电 路 分 析

肖达川 编著

科 学 出 版 社

1 9 8 4

内 容 简 介

本书是根据作者在清华大学讲授电路分析课程的讲义修改编写而成。全书共分五章：线性电路的一些解法；傅里叶变换，非线性电阻电路；状态方程和自治电路的稳定性；以及非自治电路。

全书概念清晰，论述深入浅出，并结合实际介绍了一些解题方法。书末列有附录和习题，便于读者阅读、掌握和运用。

本书可供高等工科院校电类专业的高年级学生和研究生阅读，也可供教师、有关工程技术人员参考。

电 路 分 析

肖达川 编著

责任编辑 范铁夫

科 学 出 版 社 出 版

北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1984年8月第 一 版 开本：787×1092 1/32

1984年8月第一次印刷 印张：9 1/4

印数：0001—21,100 字数：210,000

统一书号：15031·587

本社书号：3622·15—5

定价： 1.45 元

目　录

第一章　线性电路的一些解法

1-1　电路元件及 n 端口

常见的电路元件有电阻器、电感器、电容器、独立电源、受控电源，以及理想变压器、回转器等．图 1.1 中画出了某些元件的符号．

其中，前四个元件是 1 端口，而理想变压器与回转器是 2 端口． 元件的性能，一般地说 n 端口的性能，可以用端口电压、电流的关系来描述． 图 1.1 中在每个元件的右方列出了该元件的电压、电流关系．以后称可能存在于 n 端口的电压、电流向量随时间的变化或波形为容许电压、电流偶，简称为容许偶，记作 $[\boldsymbol{u}(t),\ \boldsymbol{i}(t)]$．对于 n 端口的任一容许偶，对于任意实数 T，如果 $[\boldsymbol{u}(t-T),\ \boldsymbol{i}(t-T)]$ 也是容许偶，称 n 端口（或元件）是时不变的，否则称作时变的．若图 1.1 中元件参数 r、L、C 等不是时间 t 的函数，有关元件就是时不变的．时不变电阻器的电压、电流容许偶全体，就是电阻器的成分关系． 以后只考虑时不变 n 端口或元件；但电路中可以含有时变的独立电源，如交流电源．

线性 n 端口是最基本的．它的定义如下．

定义 1.1　　n 端口(或元件)称作线性的，是指对于任意二个容许偶 $[\boldsymbol{u}_1(t),\ \boldsymbol{i}_1(t)]$、$[\boldsymbol{u}_2(t),\ \boldsymbol{i}_2(t)]$ 及任意二个实常数 a、b，$[a\boldsymbol{u}_1(t)+b\boldsymbol{u}_2(t),\ a\boldsymbol{i}_1(t)+b\boldsymbol{i}_2(t)]$ 也是容许偶．

据此可知，当图 1.1 中的 r、L、C、n 等参数是常数(可扩充到是时间 t 的函数)时，有关元件是线性的．由线性元件构

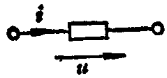
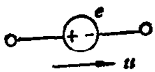
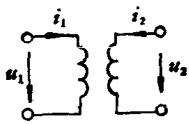
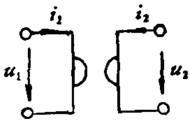
电 阻 器		$u=ri$
电 感 器		$u=\frac{d(Li)}{dt}$
电 容 器		$i=\frac{d(Cu)}{dt}$
独立电压源		$u=e$
理想变压器		$u_1=nu_2$, $ni_1+i_2=0$
回 转 器		$u_1=ri_2$, $u_2=-ri_1$

图 1.1 几种电路元件的符号及电压电流关系

成的 n 端口是线性 n 端口. 独立电源例如直流电源是非线性元件，从它的伏安特性不通过原点立即看出这一点. 但通常所说的线性电路，是指由线性元件和独立电源构成的电路. 本章仅讨论线性电路. 还有从输入输出关系定义端口型线性网络的，见[6].

n 端口(元件)又可分为无源的及有源的. 它们的定义如下.

