

S

无敌初三数学

名校名师合著

完全根据初中教材编写

U

P

E

R

'SUPER'



无敌
升学
系列

初中学生应考必备



无敌的数学高手



无敌初三数学



海豚出版社

图书在版编目(CIP)数据

无敌初三数学/王爽等编著. - 北京: 海豚出版社, 2000. 3
(无敌升学丛书系列/吴菱如主编)

ISBN 7-80138-152-1

I. 无… II. 王… III. 数学课-初中-教学参考资料 IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 70909 号

无敌初三数学

2000 年 7 月第 1 版

创意总监 ● 吴菱如

总 审 订 ● 金宝铮

撰 稿 ● 王爽、柯珊

执行主编 ● 吴萱

责任编辑 ● 陈璇、齐海光

封面设计 ● 康玫玫

版型制作 ● 曾磊、陈树明

电脑版编 ● 图鸿创艺科贸中心

出 版 者 ● 海豚出版社

北京市西城区百万庄路 24 号 邮编: 100037

行销策划 ● 北京光海文化用品有限公司

北京东直门内大街 177 号 7 层 邮编: 100007

发 行 ● 新华书店经销

印 刷 ● 北京雷杰印刷有限公司

印 次 ● 2001 年 12 月第 1 版第 6 次印刷

开 本 ● 889 × 1194mm 1/32 9.5 印张

印 数 ● 145,001 ~ 165,000 册

定 价 ● 30.00 元

ISBN 7-80138-152-1/G · 338

版权所有 · 盗版必究 · 举报重赏

※如有印刷、装订质量问题, 请寄回北京市东直门内大街 177 号 7 层, (邮编: 100007) 更换※

本书特色

准确抓住学习要点

◆在直观视觉上彻底改变传统数学教辅书的刻板印象，将内容重点彩色化、活泼化、条例化、鲜明化，让您准确抓住学习要点。

精心设计解说详实

◆针对教科书上的要点特别详加解释，弥补教科书之不足；并精心设计各式解说文字与图表，使全书更易读、更易解！

全彩形式学习速效

◆充分运用色彩变化，相应突出主、次要重点，透过直观便能一窥所有内容要素，让学习变得更轻松、自在，提分不再是问题！

数学对策一应俱全

◆针对各种大小考试直接发挥功效的要点归纳，适合各种程度的练习题，本书应有尽有，可灵活运用于预习、复习及考试准备中。

初中版《无敌数学》系列荣耀上市

无敌初一数学



◆由王学纺、张瑞玲两位老师分别为代数与几何撰稿。完全符合教科书内容，对初探数学大门助益极大。

无敌初二数学



◆代数部分由邱岚老师撰稿，几何由金宝铮老师撰稿。从预习到备考准备之秘诀一应俱全，弥补教科书之不足。

无敌初三数学



◆代数与几何分别由王爽、柯珊老师撰稿，为增加学习能力和有效提分，本书特别注重各种考试的演练。

无敌初三数学



海豚出版社

责任心和奉献心催生了《无敌初中数学》

打从牙牙学语开始，数数字、学加减便成了我们初探“数学”的试金石，绝大多数孩子由此欣然登上数学的厅堂，但是随着年龄的增长，涉入范围渐次深广后，原本大致兴味盎然的孩子们，出现了严重分歧的不欢现象……建议你，此刻仔细思辨一下，你之于数学的态度：

一路走来，始终喜欢如初？

一路学来，依然兴味浓厚？

期待学成，善加活用？

还是：

无所谓喜爱，只在应付各种大小考试？

真不知有何实用价值？

正、负两面的思维结果，或许正是你此刻心中最大的困扰。

你的困扰，我们认真想到了，也苦心地想要为你解决这些困惑。

制编《无敌初中数学》的目的缘于此，我们之所以敢如此有把握地昭示这项决心，是因为我们也曾以这份雄心制编了《无敌英语语法》等系列丛书，而获得广大读者的好评。

希腊荷马史诗《伊利亚特》中有这样的名言：当别人夸赞他的成就时，他只想到责任；当别人赞誉他的荣耀时，他只想到奉献。

我们的出版理念和制编心情，从这句名言中得到深刻启示，那就是：当读者夸赞《无敌英语》的成就时，我们还想到对数学的责任；当读者赞誉《无敌英语》的荣耀时，我们只是想到必须同时也对数学做出奉献！

