三精丛书

最新中考总复习

精导　精析　精练

数　学

王立明　主编

煤炭工业出版社

图书在版编目（CIP）数据

最新中考总复习精导精析精练：数学/王立明主编．－北京：煤炭工业出版社，1999

（三精丛书）

ISBN 7－5020－1712－7

Ⅰ．最…　Ⅱ．王…　Ⅲ．数学课－初中－升学参考资料　Ⅳ．G633．603

中国版本图书馆 CIP 数据核字（1999）第 16274 号

三精丛书

最新中考总复习 精导 精析 精练

数　学

王立明　主编

责任编辑：田园　王国慧

*

煤炭工业出版社　出版

（北京朝阳区霞光里 8 号　100016）

北京宏伟胶印厂　印刷

新华书店北京发行所　发行

*

开本 850×1168mm 1/32　　印张 9 1/4

字数 239 千字　　印数 1—6,000

1999 年 8 月第 1 版　　1999 年 8 月第 1 次印刷

书号 4483　　定价 11.80 元

前　言

《三精丛书》是根据教育部最新教学大纲、最新教材调整意见、最新中考说明要求，以及关于推进中小学素质教育的最新精神组织编写的。

《三精丛书》为教学、教改服务，可作为初三总复习时学生、教师参考用书，内容按学科分为语文、数学、英语、物理四个分册。

《三精丛书》将初中三年教材所涉及的教学内容精心归纳，以板块结构形式对各知识点进行精导、精析、精练，使总复习从点入手，以点连线，以线带面，整体提高。

精导　精心归纳总结各知识单元的知识结构与能力要求，提示知识重点、难点，使学生对所学知识有系统、完整的认识。

精析　精选例题，通过精析、精解例题的知识点，给学生以解题思路及方法步骤，使学生拓宽思路，触类旁通，提高灵活运用知识分析和解决问题的能力。

精练　精心设计单元自测和综合能力测试题型，通过单元自测，使学生检测自己对单元知识的掌握程度；综合能力测试题分A、B卷，A卷为基本试卷，考查学生是否达到义务教育初中毕业的合格标准，具有学科基本知识、基本能力，B卷为具有选拔功能的试卷，有一定的层次和难度。学生可根据自己的情况选做。

《三精丛书》最后附有模拟试卷，完全按中考要求出题，使学生全面自检三年所学知识。丛书中所有试题均附有参考答案，难题答案中有提示或题解。

《三精丛书》每册印有读者反馈意见和联系地址回执，凡将回执寄回出版社者，将在2000年中考前获得一份由教师认真领会最新中考精神，在临近考期出的“中考模拟试卷”。

代 数 部 分

第一单元　数　与　式

[illegible]

一、知识结构

- 实数
  - 实数概念
    - 实数分类
    - 数轴
    - 绝对值
    - 相反数
    - 倒数
    - 平方根
  - 实数运算
    - 实数大小比较
    - 去括号法则
    - 指数运算法则
    - 运算律

- 代数式
  - 代数式概念
    - 列代数式
    - 代数式分类
      - 无理式
      - 有理式
        - 整式
        - 分式
  - 代数式运算
    - 求代数式的值
    - 整式、分式、根式
      - 添（去）括号法则
      - 加减乘除乘方
      - 运算律

二、重点难点及能力要求

本单元的重点涉及两方面：一实数，主要是实数的有关概念，

实数运算及运算律；二代数式，主要是整式、分式、二次根式的有关概念，整式的因式分解，整式、分式、二次根式的运算。

（1）实数的分类

$$
\text{实数}\begin{cases}
\text{有理数}\begin{cases}
\text{整数}\begin{cases}\text{正整数}\\ \text{零}\\ \text{负整数}\end{cases}\\
\text{分数}\begin{cases}\text{正分数}\\ \text{负分数}\end{cases}
\end{cases}\text{有限小数或无限循环小数}\\
\text{无理数}\begin{cases}\text{正无理数}\\ \text{负无理数}\end{cases}\text{无限不循环小数}
\end{cases}
$$