定义 1.2 称 n 端口(元件)为无源的，是指对于任一容

许偶 $[\boldsymbol{u}(t), \boldsymbol{i}(t)]$ 及任一时刻 t，有

$$\varepsilon(t) = \int_{-\infty}^{t} \boldsymbol{u}^T(\tau)\boldsymbol{i}(\tau)d\tau \geqslant 0 \tag{1.1}$$

或

$$\varepsilon(t) = \int_{t_0}^{t} \boldsymbol{u}^T(\tau)\boldsymbol{i}(\tau)d\tau + \varepsilon(t_0) \geqslant 0$$

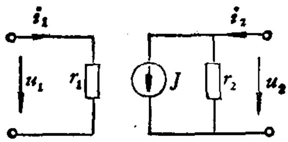
不满足定义规定的 n 端口(元件)称作有源 n 端口(元件).

这就是说，对于任何容许偶，如果任何时刻输入到 n 端口(元件)中的总能量 $\varepsilon(t)$ 是非负的，该 n 端口(元件)就是无源的. 参数值 r、L、C 是正常数的电阻器、电感器、电容器是无源元件，这是熟知的事实. 图 1.2 示含有流控电流源的线性 2 端口，例如它代表晶体管的等效电路. 输入功率 p 是:

$$p = u_1i_1 + u_2i_2 = r_1i_1^2 + r_2(-\beta i_1 + i_2)i_2$$

$$= (i_1 \quad i_2)\begin{pmatrix} r_1 & -\dfrac{1}{2}\beta r_2 \\ -\dfrac{1}{2}\beta r_2 & r_2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix}$$

当 $r_1r_2 < \dfrac{1}{4}(\beta r_2)^2$ 时，p 对于某些 i_1、i_2 为负值，从而这 2 端口是有源的.



$J=\beta i_1$

图 1.2　含受控源的 2 端口

无损元件，也是由能量值来定义的.

定义 1.3　　无源 n 端口(元件)称作无损的，是指对于任一容许偶 $[\boldsymbol{u}(t), \boldsymbol{i}(t)]$，而且这里的 $\boldsymbol{u}(t)$ 及 $\boldsymbol{i}(t)$ 都是平方可积的，有:

$$\varepsilon(\infty) = \int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{u}^T(\tau)\boldsymbol{i}(\tau)d\tau = 0 \tag{1.2}$$

定义中给电压、电流加上平方可积的限制，是为了保证积分值存在．定义概括了输入到元件的能量可以全部输出这一概念．输入到理想变压器和回转器的功率恒为零，从而它们是无损的． L、C 是正常数的电感器、电容器，是无损元件．以电感器为例，

$$\varepsilon(t) = \int_{-\infty}^{t} i(x)L\frac{di(x)}{dx}dx = \frac{Li^2(t)}{2}$$

由于 $i(t)$ 是平方可积的，乃有 $i(\infty)=0$，从而 $\varepsilon(\infty)=0$．（如果 L 是时间函数，则电感器不是无损的，甚至不是无源的．）

时不变线性 n 端口还可以进一步分成互易的及非互易的．下面用 $[\boldsymbol{u}, \boldsymbol{i}]$ 的拉普拉斯变换 $[\boldsymbol{U}(s), \boldsymbol{I}(s)]$ 来叙述互易 n 端口的定义．

定义 1.4 线性 n 端口（元件）称作互易的，是指对于任意二个容许偶 $[\boldsymbol{U}_1(s), \boldsymbol{I}_1(s)]$ 及 $[\boldsymbol{U}_2(s), \boldsymbol{I}_2(s)]$，有：

$$\boldsymbol{U}_1^T(s)\boldsymbol{I}_2(s) = \boldsymbol{U}_2^T(s)\boldsymbol{I}_1(s) \tag{1.3}$$