《无敌初中数学》就这样被我们自己的责任心和奉献心催生而出！

热切期待，这本小书能让你重新认识数学、重新演算数学、重新备考数学，重新在数学学科中找到高度乐趣和傲人佳绩。在一片学习减负声中，真能提供你一条明确的减负捷径。

2000年6月30日

本书编辑特色

代数

解题之 KEY:

按照基本题、标准题、进阶题难度递增的方式，以各类题型和详实的解题步骤，逐一示范解题技巧，由此举一反三，使学习事半功倍。

实力测验·挑战满分:

采用练习题的形式帮助你检查学习成效。书后附有答案及解题思路供参考。

第三节 相反数

【解题之 KEY】

基本题

下列各组数中，哪些互为相反数？

- (1) -2 和 $\frac{1}{2}$ (2) 0 和 0
(3) $\frac{7}{8}$ 和 $-\frac{7}{8}$ (4) $\frac{1}{8}$ 和 -0.125

→ (1) -2 和 $\frac{1}{2}$ 互为相反数。

(2) 0 和 0 互为相反数。

(3) $\frac{7}{8}$ 和 $-\frac{7}{8}$

(4) $\because -\frac{1}{8} = -0.125$

$\therefore \frac{1}{8}$ 与 -0.125 互为相反数。

若 $a+b=0$ 则 a 与 b 互为相反数

标准题

下列两对数中，哪对是相等的数？哪对互为相反数？

(1) $-(-15)$ 与 $-(-15)$ (2) $-(-15)$ 与 $+(-15)$

(1) $\because -(-15) = 15$

又 $\because -(-15) = 15$

$\therefore -(-15)$ 与 $-(-15)$ 互为相反数。

(2) $\because -(-15) = 15$

又 $\because +(-15) = -15$

$\therefore -(-15)$ 与 $+(-15)$ 是相等的数。

若 $-x=5$ ，求 x 。

→ $-x=5 \therefore x=-5$

求一个数的相反数，只需在这个数的前面加一个负号。

→ a 的相反数是谁？

$a+b$ 的相反数是谁？

$a-b$ 的相反数是谁？

$a+b$ 的相反数是 $-(a+b)$ 。

$a-b$ 的相反数是 $-(a-b)$ 。

注意:

在学习过程中，随时提醒学生注意的地方。

实力测验·挑战满分

第 228 页

选择题

- ① 若 a, b 是有理数，且 $a, b=0$ ，那么 ()。
(A) a, b 之中有一个是 0 (B) a, b 都是 0
(C) a 与 b 互为倒数 (D) a 与 b 互为相反数
② m 代表有理数，那么 m 与 $-m$ 的关系是 ()。
(A) $m < -m$ (B) m 不一定大于 $-m$
(C) $m > -m$ (D) m 大于 $-m$ 或 m 小于 $-m$

填空题

- ① 0 的相反数是 _____。
② _____ 的相反数小于它本身。
若 a 与 b 均为整数，且 $ab=35$ ，求 a, b 的最大值是多少？

绝对值

4

【理科思维题】

- ① 绝对值的定义。
② 会求一个数的绝对值。
③ 会利用绝对值比较两个负数的大小。

【满分必背】

绝对值的定义

绝对值的代数定义： $|a| = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$

绝对值的几何意义：
表示数 a 的点到原点的距离。

两个负数，绝对值小的反而大。

绝对值的性质：
① 任何数的绝对值都是非负数。
② 一个正数的绝对值是它本身。
③ 一个负数的绝对值是它的相反数。
④ 0 的绝对值是 0。

提分必背:

