environment) 系统所遭受的与系统是静止还是运行无关的环境条件。

(14) 激励(excitation) 作用于系统的外力或其他输入。

(15) 响应(response) 系统受外力或其他输入作用后的输出。

(16) 传递率(transmissibility) 线性定常系统受迫振动时稳态响应幅值与激励幅值的无量纲比。响应和激励可以是力、位移、速度或加速度中的任一种。

(17) 过冲(overshoot) 加大系统的输入量，使系统的输出由稳态值变到较大的另一稳态值，超过新稳态值的最大瞬态响应值称为过冲。

(18) 欠冲(undershoot) 加大系统的输入量，使系统的输出由稳态值变到较大的另一稳态值，低于新稳态值的最小瞬态响应值称为欠冲。同义词：负冲。

(19) 系统(system) 用以完成一定功能的各有关部分的组合。

(20) 线性系统(linear system) 响应与激励大小成正比并且满足叠加原理的系统。

(21) 机械系统(mechanical system) 由质量、刚度和阻尼各元素所组成的系统。

(22) 动态系统(dynamic system) 现在的输出与过去的输入有关的系统。动态系统有记忆性，输入和输出的关系用微分方程(或差分方程)描述。同义词：动力学系统。

(23) 惯性系统(seismic system) 依靠弹性元件将一个质量连接到参考基座所构成的系统，系统中通常还包括阻尼元件。

(24) 等效系统(equivalent system) 为便于分析而采用的与原系统效应相等的系统。

(25) 自由度(degrees of freedom) 在任意时刻完全确定机械系统位置所需要的独立的广义坐标数。

(26) 单自由度系统(single degree-of-freedom system) 在任意时刻只要一个广义坐标即可完全确定其位置的系统。

(27) 多自由度系统(multi-degree-of-freedom system) 在任意时刻需要两个或更多的广义坐标才能完全确定其位置的系统。

(28) 离散系统(discrete system) 具有有限个广义坐标的系统。同义词：集总系统。

(29) 连续系统(continuous system) 具有无限个广义坐标的系统。同义词：分布系统。

(30) 刚度(K)(stiffness) 作用在弹性元件上的力(或力矩)的增量与相应的位移(或角位移)的增量之比。

(31) 柔度(compliance) 刚度的倒数。

(32) 传递函数(transfer function) 在线性定常系统中，当初始条件为零时，系统的响应(或输出)与激励(或输入)的拉普拉斯变换之比。

(33) 复激励(complex excitation) 为便于计算而引出的具有实部和虚部的激励，实际激励可以是复激

励的实部(或虚部)。

(34) 复响应(complex response) 线性系统受到设想的复激励后的响应，实际响应为复响应的实部(当实际激励为复激励的实部时)。

(35) 系统的复参数(complex parameter of a system) 由复激励和复响应的比值得出的复数量。

注：电阻抗和机械阻抗是复参数的实例。

(36) 阻抗(impedance) 线性定常系统的激励相量与其响应相量之比。

(37) 机械阻抗(mechanical impedance) 线性定常机械系统中激励力相量与响应的速度相量之比。同义词：速度阻抗。

注：对于旋转系统应当用力矩和角速度来代替力和速度。

(38) 驱动点阻抗(driving-point impedance) 机械系统中同一点的激励力相量与速度相量的复数比。同义词：原点阻抗。

(39) 传递阻抗(transfer impedance) 机械系统中一点的激励力相量与另一点速度相量的复数比。同义词：跨点阻抗。

(40) 频率响应函数(简称:频响函数)(frequency response function) a. 简谐激励时，稳态输出相量与输入相量之比。b. 瞬态激励时，输出的傅里叶变换与输入的傅里叶变换之比。c. 平稳随机激励时，输出和输入的互谱与输入的自谱之比。

注：频响函数是线性定常系统的固有特性，它与输入函数的类型无关。

(41) 单位脉冲响应函数(简称:脉响函数)(unit impulse response function) 线性定常系统当初始条件为零时受到一单位脉冲函数力激励后的位移响应。单位脉冲响应函数为频率响应函数的傅里叶逆变换。

(42) 杜哈梅积分(Duhamel's integral) 当卷积积分用于求机械系统在任意干扰力作用下的响应时称为杜哈梅积分(假设系统的初始条件为零)，用公式(a)表示：

$$x(t)=\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)h(t-\tau)\mathrm{d}\tau \qquad \text{(a)}$$

式中 $f(t)$——任意干扰力；

$h(t)$——系统的单位脉冲响应函数；

$x(t)$——系统的位移。

当 $f(t)$和 $h(t)$都是单边函数时，用公式(b)表示：

$$x(t)=\int_{0}^{t} f(\tau)h(t-\tau)\mathrm{d}\tau \quad (t\geqslant 0) \qquad \text{(b)}$$

(43) 机械导纳(mechanical mobility) 机械阻抗的倒数。同义词：速度导纳。

(44) 驱动点导纳(driving-point mobility) 机械系统中同一点的速度相量与力相量的复数比。同义词：原点导纳。

(45) 传递导纳(transfer mobility) 机械系统中一点的速度相量与另一点激励力相量的复数比。同义词：跨点导纳。

(46) 动刚度(dynamic stiffness) 响应为位移量时的机械阻抗。同义词：位移阻抗。

(47) 视在质量(apparent mass) 响应为加速度时的机械阻抗。同义词：加速度阻抗。

注：当加速度用以 g 为单位的相对值时称为有效重量或有效负载。

(48) 谱(spectrum) 将一个量作为频率或波数的函数的描述。

(49) 倒频谱(cepstrum) 对数自谱密度的傅里叶变换之模，可用公式(c)表示为：

$$C_p(\tau)=|F[\lg G_x(f)]| \qquad \text{(c)}$$

式中 $C_p(\tau)$——倒频谱；

$G_x(f)$——$x(t)$的自谱密度；

F——傅里叶变换符号。

倒频谱可用来分离回声和反射波，识别振源和传递途径。

注：倒频谱还可有其他形式的定义，如复倒频谱等。

(50) 级(level) 一个量和同类参考量比值的对数。必须说明对数的底，参考量和级的种类。同义词：电平。

(51) 贝尔(bel) 当以 10 为对数的底时的一种级的单位，贝尔只限于用在功率量或似功率量(平方量)中。

(52) 分贝(dB)(decibel) 贝尔的十分之一。

5·1·2 机械振动术语

(1) 振动(vibration) 描述机械系统运动或位置的量值相对于某一平均值或大或小交替地随时间变化的现象。

(2) 周期振动(periodic vibration) 自变量经过某一相同增量后其值能再现的周期量。

(3) 准周期振动(quasi-periodic vibration) 波形略有变化的周期振动。

(4) 简谐振动(simple harmonic vibration) 自变量为 t 的正弦函数的振动，用公式(a)表示为：

$$y=A\sin(\omega t+\Phi) \qquad \text{(a)}$$

式中 y——简谐振动；

A——振幅；

ω——角频率；

t——自变量；