否则称作非互易的．

电阻器、初始储能为零的电感器、电容器是互易元件．式(1.3)中等号两边的量，对应于时域中电压、电流的卷积．用式(1.3)定义互易性，可以赋予互易 n 端口的网络函数以某些性质．例如设互易 n 端口的电压、电流可由阻抗矩阵 $\boldsymbol{Z}(s)$ 联系，即设：

$$\boldsymbol{U}(s) = \boldsymbol{Z}(s)\boldsymbol{I}(s) \tag{1.4}$$

由定义知：

$$\boldsymbol{I}_1^T(s)\boldsymbol{Z}^T(s)\boldsymbol{I}_2(s) = \boldsymbol{I}_1^T(s)\boldsymbol{Z}(s)\boldsymbol{I}_2(s)$$

或
$$\boldsymbol{I}_1^T(s)[\boldsymbol{Z}^T(s) - \boldsymbol{Z}(s)]\boldsymbol{I}_2(s) = 0$$

由于$\boldsymbol{I}_1$、$\boldsymbol{I}_2$是任意的容许电流，只在 $\boldsymbol{Z}^T=\boldsymbol{Z}$ 时上式才能成立．由此得出结论：互易n端口的阻抗矩阵$\boldsymbol{Z}(s)$（或导纳矩阵$\boldsymbol{Y}(s)$）是对称的．反之可证，存在对称阻抗矩阵$\boldsymbol{Z}(s)$（或$\boldsymbol{Y}(s)$）的n端口，即式(1.4)成立的n端口，是互易n端口．带有互感的电感器是互易的，因为$M_{12}=M_{21}$，电感器的阻抗矩阵$\boldsymbol{Z}(s)$是

$$\boldsymbol{Z}(s)=\begin{pmatrix} sL_1 & sM_{12} \\ sM_{21} & sL_2 \end{pmatrix}=\boldsymbol{Z}^T(s)$$

设互易n端口存在混合矩阵$\boldsymbol{H}(s)$，即：

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{U}_a(s) \\ \boldsymbol{I}_b(s) \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \boldsymbol{H}_{aa}(s) & \boldsymbol{H}_{ab}(s) \\ \boldsymbol{H}_{ba}(s) & \boldsymbol{H}_{bb}(s) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \boldsymbol{I}_a(s) \\ \boldsymbol{U}_b(s) \end{pmatrix} \tag{1.5}$$

则有：$\boldsymbol{H}_{aa}$、$\boldsymbol{H}_{bb}$ 是对称矩阵，$\boldsymbol{H}_{ab}=-\boldsymbol{H}_{ba}^T$. 这也是充分条件(见习题 1.2).

回转器的$\boldsymbol{U}(s)$、$\boldsymbol{I}(s)$满足的方程是

$$\boldsymbol{U}_1^T(s)\boldsymbol{I}_2(s)=-\boldsymbol{U}_2^T(s)\boldsymbol{I}_1(s)$$

从而它是非互易元件．文献中也称满足上述关系的元件为反互易元件．

1-2 图的一些基本概念及有关矩阵

大家知道，图是节点与支路的集合．当支路赋有方向时，称图为有向图．首先复习有关图的一些名词．本书采用的定义如下．

1. 道路　节点 V_j、V_k 之间的一条道路是支路 b_1、b_2、$\cdots$、b_n 的集合，如果 $b_1b_2\cdots b_n$ 已按顺序排列使得：

i) 相邻支路 b_m 和 b_{m-1} 有共同关联的节点 V_{jm}；

ii) V_j 是与 b_1 关联的节点，V_k 是与 b_n 关联的节点；

iii) $(n+1)$ 个节点 V_j、V_{j2}、$\cdots$、V_{jn}、V_k 互异．

例如图 1.3 中的（1、3、4）及（1、2）都是节点 a、d 间的道路。

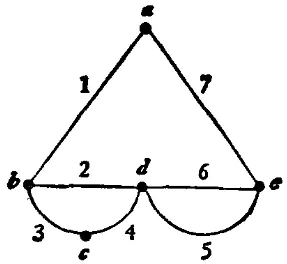


图 1.3　连通图

2. 连通图　任意二节点间存在道路的图叫做连通图.