（2）数轴：规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴。实数和数轴上的点有一一对应的关系。

（3）相反数：实数 a 与 $-a$ 叫做互为相反数，零的相反数是零。

（4）绝对值：在数轴上表示一个实数的点到原点的距离，叫做这个实数的绝对值。

$$
|a|=\begin{cases}a & (a>0)\\ 0 & (a=0)\\ -a & (a<0)\end{cases}
$$

（5）实数大小的比较：①在数轴上表示的两个实数，右边的总比左边的大；②负实数 $<0<$ 正实数，两个负实数绝对值大的反而小。

（6）实数运算中的几种非负形式：① $a^2\geqslant 0$（a 为实数）；② $|a|\geqslant 0$（a 为实数）；③ $\sqrt{a}\geqslant 0$（a 为非负实数）；④ $\sqrt{a^2}=|a|$（a 为实数）。

（7）平方根：如果 $x^2=a$，那么 x 就叫做 a 的平方根。正数有两个平方根，它们互为相反数；零的平方根是零；负数没有平方根。

（8）算术平方根：正数 a 的正的平方根叫做 a 的算术平方根，零的算术平方根是零。

(9) 科学记数法：把一个数记作 $\pm a\times 10^n$ 形式（$1<a<10$），称为科学记数法。

(10) 有效数字：从左边第一个不是 0 的数字起，到精确到的数位止，所有的数字都是这个数的有效数字。

(11) 实数的运算顺序和运算律。没有括号时，先乘方、开方，再乘、除，最后加、减，同级运算从左到右；有括号时，应先算括号内的运算；依据运算律可以改变上述运算顺序。

(12) 代数式的分类：

$$\text{代数式}\begin{cases}\text{有理式}\begin{cases}\text{整式}\begin{cases}\text{单项式}\\ \text{多项式}\end{cases}\\ \text{分式}\end{cases}\\ \text{无理式}\end{cases}$$

(13) 同类项：在多项式中，所含字母相同并且相同字母的指数也分别相同的项，叫做同类项。

(14) 指数运算法则（m、n 均为正整数）

$$a^m\cdot a^n=a^{m+n}\qquad a^m\div a^n=a^{m-n}(a\neq 0,m>n)$$

$$(ab)^m=a^mb^m\qquad (a^m)^n=a^{mn}$$

$$a^0=1(a\neq 0)\qquad a^{-m}=\frac{1}{a^m}(a\neq 0)$$

(15) 乘法公式：

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

$$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$$

$$(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)=a^3\pm b^3$$

(16) 因式分解的方法：①提公因式法；②运用公式法；③分组分解法；④十字相乘法；⑤求根公式法。

(17) 分式的基本性质：

$$\frac{A}{B}=\frac{A\cdot M}{B\cdot M},\frac{A}{B}=\frac{A\div M}{B\div M}\text{（}M\text{ 是不等于零的整式）}$$

(18) 分式的运算：

加减法：$\frac{a}{c}\pm\frac{b}{c}=\frac{a\pm b}{c}$

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$$

乘法：$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$

除法：$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$

乘方：$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$（$m$ 为正整数）

(19) 二次根式：式子 $\sqrt{a}$ $(a \geqslant 0)$ 叫做二次根式。

(20) 最简二次根式的条件：①被开方数的因数是整数，因式是整式；②被开方数中不含能开得尽方的因数或因式。

(21) 同类二次根式：被开方数相同的最简二次根式叫做同类二次根式。

(22) 二次根式的主要性质：

$$\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a & (a \geqslant 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad (a \geqslant 0,\ b \geqslant 0)$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \qquad (a \geqslant 0,\ b > 0)$$

(23) 分母有理化：把分母中的根式化去叫做分母有理化。

三、实例解析

例 1 指出下列各数中哪些是有理数、正数、整数、无理数、负数：$1.\dot{6}$，$-\sqrt{49}$，$\cos 45°$，1.732，0，$-\sqrt{(-2)^2}$，$-\pi$，$0.121121112\cdots\cdots$，$-\sqrt[3]{-27}$，$\sqrt{3}$，$1\frac{11}{12}$。

分析：无理数是无限不循环小数，不要以为带根号的数一定是无理数，也不能认为无理数都是开方开不尽的数。正数、负数的判定也不要只看表面而要看实质。

解：(1)有理数：$1.\dot{6}$，$-\sqrt{49}$，1.732，0，$-\sqrt{(-2)^2}$，$-\sqrt[3]{-27}$，

$1\frac{11}{12}$

(2) 正数：$1.\dot{6}$，$\cos45°$，1.732，0.121121112……，$-\sqrt[3]{-27}$，$\sqrt{3}$，$1\frac{11}{12}$