把解题必备技巧及必背公式特别提炼出来，是同学们必须牢牢掌握的。

目录

代数

■ 第十二章 一元二次方程

第一节 一元二次方程	7
第二节 一元二次方程的解法	12
第三节 根的判别式 及根与系数的关系	25
第四节 可化为一元二次 方程的方程	43
第五节 简单的二元二次方程组	56
第六节 列方程、方程组 解应用题	67

■ 第十三章 函数及其图像

第一节 平面直角坐标系	78
第二节 函数及其图像	86
第三节 一次函数	97
第四节 二次函数	109
第五节 反比例函数	121

■ 第十四章 统计初步

几何

■ 第六章 解直角三角形

第一节 正弦和余弦	135
第二节 正切和余切	140
第三节 解直角三角形	147
第四节 应用举例	173

■ 第七章 圆

第一节 圆的有关性质	179
第二节 直线和圆的位置关系	202
第三节 圆和圆的位置关系	229
第四节 正多边形和圆	266
第五节 圆柱和圆锥的 侧面展开图	266

实力测验·挑战满分〈解答〉 279

第12章

一元二次方程

内容提示

一元二次方程及其解法

根的判别式,根与系数之间的关系

可化为一元二次方程的分式方程,无理方程

二元二次方程组

列一元二次方程,分式方程或方程组解应用题

一元二次方程

一 《教科书最重点》

1 理解并掌握一元二次方程的定义

2 正确识别一元二次方程,一元二次方程中的二次项系数,一次项系数、常数项

二 《提分必背》

1 一元二次方程定义

只含有一个未知数,并且未知数的最高次项的次数是2,这样的整式方程叫做一元二次方程。

2 一元二次方程的一般式为:

$$ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$$

其中, ax^2 叫二次项, a 叫二次项系数 bx 叫一次项, b 叫一次项系数 c 叫常数项

三 《战力指导》

1 要明确 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 属于整式方程。当 $(a \neq 0)$ 时,是一元二次方程,例如: $3x^2 - 5x + 1 = 0$ 当 $a = 0, b \neq 0$ 时,是一元一次方程,例如: $-5x + 1 = 0$

2 在求二次项,一次项和常数项时,要先整理方程后,再

注意

只有当二次项系数 $a \neq 0$ 时,整式方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 才是一元二次方程

注意

一般先把二次项系数整理为正,再确定各项。

确定所求。

例:指出方程: $4x = 3x^2 - 5$ 中的二次项,一次项及常数项。

解:整理,得: $3x^2 - 4x - 5 = 0$

二次项: $3x^2$,一次项: $-4x$,常数项: -5

特别指导

各项的确定包括各项的系数及各项的未知数。

解题易犯符号错误,如一次项为 $-4x$,易写成 $4x$ 。

3 不完全式的一元二次方程:

例如: $3x^2 = 0$ 其中 $a \neq 0, b = 0, c = 0$

$5x^2 + 4x = 0$ 其中 $a \neq 0, b \neq 0, c = 0$

$x^2 - 9 = 0$ 其中 $a \neq 0, b = 0, c \neq 0$

四 解题之 KEY

基本题

1 指出下列方程中哪些是一元二次方程

(1) $5x^2 + 6 = 3x(2x + 1)$

(2) $8x^2 = x$

(3) $\frac{2}{3x} = 5$

(4) $4x^2 = 3y$

(5) $-x^2 = 0$

(6) $x(5x - 1) = x(x + 3) + 4x^2$

解: (1) 整理得: $5x^2 + 6 = 6x^2 + 3x$

移项,合并得: $x^2 + 3x - 6 = 0$

$\therefore$ 是一元二次方程

(2) 移项得: $8x^2 - x = 0$

$\therefore$ 是一元二次方程

(3) $\frac{2}{3x} = 5$

$\therefore$ 方程中分母中含有未知数

$\therefore$ 它不是一元二次方程

(4) $4x^2 - 3y = 0$

$\therefore$ 方程中含有两个未知数

必须将整式方程进行整理后才能判断其是否为一元二次方程

∴它不是一元二次方程

$$(5) -x^2 = 0$$

$$\because a = -1 \neq 0$$

∴它是一元二次方程

$$(6) \text{整理得: } 5x^2 - x = x^2 + 3x + 4x^2$$

$$\text{移次, 合并得: } 4x = 0$$

∴二次项系数合并后为0

∴它不是一元二次方程

注意

虽然 b, c 均为 0, 但 a 不为 0, 它仍是一元二次方程。

特别指导

对方程要先进行整理, 然后再根据条件:

①整式方程

②只含有一个未知数

③未知数的最高次数为 2

只有当这三个条件缺一不可时, 才能判断为一元二次方程。

标准题

把下列方程化为一元二次方程的一般形式, 再指出其二次项, 一次项及常数项。

$$(1) 5x^2 = 3x$$

$$(2) (\sqrt{2} - 1)x + x^2 - 3 = 0$$

$$(3) (7x - 1)^2 - 3 = 0$$

$$(4) \left(\frac{x}{2} - 1\right)\left(\frac{x}{2} + 1\right) = 0$$

$$(5) (6m - 5)(2m + 1) = m^2$$

➔ (1) 整理, 得 $5x^2 - 3x = 0$

二次项: $5x^2$, 一次项: $-3x$, 常数项: 0

(2) 整理, 得: $x^2 + (\sqrt{2} - 1)x - 3 = 0$

二次项: x^2 , 一次项: $(\sqrt{2} - 1)x$, 常数项: -3

(3) 整理, 得: $49x^2 - 14x + 1 - 3 = 0$

$$49x^2 - 14x - 2 = 0$$

二次项: $49x^2$, 一次项: $-14x$, 常数项: -2

(4) 整理得: $\frac{1}{4}x^2 - 1 = 0$

二次项: $\frac{1}{4}x^2$, 一次项: 0, 常数项: -1

指出各项时, 不要去掉负号。

$$(5) \text{整理得: } 12m^2 + 6m - 10m - 5 - m^2 = 0$$

$$11m^2 - 4m - 5 = 0$$

二次项: $11m^2$, 一次项: $-4m$, 常数项: -5

特别指导

在移项, 合并同类项时, 易出现符号错误, 需格外小心。要认真区别题目要求是指出方程的各项还是各项的系数。特别要小心当某项的系数为负数时, 指出各项时千万不要丢负号。

进阶题

例3 把下列关于 x 的方程化成一元二次方程的一般式, 并指出它的二次项系数, 一次项系数及常数项。

$$(1) abx^2 = cx + d (ab \neq 0)$$

$$(2) (p - q)x^2 = p + q (p \neq q)$$

$$(3) 3 - px + 2x^2 = p^2x - p - 1$$

$$(4) (m + 3)x^2 - kx = 2x^2 - 1$$

解 (1) $abx^2 - cx - d = 0 (ab \neq 0)$

二次项系数: ab , 一次项系数: $-c$, 常数项: $-d$

$$(2) (p - q)x^2 - (p + q) = 0 (p \neq q)$$

二次项系数: $p - q$,

一次项系数: 0

常数项: $-p - q$

$$(3) 2x^2 - p^2x - px + p + 4 = 0$$

$$2x^2 - (p^2 + p)x + p + 4 = 0$$

二次项系数: 2 ,

一次项系数: $-p^2 - p$

常数项: $p + 4$

$$(4) (m + 3)x^2 - 2x^2 - kx + 1 = 0$$

$$(m + 3 - 2)x^2 - kx + 1 = 0$$

$$(m + 1)x^2 - kx + 1 = 0$$

二次项系数: $m + 1$, 一次项系数: $-k$, 常数项: 1

注意

(4) 中的方程, 很容易错把二次项系数写成 $(m + 3)$ 。应该先把方程整理为: $(m + 1)x^2 - kx + 1 = 0$ 后, 再指出各项系数。

特别指导

对于字母系数的方程的整理, 应先明确其未知数, 再确定各项的系数, 特别要注意, 一定要讨论所除的二次项系数不能为 0 , 因为一元二次方程只有在这个条件下才是有意义的。