3. 回路　将道路定义中的 V_j 与 V_k 重合，则支路集合就是回路. 由 $n=1$ 的道路形成的回路叫自回路.

4. 树　包含图的全部节点、没有回路的连通图，叫做树.

5. 割集　割集是连通图中具有下述性质的支路集合：将割集支路移去，图不连通；放回割集中任一支路，图恢复连通.

以后讨论的电路的图，是有向图. 不失一般性，假定图是连通的. 假定每条支路与两个节点关联，即不出现自回路.

与连通图有关的几个矩阵介绍如下。

1. 关联矩阵和降阶关联矩阵 $\boldsymbol{A}$

令　　$b=$ 支路数

$n_t=$ 节点数

$n=n_t-1=$ 独立节点数

$n_t\times b$ 矩阵 $\boldsymbol{A}_t$ 称作连通图的关联矩阵，它的作法如下：

$a_{ij}=1$，支路 j 与节点 i 关联且离开 i

$a_{ij}=-1$，支路 j 与节点 i 关联且指向 i

$a_{ij}=0$，支路 j 不与节点 i 关联

其中，a_{ij} 是 $\boldsymbol{A}_t$ 的 i 行 j 列元素. 指定任一节点为参考节点或"地"节点，划掉 $\boldsymbol{A}_t$ 中与地节点对应的那一行，就得到降阶关联矩阵 $\boldsymbol{A}$. $\boldsymbol{A}$ 是 $n\times b$ 矩阵.

连通图的降阶关联矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的秩是 $n(n\leqslant b)$. 这点可证明如下.

$\boldsymbol{A}$ 的每列里，一定有非零元；而且至少有一列里只有一个非零元，否则地节点是孤立的，图不连通. $\boldsymbol{A}$ 的每行里，至少有一个非零元，否则与这行对应的节点是孤立的. $\boldsymbol{A}$ 的任意 r 行 $(1<r\leqslant n)$ 相加，不能是 $\mathbf{0}$，否则与这 r 行对应的 r 个节点和其它节点（包括地）不连通. 下面对 $\boldsymbol{A}$ 进行交换行与交换列的初等变换. 设某列只有一个非零元，经初等变换后，将该元素调到原来的 a_{11} 位置，此时降阶关联矩阵的形式如下：

$$\left(\begin{array}{c|c}\pm 1 & \cdots \\ \hline 0 & \\ \vdots & \boldsymbol{A}_1 \\ 0 & \end{array}\right)$$

将此矩阵的各行相加（第一行除外），结果不是 $\mathbf{0}$，所以 $\boldsymbol{A}_1$ 至少有一列里只有一个非零元，经初等变换将这元素调到 a_{22} 位置. 仿此进行下去，直到降阶关联矩阵最后具有下面形式：

$$\begin{pmatrix}\pm 1 & \cdots & \cdots & \cdots \\ & \pm 1 & \cdots & \cdots \\ & & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & & & \pm 1\ \cdots\end{pmatrix}$$

可见 $\boldsymbol{A}$ 的秩是 n.

$\boldsymbol{A}$ 的任何阶方子矩阵 $\boldsymbol{A}_a$，其行列式 $\det\boldsymbol{A}_a$ 为 0、1 或 -1，即 $\boldsymbol{A}$ 是全单模矩阵. 理由如下. 如果 $\boldsymbol{A}_a$ 的每一列里都有 $+1$、-1 元素，或者全是零元素，则 $\det\boldsymbol{A}_a=0$. 如某一列只

有一个非零元素（±1），按这列展开计算行列式，则 $\det \boldsymbol{A}_a=(\pm 1)\cdot\Delta$. 其中 Δ 为该元素的代数余子式，它的结构仍然是每列有二个或一个或没有非零元. 如果 Δ 不等于零，仍按上述办法展开. 最后可得: $|\det \boldsymbol{A}_a|$ 或为 0 或为 1.

