网络

技术

何泳玲 编

上海交通大学出版社

网络技术

何泳玲　编

上海交通大学出版社

网 络 技 术

出　版：上海交通大学出版社
（淮海中路1984弄19号）
发　行：新华书店上海发行所
印　刷：上海交通大学印刷厂
开　本：787×1092（毫米）1/32
印　张：5.25
字　数：118000
版　次：1989年6月　第1版
印　次：1989年7月　第1次
印　数：1—4800
科　目：408—268
ISBN7—313—00479—6/C·93
定价：1.05元

前　言

网络技术是用网络图形作为数学模型来描述系统，进而求解系统中各种实际问题的技术。诸如，沿确定的厂内道路架设电话线，采用哪种架设方式会使电话线总长最小的最小树问题；欲将原料从某产地运往指定加工厂，走哪条路最短的最短路径问题；要求确定某项任务的总工期，或者确定最低费用下的最佳工期，或者进行资源均衡、计划调优的网络计划问题等，这些都涉及了网络技术问题。实践证明，网络技术能为许多工程问题和管理问题提供确切的数学模型和求解方法。

网络计划技术，即统筹法，是现代管理科学中一项行之有效的方法。为此，本书以它为重点，同时还介绍了最小树和最短路径等内容。

本书在编写中，文字上力求通俗易懂，便于自学；内容上结合工程、经济和管理的实例，以讲述方法和应用为主，并附有各方法的电子计算机BASIC语言程序及部分实例的输出结果，这样可便于读者参考并应用于解决实际问题。

本书可供管理工程专业与其它专业的本科生和专修科学生作教材用，也可作为从事管理工作人员及科技人员的自学用书。

在本书的编写过程中，得到了院、系领导及有关部门的关心、支持和鼓励，得到了丁文仁副教授的指导。凌泽荣同志承担了插图设计、部分章节修改、全书校核、定稿工作。在此，编者向对本书给予帮助和支持的领导和同志们表示深切的谢意。

鉴于编者水平所限，谬误在所难免，敬请读者批评指正。

何泳玲　1988年4月

目　　录

第一章　图论的基本概念

网络技术的主要基础是图论。欧拉在1736年发表了图论方面的第一篇论文，解决了著名的哥尼斯堡七桥问题，成为图论的创始人。1847年基尔霍夫在电路理论中求解联立方程组时，引入了“树”的概念，是第一个把图论应用到实际问题的人，可惜他的创见长期没有被人重视。直到近几十年来，由于科学技术的发展，电子计算机的出现和广泛应用及运筹工作者研究实际问题的结果，使得图论有了惊人的发展。它解决了许多工程设计和管理决策的最优化问题，并随之形成了一系列网络计划管理的现代化方法。

为此，我们首先就网络技术中所涉及的有关图论的基本概念予以简述。

§ 1.1　图

在日常的生活和工作中，人们经常见到一些图，例如，描述各子系统及其空间联系的有交通图、管路图、流程图，描述各变量因果关系的有信号流图，描述各子系统及其时间先后的有统筹图等。

图论中所研究的图，指的是由若干个点和连接这些点的连线所组成的图形。它不要求按比例尺绘制，其线段不代表真正的长度，点和线条的位置具有随意性。它只注重反映点、线之间的逻辑关系。因此，它不同于解析几何或者函数论中

的图。图中的点称为节点（或结点、顶点），可用N表示一个图中所有节点的集合。节点间的连线如果不带有表示方向的箭头，就称之为无向支路或边，如果标上箭头，就称之为有向支路或弧。节点x_1和x_2之间的边可用(x_1,x_2)或(x_2,x_1)表示，由节点x_0到x_1的弧则用(x_0,x_1)表示。