(3) 整数：$-\sqrt{49}$，0，$-\sqrt{(-2)^2}$，$-\sqrt[3]{-27}$

(4) 无理数：$\cos45°$，$-\pi$，0.121121112……，$\sqrt{3}$

(5) 负数：$-\sqrt{49}$，$-\sqrt{(-2)^2}$，$-\pi$

例 2 化去下列各式中绝对值的符号

(1) $|\sqrt{x}+1|$；(2) $|x^2-2x+3|$；(3) $|x-1|+x$。

分析：(1) 只要该式有意义，必有 $x\geqslant0$；(2) 把 x^2-2x+3 化为 $x^2-2x+1+2$，进而得出 $(x-1)^2+2$；(3) 按 $x\geqslant1$ 和 $x<1$ 两种情况讨论。

解：(1) $\because$ $\sqrt{x}\geqslant0$，$\therefore$ $|\sqrt{x}+1|=\sqrt{x}+1$

(2) $|x^2-2x+3|=|(x-1)^2+2|$，$\because$ $(x-1)^2\geqslant0$

$\therefore$ 原式 $=(x-1)^2+2=x^2-2x+3$

(3) 当 $x\geqslant1$ 时，$|x-1|+x=x-1+x=2x-1$

当 $x<1$ 时，$|x-1|+x=1-x+x-1$

$$\therefore\quad |x-1|+x=\begin{cases}2x-1 & (x\geqslant1)\\ 1 & (x<1)\end{cases}$$

例 3 已知 $\sqrt{x+y+z}+(2x+3z+3)^2+|y+2z-4|=0$，求 x、y、z 的值。

分析：$\because$ $|a|$，b^2，$\sqrt{c}$ $(c\geqslant0)$ 都是非负数，$\therefore$ 当 $|a|+b^2+\sqrt{c}=0$ 时，必有 $a=0$，$b=0$，$c=0$

解：$\because$ 已知 $\sqrt{x+y+z}+(2x+3y+3)^2+|y+2z-4|=0$，

$$\therefore 得\quad \begin{cases}x+y+z=0\\ 2x+3z+3=0\\ y+2z-4=0\end{cases}$$

解这个方程组，得 $\begin{cases}x=-3\\y=2\\z=1\end{cases}$

例4 如果 $a+|a|=0$，化简下列各式：

(1) $\sqrt{a^2}+a$；(2) $2-\sqrt{a^2-4a+4}$；

(3) $|1-a|+\sqrt{(a-1)^2}+2a$。

分析：由 $a+|a|=0$ 可得 $a\leqslant 0$，依据 $a\leqslant 0$ 讨论绝对值号内、根号内值的符号情况，以保证正确地化去绝对值号、根号。