现在研究 $\boldsymbol{A}$ 的某个 $n\times n$ 子矩阵 $\boldsymbol{A}_a$. 有两种情况.

a）$\boldsymbol{A}_a$ 的列对应于一个树的 n 条支路. 树是连通图，$\boldsymbol{A}_a$ 的秩为 n，从而 $\det \boldsymbol{A}_a=1$ 或 -1.

b）与 $\boldsymbol{A}_a$ 的某些列对应的支路，构成了回路. 这时，对应 $\boldsymbol{A}_a$ 的图便不是连通图，至少有两个不连通的部分. 设某个部分不含地节点. 在 $\boldsymbol{A}_a$ 里，与这部分的节点相对应的诸行之和为 $\mathbf{0}$，即这些行线性相关，$\boldsymbol{A}_a$ 不是满秩的，$\det \boldsymbol{A}_a=0$.

2. 基本回路矩阵 $\boldsymbol{B}$ 和基本割集矩阵 $\boldsymbol{Q}$

从图中选一个树 T，令 t、l 分别代表树支数和连支数，则 $t=n$，$l=b-n$. 以后且使支路按连支、树支(也用 l、t 表示)顺序排列. 可以作出关于 T 的基本回路矩阵 $\boldsymbol{B}$（$l\times b$ 矩阵），且每个回路仅含一个连支. $\boldsymbol{B}$ 的元素 b_{ij} 规定为:

$b_{ij}=1$，支路 j 在回路 i 中且二者方向相同

$b_{ij}=-1$，支路 j 在回路 i 中且二者方向相反

$b_{ij}=0$，支路 j 不在回路 i 中

再规定回路方向为在所含连支上与该连支方向一致，回路编号顺序与有关连支编号顺序一致，则 $\boldsymbol{B}$ 的形式如下:

$$\boldsymbol{B}=\begin{array}{c} \\ l \end{array}\!\!\begin{array}{cc} l & t \\ (\mathbf{1} & \boldsymbol{B}_{12}) \end{array} \tag{1.6}$$

$\boldsymbol{B}$ 的秩是 l. 其它回路矩阵可通过 $\boldsymbol{B}$ 表示.

还可以作出关于 T 的基本割集矩阵 $\boldsymbol{Q}$（$n\times b$ 矩阵），且每个割集仅含一个树支. $\boldsymbol{Q}$ 的元素 q_{ij} 规定如下:

$q_{ij}=1$，支路 j 在割集 i 中且二者方向相同

$q_{ij}=-1$，支路 j 在割集 i 中且二者方向相反

$q_{ij}=0$，支路 j 不在割集 i 中

再规定割集方向为在所含树支上与该树枝方向一致，割集编号顺序与有关树支编号顺序一致，则 $\boldsymbol{Q}$ 的形式如下：

$$\boldsymbol{Q} = \begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} l & t \end{array} \\ t & \begin{pmatrix} \boldsymbol{Q}_{11} & \boldsymbol{1} \end{pmatrix} \end{array} \tag{1.7}$$

其它割集矩阵可通过 $\boldsymbol{Q}$ 表示．将降阶关联矩阵 $\boldsymbol{A}$ 对应分块：

$$A = \begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} l & t \end{array} \\ t & \begin{pmatrix} \boldsymbol{A}_{11} & \boldsymbol{A}_{12} \end{pmatrix} \end{array} \tag{1.8}$$

由于(见习题 1-7)

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{B}^T=\boldsymbol{0},\qquad \boldsymbol{Q}\boldsymbol{B}^T=\boldsymbol{0} \tag{1.9}$$