1. 选择题

- ①方程 $3x^2 - 4 = -2x$ 化成一般形式后,二次项系数,一次项系数,常数项分别为()
 (A) 3, -4, -2 (B) 3, 2, -4 (C) 3, -2, -4 (D) 2, -2, 0
- ②下列方程中有()是一元二次方程
 (1) $3x^2 = 2x$ (2) $y^2 - 2x - 8 = 0$
 (3) $\frac{2}{x^2} - x - 1 = 0$ (4) $2x(x - 5) = x(2x + 1)$
 (5) $\sqrt{3}(x^2 + 1) = \sqrt{6}$ (6) $\frac{y^2}{5} = 4$
 (A) (1)(5)(6) (B) (1)(4)(5) (C) (1)(3)(4) (D) (2)(4)(5)
- ③一元二次方程 $(3x - 1)(2x + 2) = x^2 + 1$ 化为一般形式 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)后, a, b, c 的值分别为()
 (A) 6, 4, 3 (B) 6, -4, -3 (C) 5, 4, -3 (D) 5, -4, 3
- ④一元二次方程 $2x^2 - (a + 1)x = x(x - 1) - 1$ 化成一般式后,二次项系数为1,一次项系数为-1,则 a 的值为()
 (A) -1 (B) 1 (C) -2 (D) 2
- ⑤若方程 $(m^2 - 1)x^2 + x + m = 0$ 是关于 x 的一元二次方程,则 m 的取值范围是()
 (A) $m \neq 0$ (B) $m \neq 1$ (C) $m \neq 1$ 或 $m \neq -1$ (D) $m \neq 1$ 且 $m \neq -1$

2. 填空题

- ① $x = \frac{1}{2}x^2$ 的二次项系数是____,常数项为____, $b^2 - 4ac$ 的值为____
- ②方程 $(2x + 1)(x - 3) = x^2 + 1$ 化为一般式为____,二次项系数,一次项系数,常数项的和为____
- ③一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$,有两个解为1和-1,则有 $a + b + c =$ ____,且有 $a - b + c =$ ____
- ④已知关于 x 的方程 $(k - 2)x^2 - kx = x^2 - 1$ 当 k ____时,方程为一元二次方程,当 k ____时,方程为一元一次方程

3. 解答题

- ①把下列方程先化成一元二次方程的一般形式,再写出二次项,一次项,常数项。
 (1) $8x^2 - 3 = 5x$
 (2) $4 - 7x^2 - 11x = 0$
 (3) $3y(y + 1) = 7(y + 2) - 5$

$$(4)(t+\sqrt{t})(t-\sqrt{t})+(t-2)^2=7-5t$$

$$(5)(5x-1)^2=4(x-3)^2$$

②下列关于 x 的方程是否为一元二次方程?为什么?若是一元二次方程,请分别指出二次项系数,一次项系数及常数项。

$$(1) ax^2 - 4x + \sqrt{2} = 0 (a \neq 0)$$

$$(2) 5x^2 = 8px$$

$$(3) (m+1)x^2 - 6mx = 3m+1$$

$$(4) (k^2+1)x^2 + kx - k = 9$$

③已知关于 x 的方程 $(a-2)x^2 - ax = x^2 - 1$ 是一元二次方程,求 a 的取值范围。

一元二次方程的解法

一 【教科书最重点】

一元二次方程的解法是以降次为目的,以因式分解法,公式法等方法为手段,从而把一元二次方程转化为一元一次方程求解。

1 能用直接开平方法解一元二次方程。

2 会用配方法解一元二次方程,配方法也是本节的难点。

3 会用配方法推导出 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的求根公式,并能熟练地掌握公式法解一元二次方程。

4 熟练运用因式分解法解一元二次方程,理解其解法的关键是将一元二次方程分解降次为一元一次方程。

5 会用较简便的方法解无理数系数和字母系数的一元二次方程。

二 【提分必背】

1 直接开平方法:

形如 $x^2 = n$ 的方程的解法:

当 $n > 0$ 时, $x = \pm \sqrt{n}$

当 $n = 0$ 时, $x_1 = x_2 = 0$

当 $n < 0$ 时,方程没有实数根

2 配方法

用配方法求 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的根

主心

用直接开平方法时,方程右边必须为非负实数