解：$\because$ $a+|a|=0$，$\therefore$ $|a|=-a$，$\therefore$ $a\leqslant 0$，那么，

(1) $\sqrt{a^2}+a=|a|+a=-a+a=0$

(2) $2-\sqrt{a^2-4a+4}=2-\sqrt{(a-2)^2}$

$=2-|a-2|=2-(2-a)=a$

(3) $|1-a|+\sqrt{(a-1)^2}+2a=1-a+|a-1|+2a$

$=1-a+(1-a)+2a=2-2a+2a=2$

说明：化去根号时要注意算术平方根的意义，可先以绝对值过渡，避免出错。

例5 化简：$\sqrt[4]{(a+2)(a-2)+4a(\sqrt{a-1}+1)}$ $(a\geqslant 1)$。

分析：对于双重根号的化简，总的思路是想办法使第一个根号中的被开方数化成一个完全平方式。由于题中开4次方，这一思想还应指导我们进一步向深层探索……

解：$\sqrt[4]{(a+2)(a-2)+4a(\sqrt{a-1}+1)}$

$=\sqrt[4]{a^2-4+4a\sqrt{a-1}+4a}$

$=\sqrt[4]{a^2+4a\sqrt{a-1}+4(a-1)}$

$=\sqrt[4]{(a+2\sqrt{a-1})^2}$

$=\sqrt[4]{[(\sqrt{a-1}+1)^2]^2}=\sqrt{a-1}+1$

说明：最后的 $a+2\sqrt{a-1}=(\sqrt{a-1}+1)^2$ 不容易推出，但

只要有分析中阐明的解题思路，方向对头，还是可以解出来的。

例 6 已知 a、b 是有理数，且 $(a+\sqrt{3}b)^2=7-4\sqrt{3}$，求 a、b 的值。

分析：a、b 为有理数是解本题的一个重要已知条件，是关键时刻的突破口。例如，由原式推出 $a^2+3b^2-7+(2ab+4)\sqrt{3}=0$ 后，因为式中 a、b 是有理数，$\sqrt{3}$ 是无理数，所以 (a^2+3b^2-7) 与 $(2ab+4)\sqrt{3}$ 不会互为相反数，只能是 $a^2+3b^2-7=0$，$2ab+4=0$。解法二中，当得出 $a+\sqrt{3}b=\pm(2-\sqrt{3})$ 后，也是根据 a、b 是有理数而 $\sqrt{3}$ 是无理数，从而得出本题的解。

解法一：$\because\ (a+\sqrt{3}b)^2=7-4\sqrt{3}$

$\therefore\ a^2+3b^2+2ab\sqrt{3}=7-4\sqrt{3}$

即 $(a^2+3b^2-7)+(2ab+4)\sqrt{3}=0$

$\because$ a、b 是有理数而 $\sqrt{3}$ 是无理数

$$\therefore 得 \quad \begin{cases} a^2+3b^2-7=0 & ① \\ ab+2=0 & ② \end{cases}$$

①×2+②×7 得 $2a^2+7ab+6b^2=0$

$$(2a+3b)(a+2b)=0$$

$\therefore\ a=-\dfrac{3}{2}b$ 或 $a=-2b$

把 $a=-\dfrac{3}{2}b$ 代入②，得 $b=\pm\dfrac{2}{3}\sqrt{3}$

$\because$ b 是有理数，$\therefore$ $b=\pm\dfrac{2}{3}\sqrt{3}$ 舍去

把 $a=-2b$ 代入②，得 $b=\pm1$

那么，当 $b=1$ 时，$a=-2$；当 $b=-1$ 时，$a=2$

即 $\begin{cases} a=-2 \\ b=1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a=2 \\ b=-1 \end{cases}$

解法二：$\because\ 7-4\sqrt{3}=4-4\sqrt{3}+3$

$$=2^2-2\times2\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2=(2-\sqrt{3})^2$$

$\therefore\quad (a+\sqrt{3}b)^2=(2-\sqrt{3})^2$

那么$a+\sqrt{3}b=\pm(2-\sqrt{3})$

$\because\quad a$、b是有理数而$\sqrt{3}$是无理数

$\therefore\quad \begin{cases}a=2\\b=-1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=-2\\b=1\end{cases}$

说明：解法二得到$(a+\sqrt{3}b)^2=(2-\sqrt{3})^2$后，根据平方根的定义，感觉解会有四种情况，其实只是$a+\sqrt{3}b=\pm(2-\sqrt{3})$两种情况。

例7 已知实数a、b、c满足$a<0$、$b>0$、$c<0$，且$|a|>|b|>|c|$，化简：$|a+b+c|-|a-b|+|b-c|-|a+c|$。

分析：算式化简要去掉式中的绝对值符号，应先判明各绝对值符号内代数和的符号。这里最好从数形结合的观点出发，把实数a、b、c定性地表示在数轴上，利用数轴的直观性对绝对值符号内各实数代数和的符号情况作出准确判断，如图1－1。这样研究问题比抽象逻辑思维更快捷、可靠。

图1－1

解：$\because\quad a<0$，$b>0$，$c<0$，且$|a|>|b|>|c|$

$\therefore$ 可定性用图1－1表示a、b、c，由图可知：

$a+b+c<0, a-b<0, b-c>0, a+c<0$，那么，

$|a+b+c|-|a-b|+|b-c|-|a+c|$

$=-(a+b+c)+(a-b)+(b-c)+(a+c)$

$=-a-b-c+a-b+b-c+a+c$

$=a-b-c$

例8 因式分解：

(1) $(ax+by)^2+(ay-bx)^2+c^2x^2+c^2y^2$；

(2) $x^7-x^6-x^5+x^4-x^3+x^2+x-1$；

(3) $a^4+b^4+c^4-2a^2b^2-2b^2c^2-2a^2c^2$。

分析：(1) 虽然$c^2x^2+c^2y^2$有公因式c^2可提，但因提出后全式

再无后续手段，因此应先展开 $(ax+by)^2$ 与 $(ay-bx)^2$，再重新分组分解。(2) 这个多项式一共八项，既无公因式可提又无法直接套用公式，显然只有分组分解。可以两项一组，也可以四项一组，但必须服从分组后仍有后续手段为原则。(3) 分组无论两项一组还是三项一组都不可行，这时可考虑把 $-2a^2b^2$ 变为 $+2a^2b^2-4a^2b^2$，然后分组，还可利用公式继续分解。