$\boldsymbol{A}_{12}$ 有逆(它的列与树对应)，乃有：

$$\boldsymbol{Q}_{11}=-\boldsymbol{B}_{12}^T=\boldsymbol{A}_{12}^{-1}\boldsymbol{A}_{11} \tag{1.10}$$

计算 $\boldsymbol{A}_{12}^{-1}\boldsymbol{A}_{11}$ 的一种方法见附录 1-1．此外，有下述结论．

1. $\boldsymbol{B}$、$\boldsymbol{Q}$ 都是全单模矩阵．

证　首先证明非奇异全单模矩阵 $\boldsymbol{C}$ 的逆是全单模矩阵．因为 $\boldsymbol{C}^{-1}$ 的任何方子阵的行列式，等于 $\boldsymbol{C}$ 的某个方子阵的行列式除以 $\boldsymbol{C}$ 的行列式(可能差一负号)[1]．由 $\boldsymbol{C}$ 的全单模性立即得出 $\boldsymbol{C}^{-1}$ 的全单模性．

作非奇异矩阵 $\boldsymbol{F}$：

$$\boldsymbol{F}=\begin{pmatrix} \boldsymbol{1} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{A}_{11} & \boldsymbol{A}_{12} \end{pmatrix}$$

其中 $\boldsymbol{1}$ 是 $l\times l$ 单位矩阵．显然 $\boldsymbol{F}$ 是全单模的．

$$\boldsymbol{F}^{-1}=\begin{pmatrix} \boldsymbol{1} & \boldsymbol{0} \\ -\boldsymbol{A}_{12}^{-1}\boldsymbol{A}_{11} & \boldsymbol{A}_{12}^{-1} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \boldsymbol{1} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{B}_{12}^T & \boldsymbol{A}_{12}^{-1} \end{pmatrix}$$

$\boldsymbol{F}^{-1}$ 是全单模的，从而 $\boldsymbol{B}_{12}^T$、$\boldsymbol{Q}_{11}$ 是全单模的，$\boldsymbol{B}$、$\boldsymbol{Q}$ 是全单模

1) 参阅甘特马赫尔著：矩阵论(上册)，柯召译，高等教育出版社，21—22页，1956．

的.

2. 设 $\boldsymbol{Q}_a$ 是 $\boldsymbol{Q}$ 的一个 $t \times t$ 子矩阵. 如果 $\boldsymbol{Q}_a$ 的诸列对应于一个树的树支, 则 $|\det\boldsymbol{Q}_a| = 1$. 如果与 $\boldsymbol{Q}_a$ 诸列对应的支路里含有回路,则 $\det\boldsymbol{Q}_a = 0$(证明从略).

3. 设 $\boldsymbol{B}_a$ 是 $\boldsymbol{B}$ 的一个 $l \times l$ 子矩阵. 如果 $\boldsymbol{B}_a$ 的诸列对应于关于某个树的余树的支路, 则 $|\det\boldsymbol{B}_a| = 1$. 如果与 $\boldsymbol{B}_a$ 诸列对应的支路里含有割集,则 $\det\boldsymbol{B}_a = 0$.

证 首先改变支路编号顺序,使 $\boldsymbol{B}$ 具有下述形式:

$$\boldsymbol{B} = (\boldsymbol{B}_a \quad \boldsymbol{B}_b)$$

如果 $\boldsymbol{B}_a$ 诸列与关于树 T' 的余树对应, 则 $\boldsymbol{B}_b$ 的诸列与 T' 对应. 另作关于 T' 的基本回路矩阵 $\boldsymbol{B}'$, 则

$$\boldsymbol{B}' = (\boldsymbol{1} \quad \boldsymbol{B}_c)$$

于是存在 $l \times l$ 非奇异方阵 $\boldsymbol{K}$, 使得 $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{K}\boldsymbol{B}'$, 从而 $\boldsymbol{B}_a = \boldsymbol{K}$, $\det\boldsymbol{B}_a \neq 0$. 由 $\boldsymbol{B}$ 的全单模性知, $|\det\boldsymbol{B}_a| = 1$. 在另一情况下, 如果与 $\boldsymbol{B}_a$ 各列对应的支路里含有割集, 则与 $\boldsymbol{B}_b$ 对应的支路不能构成树,其中至少有一个回路,记作 $\boldsymbol{B}_i$, 则