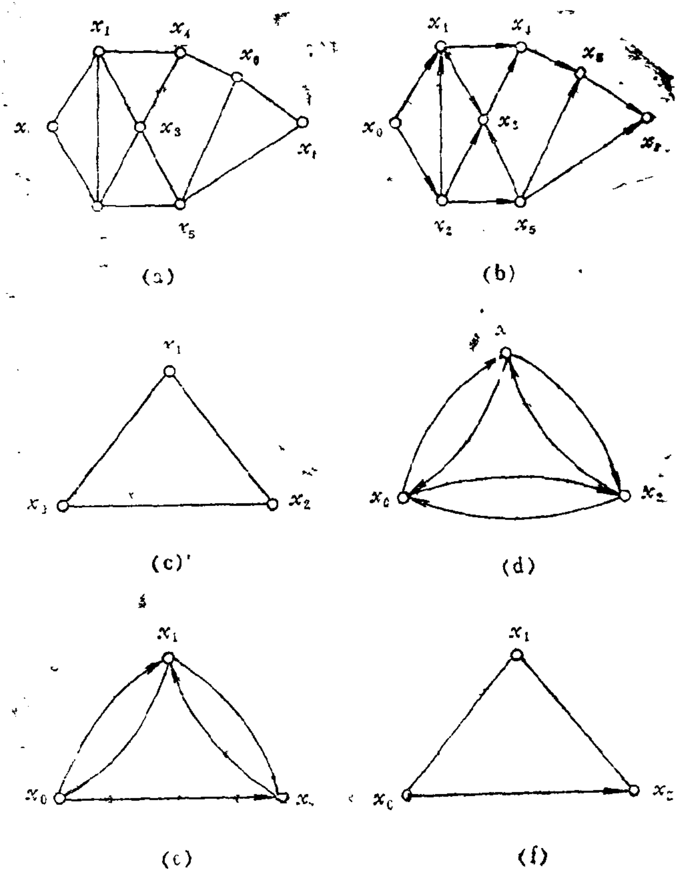
无向图是由节点和边组成的图，如图1.1(a)所示。如果点集合用$N=\{x_0,x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6,x_t\}$表示，边的集合用$E=\{(x_0,x_1),(x_1,x_2),(x_0,x_2),(x_1,x_3),(x_1,x_4),(x_2,x_3),(x_2,x_5),(x_3,x_4),(x_3,x_5),(x_4,x_6),(x_5,x_6),(x_5,x_t),(x_6,x_t)\}$表示，则无向图可记为$G_n=[N,E]$。

有向图是由节点和弧组成的图，如图1.1(b)所示。如果用U表示图中所有弧的集合，即$U=\{(x_0,x_1),(x_0,x_2),(x_1,x_3),(x_1,x_4),(x_2,x_1)(x_2,x_3),(x_2,x_5),(x_3,x_4),(x_4,x_6),(x_5,x_3),(x_5,x_6),(x_5,x_t),(x_6,x_t)\}$。则有向图可记为$G_d=[N,U]$。

§ 1.2　有向图与无向图的关系

若将有向图上的全部箭头去掉，所得到的无向图称之为该有向图的“相伴无向图”，如图1.1(a)就是图1.1(b)的相伴无向图。

若将无向图的每一条边都换成一对反向弧，则得到一个有向图，称为“对称有向图”，如图1.1(c)与图1.1(d)。“不对称有向图”如图1.1(e)，它可改画为既有边又有弧的“混合图”，如图1.1(f)所示。



(a)　(b)

(c)　(d)

(e)　(f)

图 1 1

§ 1.3　网络

一、对于有向图的情况

如果两个节点 x_0 和 x_1 之间有一条弧(x_0 , x_1) 或 (x_1 ,

x_0)，则称 x_0 与 x_1 为相邻节点。图 1.1(b)中 x_1 的相邻节点有x_0，x_2，x_3和 x_4，而 x_4 与 x_5 是不相邻的。只有输出弧的节点称源节点（或发点）如 x_0；只有输入弧的节点称汇节点（或收点）如 x_t。

由依次相邻但不重复的节点排成的点列称简单链。如图 1.1(b)中的点列$\{x_1, x_2, x_3, x_5, x_6\}$ 就称为由 x_1 到 x_6 的一条简单链。它对应的弧列为$\{(x_2, x_1), (x_2, x_3), (x_5, x_3), (x_5, x_6)\}$，其中方向与简单链前进方向一致的弧，如 (x_2, x_3)和(x_5, x_6)称为顺向弧，方向相反的弧如(x_2, x_1)和(x_5, x_3)则称为逆向弧。

全部由顺向弧排成的简单链称为简单路径（或路径），如图 1.1(b)中，点列$\{x_1, x_3, x_4, x_6\}$或弧列$\{(x_1, x_3), (x_3, x_4), (x_4, x_6)\}$即为由 x_1 到 x_6 的简单路径。

由依次相邻的除始点和终点相同以外都不重复的节点排成的点列称为圈。如图 1.1(b)中，点列$\{x_1, x_2, x_3, x_1\}$就是一个圈，它对应的弧列为$\{(x_2, x_1), (x_1, x_3), (x_2, x_3)\}$。

全部由同向弧排成的圈称为回路。如在图 1.1(n) 中，将弧(x_2, x_3)反向为(x_3, x_2)，则点列$\{x_1, x_2, x_3, x_1\}$ 是一个回路，对应的弧列为$\{(x_1, x_3), (x_3, x_2), (x_2, x_1)\}$。