解：(1) $(ax+by)^2+(ay-bx)^2+c^2x^2+c^2y^2$

$=a^2x^2+b^2y^2+2abxy+a^2y^2+b^2x^2-2abxy+c^2x^2+c^2y^2$

$=(a^2x^2+a^2y^2)+(b^2x^2+b^2y^2)+(c^2x^2+c^2y^2)$

$=a^2(x^2+y^2)+b^2(x^2+y^2)+c^2(x^2+y^2)$

$=(x^2+y^2)(a^2+b^2+c^2)$

(2) **解法一**：$x^7-x^6-x^5+x^4-x^3+x^2+x-1$

$=(x^7-x^6)-(x^5-x^4)-(x^3-x^2)+(x-1)$

$=x^6(x-1)-x^4(x-1)-x^2(x-1)+(x-1)$

$=(x-1)(x^6-x^4-x^2+1)$

$=(x-1)[x^4(x^2-1)-(x^2-1)]$

$=(x-1)(x^2-1)(x^4-1)$

$=(x-1)(x+1)(x-1)(x^2+1)(x+1)(x-1)$

$=(x-1)^3(x+1)^2(x^2+1)$

解法二：$x^7-x^6-x^5+x^4-x^3+x^2+x-1$

$=(x^7-x^6-x^5+x^4)-(x^3-x^2-x+1)$

$=x^4(x^3-x^2-x+1)-(x^3-x^2-x+1)$

$=(x^3-x^2-x+1)(x^4-1)$

$=[x^2(x-1)-(x-1)](x^2+1)(x^2-1)$

$=(x-1)(x^2-1)(x^2+1)(x^2-1)$

$=(x-1)^3(x+1)^2(x^2+1)$

(3) $a^4+b^4+c^4-2a^2b^2-2b^2c^2-2a^2c^2$

$=(a^4+b^4+2a^2b^2)-2c^2(a^2+b^2)+c^4-4a^2b^2$

$=(a^2+b^2)^2-2c^2(a^2+b^2)+c^4-4a^2b^2$

$=(a^2+b^2-c^2)^2-4a^2b^2$

$=(a^2+b^2-c^2+2ab)(a^2+b^2-c^2-2ab)$

$=[(a+b)^2-c^2][(a-b)^2-c^2]$

$=(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(a-b-c)$

例 9 计算：

$$\frac{x^2-3x+1}{x^2-3x+5}+\frac{x^2-3x+5}{x^2-3x+6}-\frac{1}{(x^2-3x+5)(x^2-3x+6)}$$