$$\boldsymbol{B}_i = (\boldsymbol{0} \quad \boldsymbol{B}_c)$$

$1 \times b$ 矩阵 $\boldsymbol{B}_i$ 应能由 $\boldsymbol{B}$ 的各行的线性组合表示,即存在不是 $\boldsymbol{0}$ 的 $1 \times l$ 矩阵 $\boldsymbol{K}'$,使得

$$\boldsymbol{B}_i = \boldsymbol{K}'\boldsymbol{B} = (\boldsymbol{K}'\boldsymbol{B}_a \quad \boldsymbol{K}'\boldsymbol{B}_b)$$

所以
$$\boldsymbol{K}'\boldsymbol{B}_a = \boldsymbol{0}$$

这意味着 $\boldsymbol{B}_a$ 的各行是线性相关的,所以 $\det\boldsymbol{B}_a = 0$.

1-3 电路方程及其基本解法

设在电路的图里选一树 T. 令 $\boldsymbol{I}$、$\boldsymbol{I}_l$、$\boldsymbol{I}_t$ 分别代表支路电流、连支电流及树支电流向量. $\boldsymbol{U}$、$\boldsymbol{U}_l$、$\boldsymbol{U}_t$ 分别代表支路电压、连支电压及树支电压向量. 则基尔霍夫第一定律(KCL)

和第二定律(KVL)可表述如下:

$$\text{KCL:}\quad \boldsymbol{AI} = \boldsymbol{A}_{11}\boldsymbol{I}_l + \boldsymbol{A}_{12}\boldsymbol{I}_t = \boldsymbol{0} \tag{1.11}$$

$$\boldsymbol{QI} = \boldsymbol{Q}_{11}\boldsymbol{I}_l + \boldsymbol{I}_t = \boldsymbol{0} \tag{1.12}$$

$$\text{KVL:}\quad \boldsymbol{BU} = \boldsymbol{U}_l + \boldsymbol{B}_{12}\boldsymbol{U}_t = \boldsymbol{0} \tag{1.13}$$

所以

$$\boldsymbol{I} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{I}_l \\ \boldsymbol{I}_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{1} \\ -\boldsymbol{Q}_{11} \end{pmatrix} \boldsymbol{I}_l = \boldsymbol{B}^T\boldsymbol{I}_l \tag{1.14}$$

$$\boldsymbol{U} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{U}_l \\ \boldsymbol{U}_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\boldsymbol{B}_{12} \\ \boldsymbol{1} \end{pmatrix} \boldsymbol{U}_t = \boldsymbol{Q}^T\boldsymbol{U}_t \tag{1.15}$$

KCL、KVL 方程只决定于电路的图. 另外, Tellegen 定理也只由电路的图决定,即:

$$\boldsymbol{U}^T\boldsymbol{I} = (\boldsymbol{Q}^T\boldsymbol{U}_t)^T(\boldsymbol{B}^T\boldsymbol{I}_l) = \boldsymbol{U}_t^T(\boldsymbol{Q}\boldsymbol{B}^T)\boldsymbol{I}_l$$