二、对于无向图的情况

设有两个无向图 $G_{n1}=[N_1, E_1]$，$G_{n2}=[N_2, E_2$

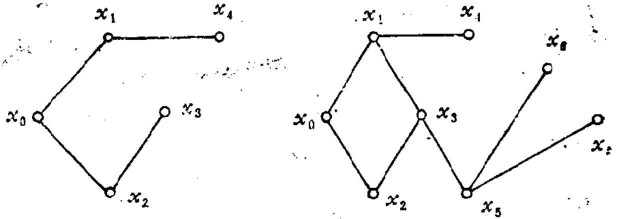
如果$N_1 \subseteq N_2$，$E_1 \subseteq E_2$，则称 G_{n1} 是 G_{n2} 的子图。

如果$N_1 \subset N_2$，$E_1 \subset E_2$，则称 G_{n1} 是 G_{n2} 的真子图。如图 1.2(a)是图 1.1(a)的真子图

如果$N_1 = N_2$，$E_1 \subset E_2$，则称 G_{n1}为 G_{n2} 的一个部分图（或称支撑子图）。例如，图 1.2(b)是图 1.1(a) 的一个部

分图。

在无向图中，一条边两端的节点称相邻节点。只与一条边关联的节点称为悬挂点，如图 1.2(b)中节点 x_4，x_6 和 x_7。



(a)　　(b)

图 1.2

而与它关联的那条边称悬挂边。在无向图中，路径和链，回路和圈的概念是一致的，与有向图中的相应定义类似，只要把弧改成边即可。

一个图中，若任意两节点之间至少有一条链，则称此图为连通图，如图 1.1(a)所示。否则，称为不连通图，如图 1.3。以下除特别说明外，我们都假设给定的图是连通的。

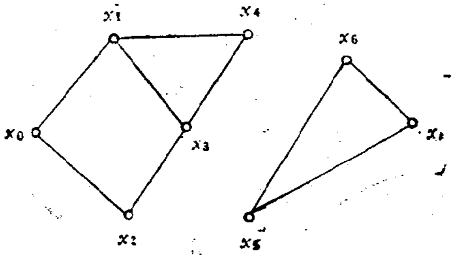
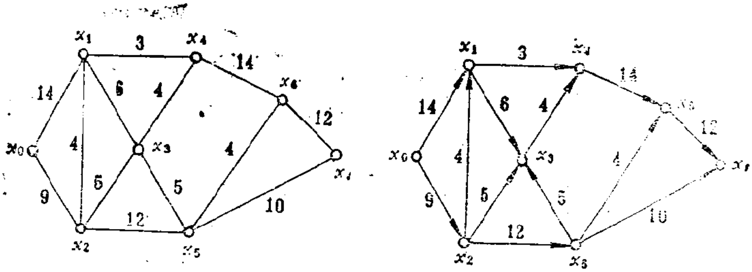


图 1.3

网络是支路上带有数量指标(或称权)的连通图。根据所研究的系统及所讨论问题的需要，其数量指标可以表示距离、费用、时间或流量等。网络也可分为无向网络和有向网络，如图 1.4(a)和(b)，分别记作 $G_u=[N,E,L]$和 $G_d=[N,U,L]$，其中L表示边长（或弧长）的集合。有时网络与图不加区别统称为图。



(a) 无向网络　　(b) 有向网络

图 1.4

§ 1.4 图的矩阵表示

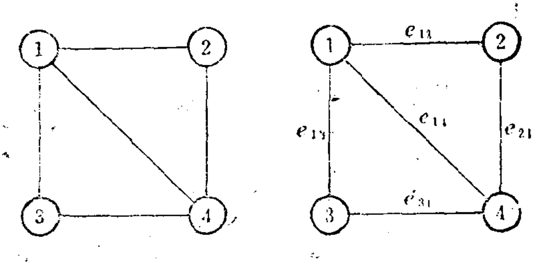
矩阵是研究图论的一种有效工具，特别是利用计算机来研究图的算法时，首先遇到的是如何让计算机来识别图，这不得不借助于矩阵。图的矩阵表示方法各种各样，这里仅简单介绍在“最小树问题”及“最短路径问题”的计算机算法中所采用的表示方法。

一、相邻矩阵 A

设无向图（或有向图）G 有 n 个节点，描述图 G 的相邻矩阵为 $\mathbf{A}_G=[a_{ij}]_{n\times n}$。行号 i 表示边（或弧）的始节点，