分析：由于在组成分式的多项式中，二次项与一次项都相同，所以可以先用一个简单的量替换重复出现的式子，即换元后进行化简，最后再代入原来的式子。

解：设 $x^2-3x+5=y$，把 y 代入原式，得

$$原式=\frac{y-4}{y}+\frac{y}{y+1}-\frac{1}{y(y+1)}$$

$$=\frac{(y-4)(y+1)+y^2-1}{y(y+1)}=\frac{2y^2-3y-5}{y(y+1)}$$

$$=\frac{(y+1)(2y-5)}{y(y+1)}=\frac{2y-5}{y}$$

将 $y=x^2-3x+5$ 代入化简后的式中，得

$$原式=\frac{2y-5}{y}=\frac{2(x^2-3x+5)-5}{x^2-3x+5}=\frac{2x^2-6x+5}{x^2-3x+5}$$

例 10 计算：

(1) $-5\frac{1}{2}\div2\frac{3}{4}+8\times0.5^3-(-2)^4\div|-2^4-(-2)^5|$；

(2) $(-3)\times(-2)^3\div2^2+\sqrt{(-2)^4}\div(-2)\times(-2)^2$。

分析：对于有理数的混合运算，要严格依照运算法则进行，特别注意不要搞错运算顺序及符号，这些都是最容易出错的地方。

解：(1) $-5\frac{1}{2}\div2\frac{3}{4}+8\times0.5^3-(-2)^4\div|-2^4-(-2)^5|$

$=-\frac{11}{2}\div\frac{11}{4}+8\times0.125-16\div|-16+32|$

$=-\frac{11}{2}\times\frac{4}{11}+1-16\div|16|$

$=-2+1-1=-2$

(2) $(-3)\times(-2)^3\div2^2+\sqrt{(-2)^4}\div(-2)\times(-2)^2$

$=(-3)\times(-8)\div4+4\div(-2)\times4$

$=24\div4-2\times4$

$=6-8=-2$

例 11 当 x 取何值时，下列分式有意义？分式的值为零？

(1) $\dfrac{x-1}{4x+2}$；　(2) $\dfrac{x^2+1}{|x|-2}$；　(3) $\dfrac{x^2-x-2}{x^2-5x+6}$。

分析：要使分式有意义，必须保证分式的分母不为零，也就是说除式中字母的取值不能使除式为零。要使分式的值为零，则要使分式的分子为零且分母不为零。

解：(1) 令分母 $4x+2=0$，得 $x=-\dfrac{1}{2}$

因此，当 $x\neq-\dfrac{1}{2}$时，分式$\dfrac{x-1}{4x+2}$有意义。

令分子 $x-1=0$，得 $x=1$

而当 $x=1$ 时，分母 $4x+2=6\neq0$

因此，当 $x=1$ 时，分式$\dfrac{x-1}{4x+2}=0$

(2) 令分母$|x|-2=0$，得 $x=\pm2$

因此，当 $x\neq\pm2$ 时，分式$\dfrac{x^2+1}{|x|-2}$有意义。

∵　无论 x 取何值，分子 $x^2+1>0$

∴　分式$\dfrac{x^2+1}{|x|-2}\neq0$

(3) 令分母 $x^2-5x+6=0$，得 $x=2$　或　$x=3$

因此，当 $x\neq2$ 且 $x\neq3$ 时，分式$\dfrac{x^2-x-2}{x^2-5x+6}$有意义。

令 $x^2-x-2=0$，得 $x=-1$ 或 $x=2$

而当 $x=-1$ 时，分母 $x^2-5x+6=12\neq0$

当 $x=2$ 时，分母 $x^2-5x+6=0$，分式无意义。

因此，当 $x=-1$ 时，分式$\dfrac{x^2-x-2}{x^2-5x+6}=0$

例 12　先化简再求值

已知$\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$是方程组$\begin{cases}(a-b)\ x+y=7\\bx+ay=1\end{cases}$的解，

求$\left[1-\dfrac{1}{ab+a+b+1}\cdot\left(\dfrac{a^3-1}{a-1}+a\right)\right]\div\left(\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}\right)$的值。

分析：把$\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$代入方程组，得一关于$a$、$b$的方程组，解之，求得$a$、$b$的值。然后待复杂的分式化简后，再代入$a$、$b$的值，求分式的值。

解：把$\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$代入方程组$\begin{cases}(a-b)x+y=7\\bx+ay=1\end{cases}$

得$\begin{cases}a-b+2=7\\b+2a=1\end{cases}$，解这个方程组，得 $\begin{cases}a=2\\b=-3\end{cases}$

$$\left[1-\frac{1}{ab+a+b+1}\cdot\left(\frac{a^3-1}{a-1}+a\right)\right]\div\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)$$

$$=\left[1-\frac{1}{(a+1)(b+1)}\cdot(a^2+a+1+a)\right]\div\frac{b-a}{ab}$$

$$=\left[1-\frac{(a+1)^2}{(a+1)(b+1)}\right]\cdot\frac{ab}{b-a}$$

$$=\left[1-\frac{a+1}{b+1}\right]\cdot\frac{ab}{b-a}\quad=\frac{b-a}{b+1}\cdot\frac{ab}{b-a}=\frac{ab}{b+1}$$

把$a=2$，$b=-3$代入上式，得

原式$=\dfrac{ab}{b+1}=\dfrac{2\times(-3)}{-3+1}=3$

例 13 在实数范围内分解因式：

(1) x^4-4；(2) $2x^2-\sqrt{3}x-3$；(3) $2x^2-8x+5$。

分析：(1) 逆用$(\sqrt{a})^2=a$ ($a\geqslant0$)，把非负有理数表示为一个数的平方，是实数范围内分解因式的常用方法；(2) 二次三项式$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$，其中$x_1$、$x_2$是它的两个根，由$ax^2+bx+c=0$，利用求根公式求得。