考虑到式(1.9),有

$$\boldsymbol{U}^T\boldsymbol{I} = 0$$

除地节点外,引入节点(对地)电位向量 $\boldsymbol{\varphi}$ ($t \times 1$ 矩阵),有

$$\boldsymbol{U} = \boldsymbol{A}^T\boldsymbol{\varphi} \tag{1.16}$$

考虑到式(1.9),上式必然满足 KVL 式(1.13). 这里从电路角度对上节的一些结论作一解释. 从支路电压向量中,挑出 t 个分量构成向量 $\boldsymbol{U}_a$,它应能从 $\boldsymbol{A}$ 中的某个方子矩阵 $\boldsymbol{A}_a$ 算出如下:

$$\boldsymbol{U}_a = \boldsymbol{A}_a^T\boldsymbol{\varphi}$$

如果这 t 个支路含有回路,则 $\boldsymbol{U}_a$ 的某些分量(回路电压)要受到 KVL 的约制,任意给定 $\boldsymbol{U}_a$ 不必能解出 $\boldsymbol{\varphi}$,便有 $\det\boldsymbol{A}_a = 0$. 如果这 t 个支路构成树,则它们的支路电压可以取任何值. 任意给定 $\boldsymbol{U}_a$ 不会违背 KVL,不导致矛盾,此时 $\det\boldsymbol{A}_a \neq 0$. 对于 $\boldsymbol{B}$、$\boldsymbol{Q}$ 可作出类似解释.

设一般支路如图 1.4 所示. 其中, E_k、J_k 分别代表独立电压源的电动势和独立电流源的电流. U_k、I_k 分别代表这支

路的电压和电流. u_k、i_k 分别代表电阻元件(或阻抗元件)的电压及电流. 有:

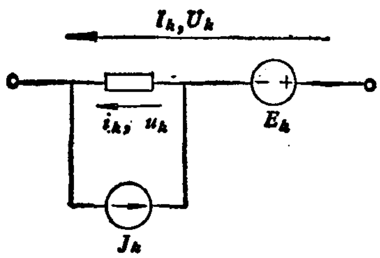


图 1.4 一般支路

$$U_k = u_k + E_k$$

$$I_k = i_k - J_k$$

令阻抗元件电压、电流向量为 $\boldsymbol{u}=(u_1、u_2、\cdots、u_b)^T$, $\boldsymbol{i}=(i_1、i_2、\cdots、i_b)^T$, b 是支路数. 类似地定义支路电压源电动势向量 $\boldsymbol{E}$ 及支路电流源向量 $\boldsymbol{J}$. 由 KCL 及 KVL 可以列出:

$$\boldsymbol{Ai} = \boldsymbol{AJ}, \quad \boldsymbol{Qi} = \boldsymbol{QJ} \tag{1.17}$$

$$\boldsymbol{Bu} = -\boldsymbol{BE} \tag{1.18}$$

又

$$\boldsymbol{i} = \boldsymbol{Yu}, \quad \boldsymbol{u} = \boldsymbol{Zi} \tag{1.19}$$

$\boldsymbol{Y}$、$\boldsymbol{Z}$ 分别为阻抗元件的导纳矩阵和阻抗矩阵,它们不必是对角矩阵,即元件之间可以有互易的或非互易的耦合. 常见的解电路的几种方法列出如下.

节点法　以节点(对地)电位向量 $\boldsymbol{\varphi}$ 为求解对象. 注意到式(1.16),有:

$$\boldsymbol{AJ} = \boldsymbol{AYu} = \boldsymbol{AY}(\boldsymbol{U} - \boldsymbol{E}) = \boldsymbol{AYA}^T\boldsymbol{\varphi} - \boldsymbol{AYE}$$

或

$$\boldsymbol{Y}_t\boldsymbol{\varphi} = \boldsymbol{A}(\boldsymbol{J} + \boldsymbol{YE}) \tag{1.20}$$

其中,$\boldsymbol{Y}_t \triangleq \boldsymbol{AYA}^T$ 是节点导纳矩阵,等号右端项是等效节点(注入)电流源的电流向量.

割集法　以树支电压向量 $\boldsymbol{U}_t$ 为求解对象. 类似节点法可得到

$$(\boldsymbol{QYQ}^T)\boldsymbol{U}_t = \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{J} + \boldsymbol{YE}) \tag{1.21}$$

回路法　以连支电流向量 $\boldsymbol{I}_l$ 为求解对象. 由式(1.18)及式(1.14),