列号 j 表示终节点。元素 a_{ij} 的定义式为：

$$a_{ij}=\begin{cases}1 & \text{从节点 } i \text{ 到 } j \text{ 有边（或弧）相连；}\\ 0 & \text{其它。}\end{cases}$$



(a) 无向图　　(b) 无向网络

图 1.5

例如，图 1.5(a)所示的无向图可表示为：

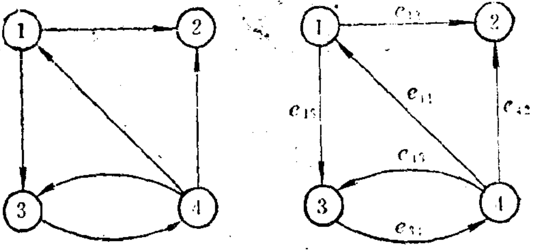
$$\mathbf{A}_G=\begin{array}{c|cccc} i/j & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array}$$

图1.6所示的有向图可表示为：

$$\mathbf{A}_G=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

若给图 G 的各边（或弧）赋予权 e_{ij}，即得相应的网络，描述网络的相邻矩阵可表示为 $\mathbf{A}_N=[a_{ij}]_{n\times n}$。其中元素 a_{ij} 的定义式改为：

$$a_{ij}=\begin{cases} e_{ij} & \text{从节点 } i \text{ 到 } j \text{ 的边（或弧）的权数；} \\ 0 & \text{当 } i=j\text{；} \\ D & \text{从节点 } i \text{ 到 } j \text{ 无边（或弧）相连（} D \text{为一个足够大的数）。} \end{cases}$$



(a) 有向图　　　　(b) 有向网络

图 1.6

例如，图 1.5(b)所示的无向网络可表示为：

$$\mathbf{A}_N=\begin{pmatrix} 0 & e_{12} & e_{13} & e_{14} \\ e_{12} & 0 & D & e_{24} \\ e_{13} & D & 0 & e_{34} \\ e_{14} & e_{24} & e_{34} & 0 \end{pmatrix}$$

图 1.6(b)所示的有向网络可表示为：

$$\mathbf{A}_N=\begin{pmatrix} 0 & e_{12} & e_{13} & D \\ D & 0 & D & D \\ D & D & 0 & e_{34} \\ e_{41} & e_{42} & e_{43} & 0 \end{pmatrix}$$

二、 索引矩阵I

描述图G的索引矩阵为I_G，其列表示图中各弧（或边），其行表示各弧（或边）的始、终节点的序号。

例如，图1.6(a)所示的有向图的索引矩阵可表示为

$$I_G = \begin{array}{c} (\text{始节点}) \\ (\text{终节点}) \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 4 & 4 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

描述一个网络的索引矩阵为I_N，其中e_{ij}表示各边（或弧）的权。

例如，图1.6(b)所示的有向网络的索引矩阵可表示为

$$I_N = \begin{array}{c} (\text{权数}) \\ (\text{始节点}) \\ (\text{终节点}) \end{array} \begin{pmatrix} e_{12} & e_{13} & e_{34} & e_{41} & e_{42} & e_{43} \\ 1 & 1 & 3 & 4 & 4 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

可以类似地表示无向图和无向网络的索引矩阵，此处从略。

第二章　最小树问题

§ 2.1　树和最小树

一个连通的、无圈的无向图称为树。例如，图 1.4(a) 中，已知有八个工厂($x_0,x_1,\cdots,x_7$),要在它们之间架设电话线，要求任何两个工厂都可以彼此通话（允许通过其它工厂），并且电话线的总长最短。显然，其电话线网必是一棵树。

如果图 $G_n=[N,E]$的部分图 $T_n=[N,E']$是树，则称 T_n 为 G_n 的部分树。如图 2.1 是图 1.4(a)的一个部分树。

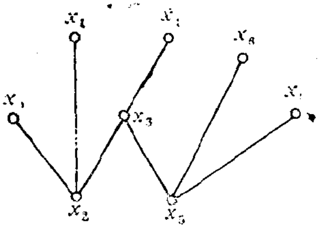


图 2.1

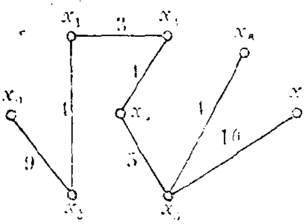


图 2.2

在无向网络上，连接所有节点的各边其权总和为最小的部分树，称为最小树。如图 2.2 就是图 1.4(a) 的最小树，其各边权总和为 39 单位，是最小值。

§ 2.2　树的迭代性质

性质 1　加边成圈。如果在一棵树中，两个不相邻节点