解：(1) $a^4-4=(a^2+2)(a^2-2)$

$=(a^2+2)(a+\sqrt{2})(a-\sqrt{2})$

(2) $2x^2-\sqrt{3}x-3=2x^2-\sqrt{3}x-(\sqrt{3})^2$

$=(x-\sqrt{3})(2x+\sqrt{3})$

(3) $2x^2-8x+5=2(x^2-4x+\frac{5}{2})$

$=2\left(x-\frac{4+\sqrt{6}}{2}\right)\left(x-\frac{4-\sqrt{6}}{2}\right)$

例 14 如果多项式 $3x^2-5x+a$ 能被 $3x+1$ 整除，求 a。

分析：因为整除，所以商式×除式＝被除式。除式、被除式皆已知，设出商式展开后，利用对应系数相等可求出 a。

解：设商式为 $(x+b)$，∵ 能够整除

∴ $(x+b)(3x+1)=3x^2-5x+a$

$3x^2+(3b+1)x+b=3x^2-5x+a$

由对应系数相等，得 $\begin{cases}3b+1=-5\\ b=a\end{cases}$ 解之，

∴ $a=-2$

例 15 把 $\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ 的分母有理化。

分析：此题不能直接用分子、分母同乘以 $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ 的方法有理化分母，因为如果 $a=b$，那么 $\sqrt{a}-\sqrt{b}=0$，分子、分母同乘以 0 是错误的，这必导致错误的结果。此题要对 a、b 的取值情况进行讨论。

解：当 $a=b\neq 0$ 时，$\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\frac{1}{2\sqrt{a}}=\frac{\sqrt{a}}{2a}$；当 $a\neq b$ 时，

$\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})}=\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}$

例 16 计算

(1) $(\sqrt{22}+4+\sqrt{6})(3+2\sqrt{6}-\sqrt{33})$；

(2) $\frac{2}{b}\sqrt{ab^5}\div\frac{1}{3}\sqrt{\frac{b}{a}}\cdot\left(-\frac{3}{2}\sqrt{a^3b}\right)$。

分析：二次根式的和相乘类似于多项式的乘法，要根据题目特点选用适当的方法，同次根式相乘除，基本方法是系数与系数

相乘除，被开方数与被开方数相乘除，约分之后再化成最简根式。

解：(1) $(\sqrt{22}+4+\sqrt{6})\cdot(3+2\sqrt{6}-\sqrt{33})$

$=\sqrt{2}(\sqrt{11}+2\sqrt{2}+\sqrt{3})\cdot\sqrt{3}(\sqrt{3}+2\sqrt{2}-\sqrt{11})$

$=\sqrt{6}[(2\sqrt{2}+\sqrt{3})+\sqrt{11}][(2\sqrt{2}+\sqrt{3})-\sqrt{11}]$

$=\sqrt{6}[(2\sqrt{2}+\sqrt{3})^2-(\sqrt{11})^2]$

$=\sqrt{6}(11+4\sqrt{6}-11)$

$=24$

(2) $\frac{2}{b}\sqrt{ab^5}\div\frac{1}{3}\sqrt{\frac{b}{a}}\cdot\left(-\frac{3}{2}\sqrt{a^3b}\right)$

$=-\left(\frac{2}{b}\times\frac{3}{1}\times\frac{3}{2}\right)\sqrt{ab^5\times\frac{a}{b}\times a^3b}$

$=-\frac{9}{b}\sqrt{a^5b^5}$

$=-\frac{9}{b}a^2b^2\sqrt{ab}$

$=-9a^2b\sqrt{ab}$

说明：(1) 先提公因式，再用平方差公式，可使计算过程简便。

四、单元自测题

(一) 选择题（每小题只有一个正确结论）

1. 在 $(-\sqrt{3})^0$，sin45°，0，$\sqrt{49}$，0.1010010001……1.414 这六个数中，无理数共有（　　）。

(A) 2 个　　(B) 3 个　　(C) 4 个　　(D) 5 个

2. 实数 a、b 在数轴上的位置如图 1－2，下列各式正确的是（　　）。

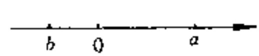

图 1－2

(A) $a+b<0$　　(B) $a-b<0$

(C) $ab<0$　　(D) $|b|>a$

3. $\frac{3}{a}$ 的倒数与 $\frac{2a-9}{3}$ 互为相反数，那么 a 的值为（　　）。